

# Relativistické jevy při synchronizaci nové generace atomových hodin

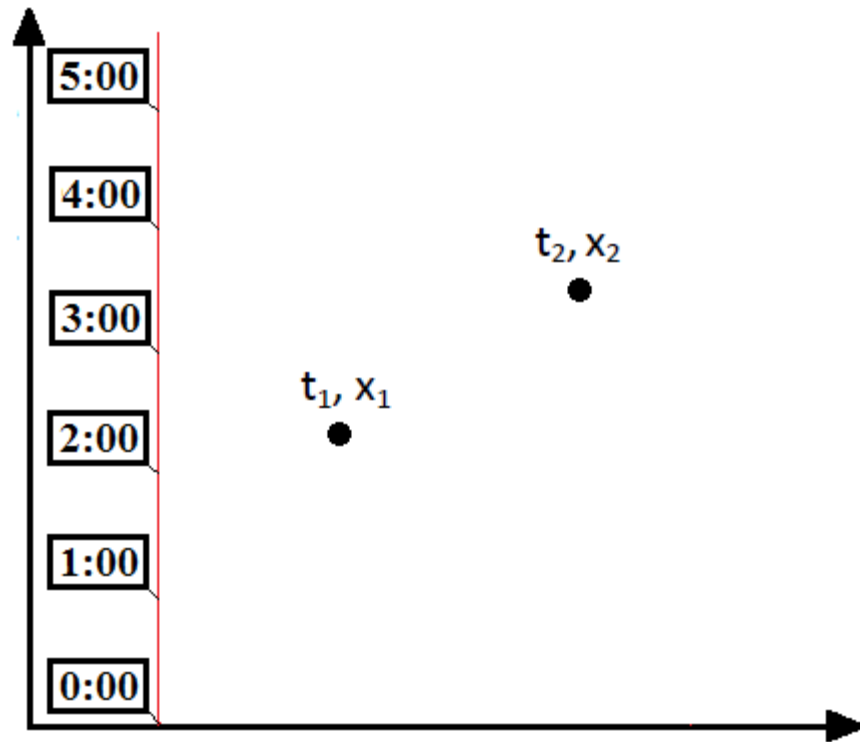
Jan Geršl

Český metrologický institut



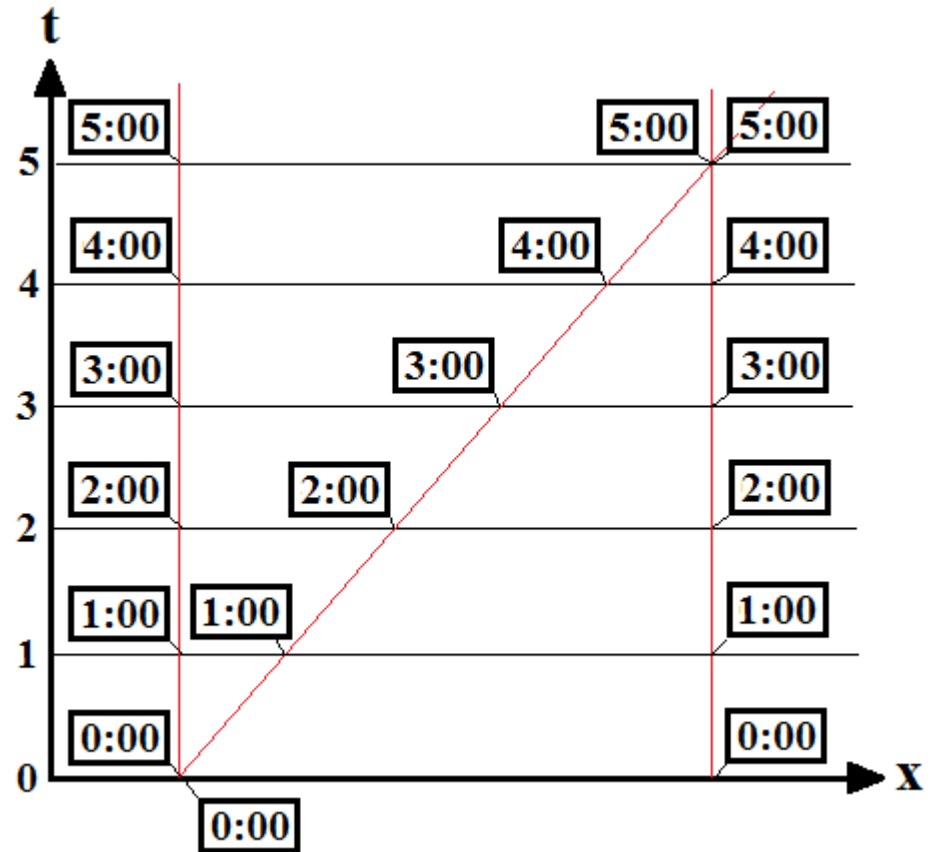
# Objasnění některých pojmů

- Prostorčas
- Vlastní čas fyzikálního objektu
- Souřadnicový čas bodů v prostoročase



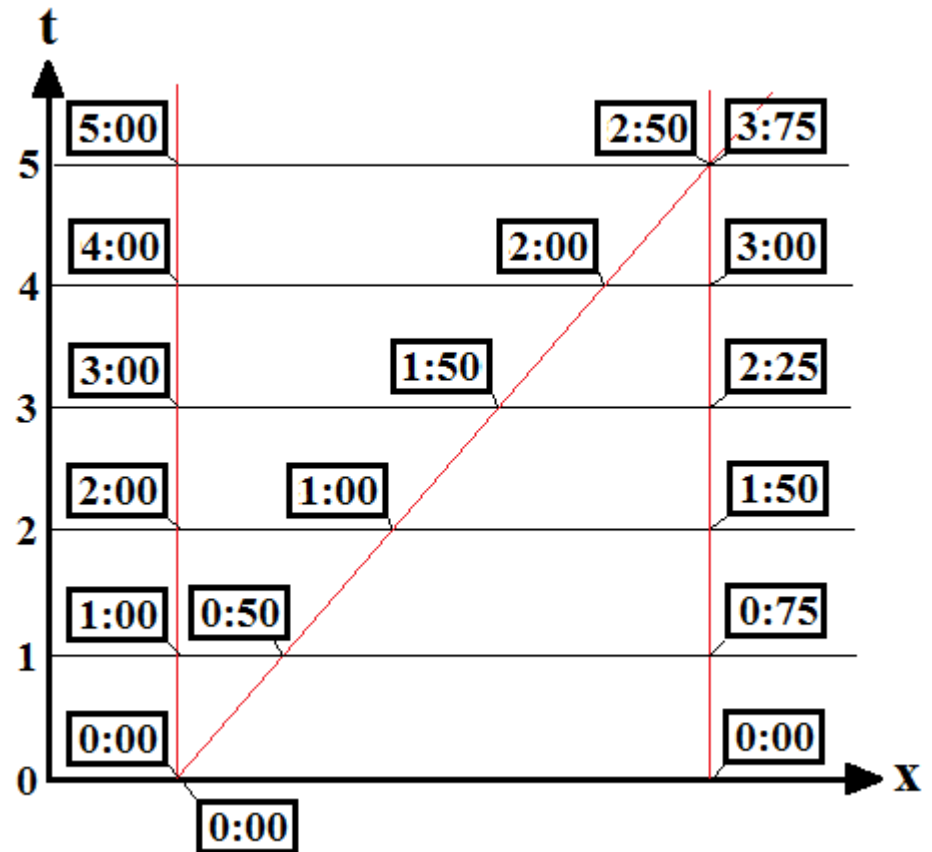
# Čas v newtonovské fyzice

- Absolutní současnost
- Přirozené zavedení časové souřadnice (absolutního času)
- Všechny ideální hodiny, které jsou v jistém čase synchronizovány, ukazují v současných okamžicích stejný čas
- Rozlišování vlastního a souřadnicového času není důležité



# Čas v teorii relativity

- Relativní současnost
- Zavedení časové souřadnice je věcí konvence
- Různé ideální hodiny, které jsou v jistém souřadnicovém čase synchronizovány, ukazují v pozdějším souřadnicovém čase různé vlastní časy
- Rozlišování vlastního a souřadnicového času je podstatné



# Současná definice jednotky času

- Sekunda SI:

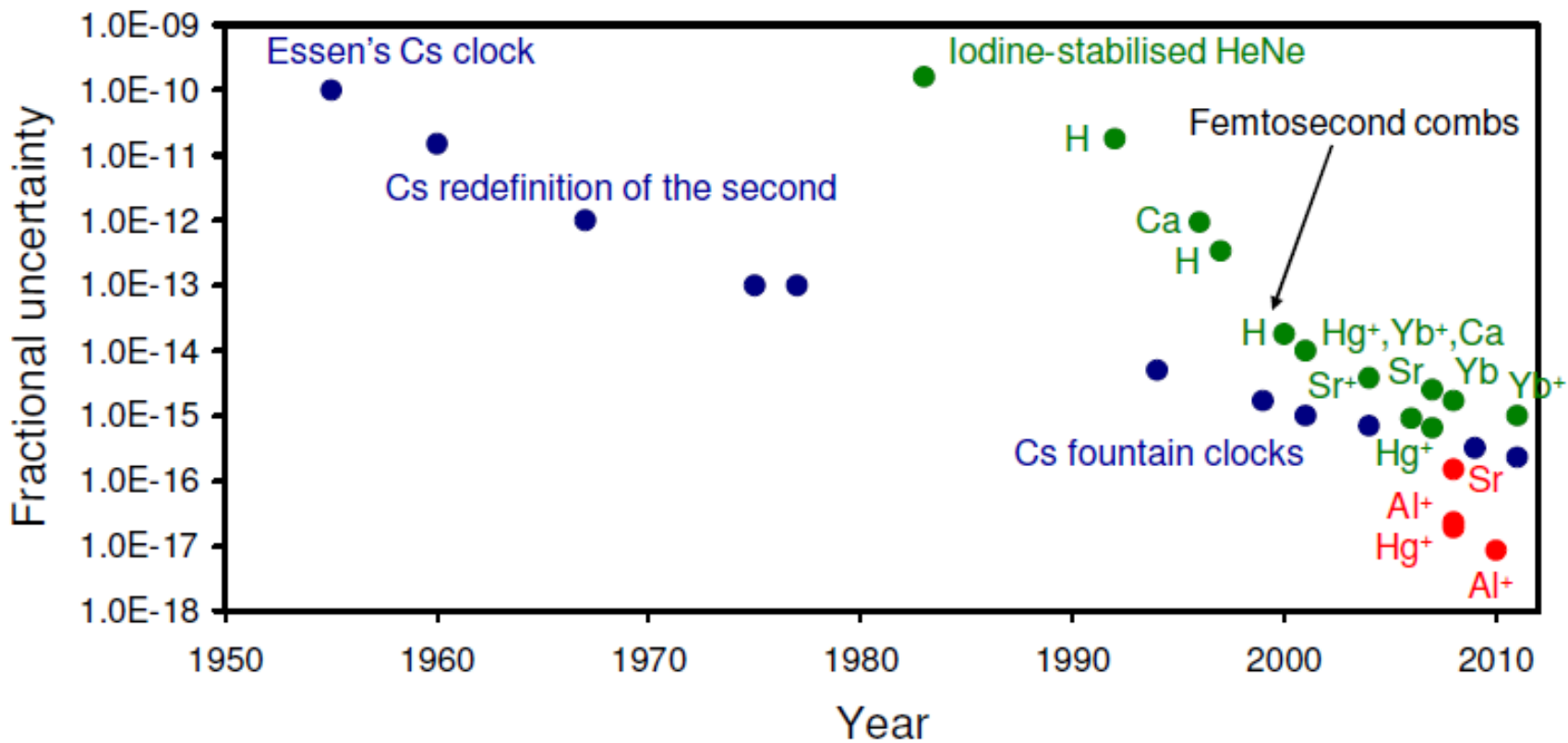
*Sekunda je doba trvání 9 192 631 770 period záření, které odpovídá přechodu mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu cesia 133. Tato definice odkazuje na atom cesia v klidu při teplotě 0 K.*

- V současnosti nejpřesnější cesiové atomové hodiny jsou v National Physical Laboratory (NPL), Velká Británie  
relativní nejistota frekvence  $2,3 \cdot 10^{-16}$

# Optické atomové hodiny

- Frekvence přechodu Cs hodin  $9,2 \cdot 10^9$  Hz je v mikrovlnné oblasti
- Dobré vlastnosti pro konstrukci hodin mají některé přechody o vyšší frekvenci cca  $10^{14} - 10^{15}$  Hz v optické oblasti (optické hodiny)
- Používají se ionty:  $\text{Al}^+$ ,  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Sr}^+$ ,  $\text{Yb}^+$ ,  $\text{Hg}^+$
- nebo atomy: Yb, Sr, Hg
- Relativní nejistoty frekvence dosahují až  $10^{-18}$   
 $8,6 \cdot 10^{-18}$  NIST 2010  
 $4 \cdot 10^{-19}$  PTB 2013





- Microwave
- Optical (absolute frequency measurements)
- Optical (estimated systematic uncertainty)

# Relativistické frekvenční odchylky

- V gravitačním poli (gravitační rudý posuv)

$$\frac{f_2 - f_1}{f_1} = \frac{1}{c^2} (U_2 - U_1) + O(c^{-4}) \quad U = \frac{GM}{R}$$

$$\frac{f_2 - f_1}{f_1} = 10^{-18} \leftrightarrow \Delta R = 1 \text{ cm}$$

- Vlivem pohybu (příčný Dopplerův jev)

$$\frac{f_2 - f_1}{f_1} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + O(c^{-4})$$

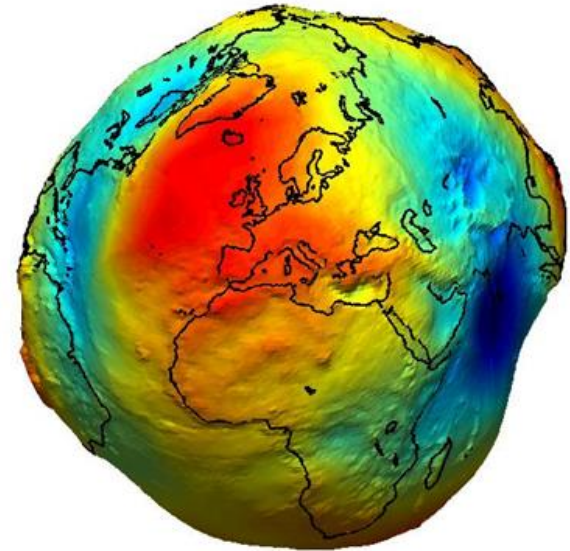
$$\frac{f_2 - f_1}{f_1} = 10^{-18} \leftrightarrow v = 0,4 \text{ m/s}$$

- C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband and D. J. Wineland, “Optical clocks and relativity”, Science 329 (2010)



# Časové souřadnice

- Vlastnosti souřadnic v OTR jsou dané komponentami metriky (pole, které popisuje geometrii prostoročasu – gravitační pole)
- V okolí Země se používá „geocentrický referenční systém“ (GCRS) s časovou souřadnicí „*geocentrický souřadnicový čas*“ (TGC)
- TGC je dána hodinami ve středu Země  
je třeba definovat počátek  $TGC = 0$
- TAI (*Mezinárodní atomový čas*)
  - stejná definice současnosti jako TGC
  - jiná „rychlost plynutí času“ daná hodinami na rotujícím geoidu
  - posunutý počátek



# Souřadnice GCRS a komponenty metriky

$$ct, x, y, z \equiv x^0, x^1, x^2, x^3$$

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4} + O(c^{-5}),$$

$$g_{0i} = -\frac{4}{c^3}w^i + O(c^{-5}),$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} \left( 1 + \frac{2}{c^2}w \right) + O(c^{-4}).$$

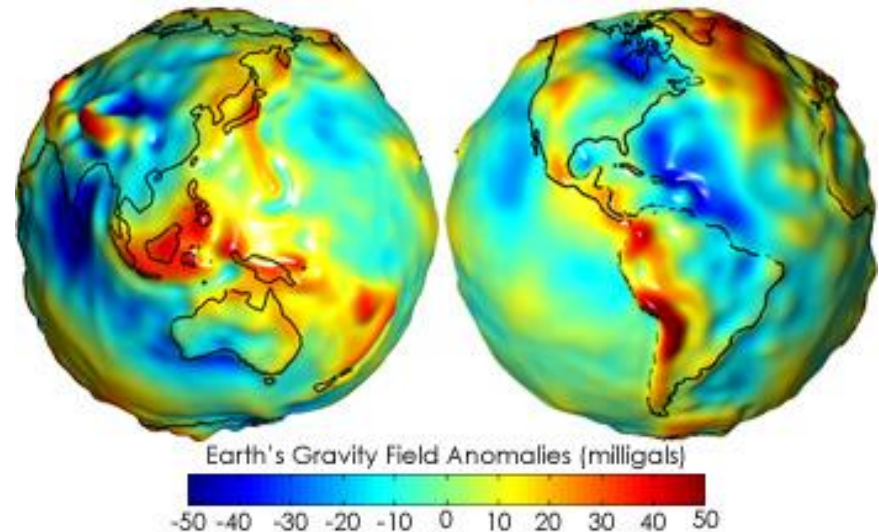
$$w(t, \mathbf{x}) \approx \frac{GM_E}{R}$$

$$w^i(t, \mathbf{x}) \approx -G \frac{(\mathbf{x} \times \mathbf{S})^i}{2R^3}$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

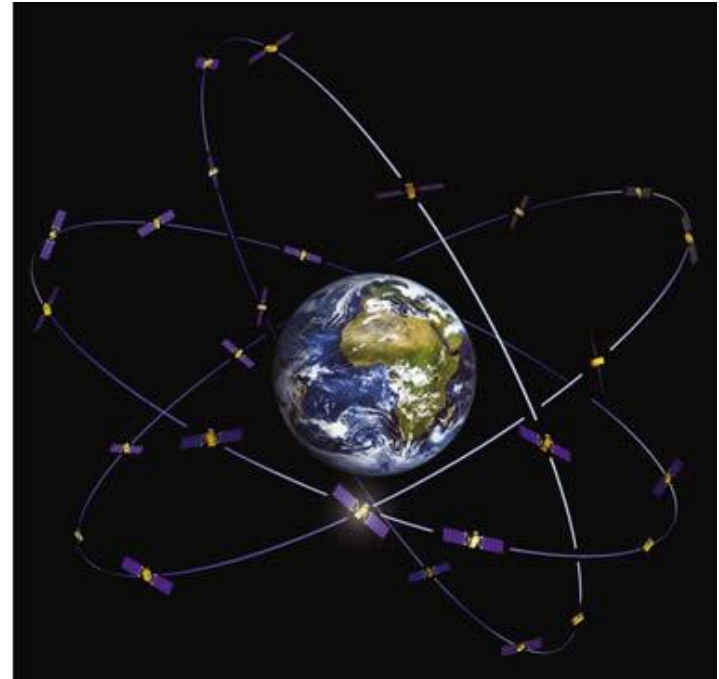
# Přenos frekvence mezi vzdálenými hodinami

- *Přenos frekvence* = transport vysoce kvalitního frekvenčního signálu z atomových hodin na jiné vzdálené místo (např. k jiným hodinám)
- *Aplikace:*
  - metrologie (porovnávání frekvencí hodin, ověřování nejistoty frekvence),
  - základní výzkum (např. testy fyzikálních teorií - viz Chou, aj.),
  - praktické aplikace např. v geodézii (proměřování gravitačního potenciálu -> rozložení hmoty v Zemi, určování polohy geoidu a nadmořské výšky)



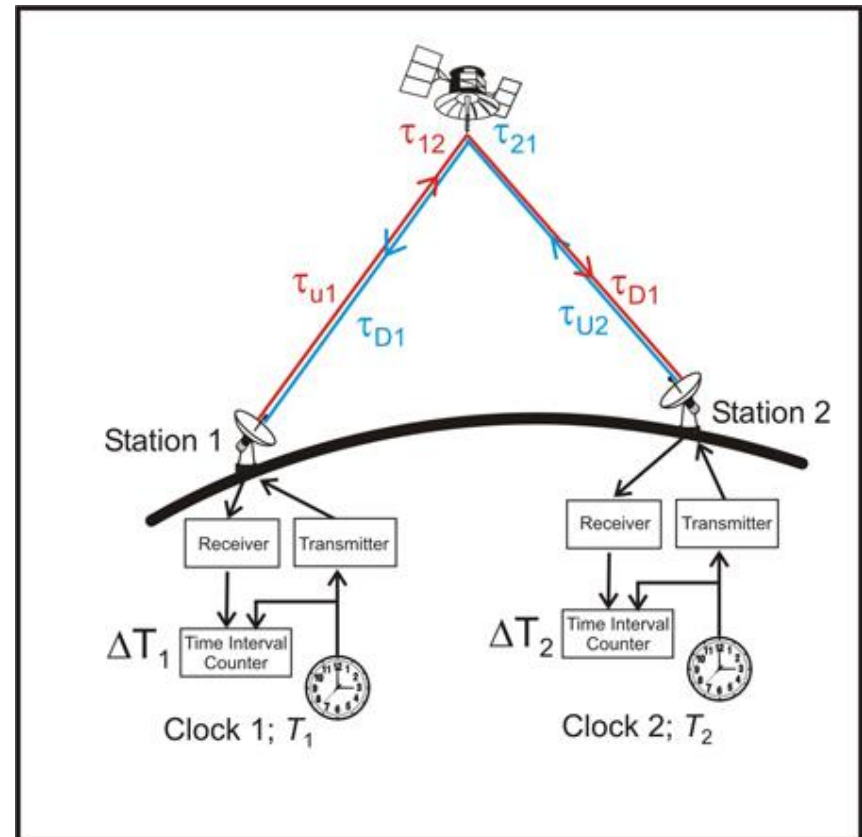
# Přenos času mezi vzdálenými hodinami

- *Přenos času* = transport hodnoty časové souřadnice z atomových hodin na jiné vzdálené místo (např. k jiným hodinám – synchronizace hodin)
- *Aplikace:*
  - metrologie (porovnávání časů na hodinách, ověřování nejistoty času),
  - základní výzkum (všude, kde je třeba přesné měření času),
  - praktické aplikace např. v satelitní navigaci (každý satelit GPS nese 4 atomové hodiny a vysílá svoje souřadnice včetně času)



# Způsoby přenosu frekvence a času

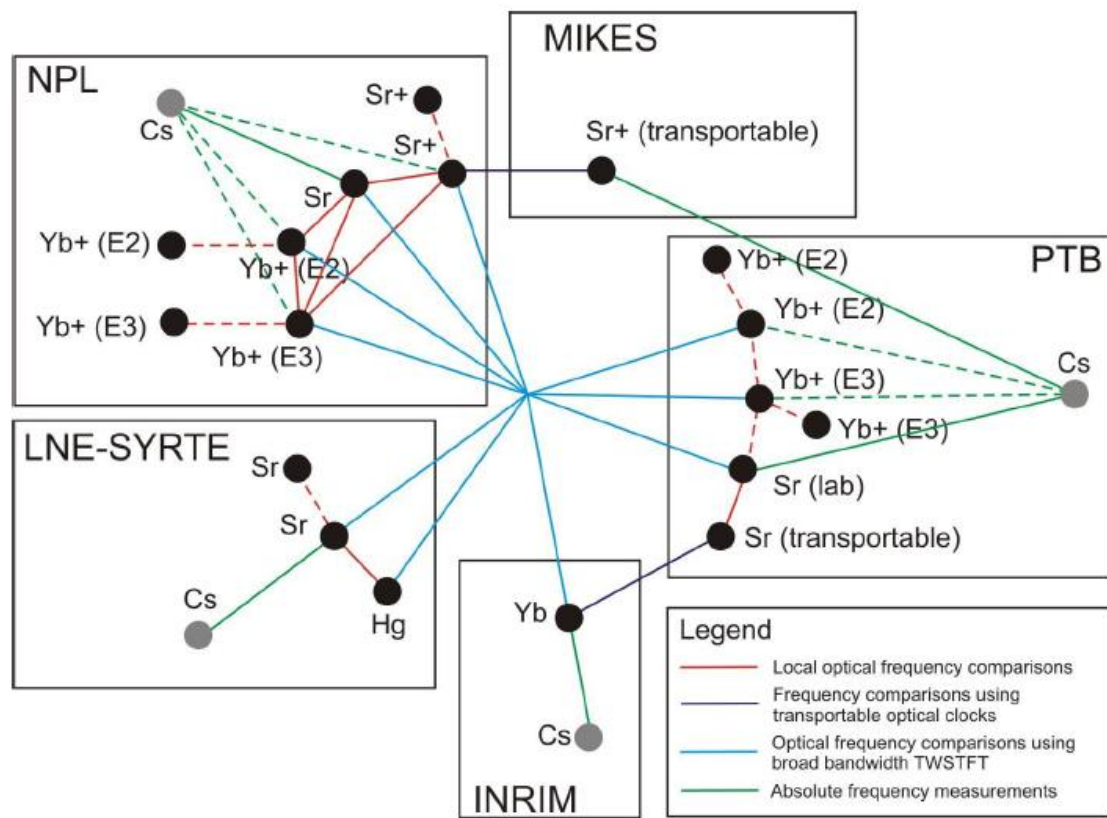
- Přenos elmag. signálu odrazem přes satelit
  - Přenos elmag. signálu optickým vláknem
  - Transport přenosných hodin
- 
- Při přenosu času a frekvence je obvykle nutno použít vypočtené korekce
  - Aby se vyšší přesnost měření frekvence a času optickými hodinami mohla projevit v aplikacích vyžadujících přenos času či frekvence, je nutno i tyto korekce vypočítat s odpovídající přesností



# Projekt ITOC

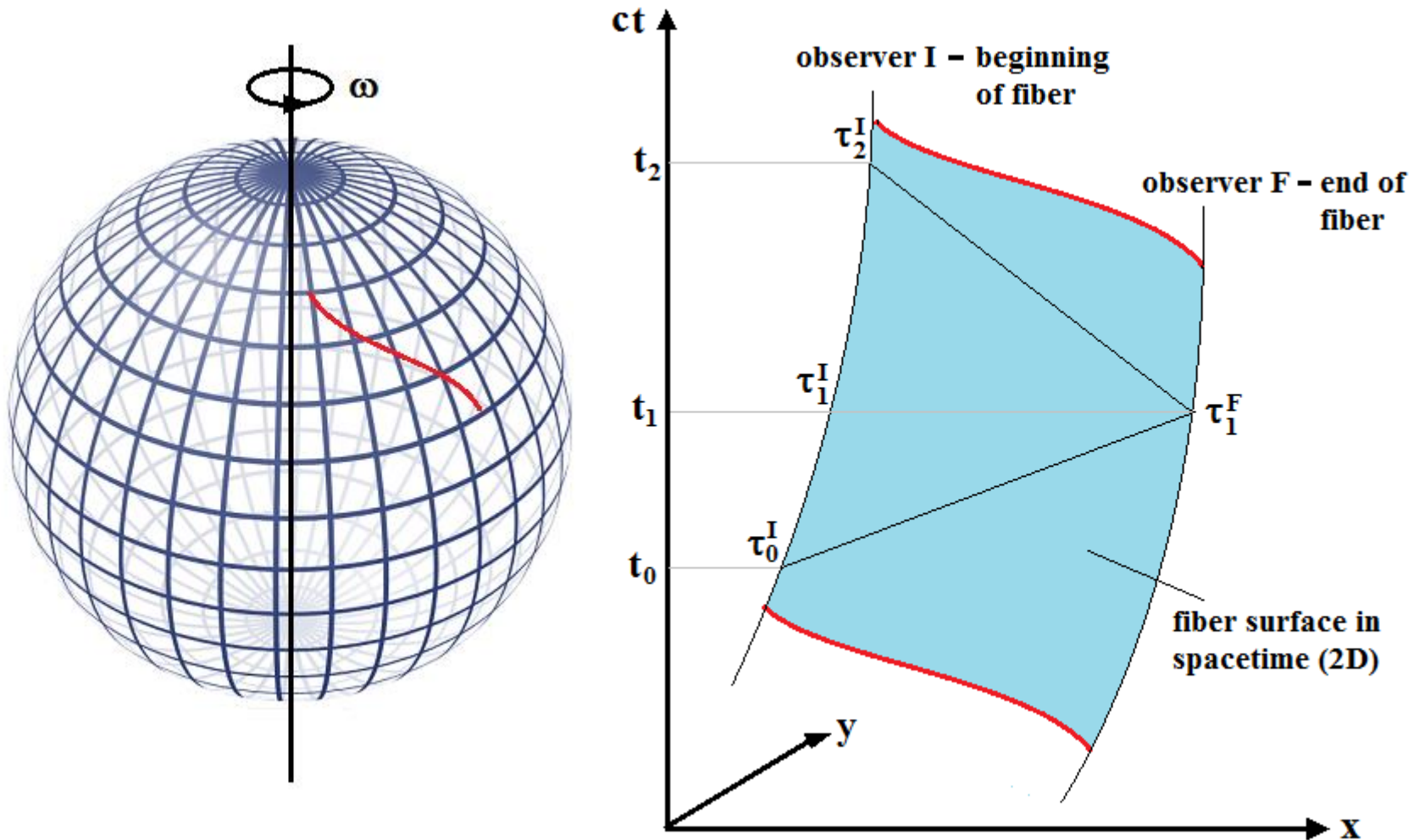
- International timescales with optical clocks
- Realizace přenosu frekvence a porovnání frekvencí optických hodin některých národních metrologických laboratoří v Evropě (GB, D, FR, IT, FI)
- Modely pro přenos frekvence a času všemi třemi způsoby

- ČMI má za úkol vypracovat relativistický model šíření signálu optickým vláknem a vypočítat relativistické korekce pro přenos frekvence s relativní přesností  $10^{-18}$  a pro přenos času s přesností 1 ps





# Přenos času a frekvence v optických vláknech



- Potřebujeme vyjádřit souřadnicovou dobu šíření signálu z jednoho konce optického vlákna na druhý

# Relativistický popis šíření signálu v médiu

- Světelné paprsky v médiu se šíří po světelných geodetikách „optické metriky“ (W. Gordon (1923))

$$\gamma_{\alpha\beta} \equiv g_{\alpha\beta} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) U_{\alpha}U_{\beta}.$$

- V našem případě je šíření signálu omezeno na optické vlákno, takže hledáme světelné křivky optické metriky, které leží ve 2D světoploše vlákna
- Jinak řečeno hledáme integrální křivky vektorového pole  $\mathbf{k}$ , které je tečné ke světoploše vlákna a splňuje rovnici

$$\left(g_{\alpha\beta} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) U_{\alpha}U_{\beta}\right) k^{\alpha}k^{\beta} = 0.$$



# Přenos času

$$t_1 - t_0 = \frac{1}{c} \int_0^{L_f} n \, dL + \frac{2\omega A}{c^2} + \frac{n_0}{c^3} \int_0^{L_f} \left( w + \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta \, \omega^2 \right) dL$$

# Přenos času

$$t_1 - t_0 = \frac{1}{c} \int_0^{L_f} n \, dL + \frac{2\omega A}{c^2} + \frac{n_0}{c^3} \int_0^{L_f} \left( w + \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta \, \omega^2 \right) dL$$

$5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$        $5 \cdot 10^{-9} \text{ s}$        $3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$

# Přenos frekvence

$$\frac{\nu_f}{\nu_i} = \frac{U_f^0}{U_i^0} (1 - K_t)$$

$$\frac{U_f^0}{U_i^0} = 1 + \frac{1}{c^2} (\bar{w}_f - \bar{w}_i) + O(c^{-4}), \quad \bar{w} = w + \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta \omega^2$$

$$K_t = \pm \frac{1}{c} \int_0^{L_f} \left( \frac{\partial n}{\partial T} + \alpha n \right) \frac{\partial T}{\partial t} dL$$

# Přenos frekvence

$$\frac{\nu_f}{\nu_i} = \frac{U_f^0}{U_i^0} (1 - K_t)$$

$10^{-18}$  ... 1cm výšky nebo 5,5 km podél poledníku od pólu

$$\frac{U_f^0}{U_i^0} = 1 + \frac{1}{c^2} (\bar{w}_f - \bar{w}_i) + O(c^{-4}), \quad \bar{w} = w + \frac{1}{2} R^2 \sin^2 \theta \omega^2$$

$3 \cdot 10^{-13}$  ... 0,04 °C/h

$$K_t = \pm \frac{1}{c} \int_0^{L_f} \left( \frac{\partial n}{\partial T} + \alpha n \right) \frac{\partial T}{\partial t} dL$$

# Shrnutí

- Optické hodiny jsou díky své přesnosti, která je o několik řádů lepší než u Cs hodin, kandidátem pro změnu definice jednotky času
- Optické hodiny díky své citlivosti umožňují sledování relativistických jevů za běžných podmínek
- Optické hodiny budou mít mnoho aplikací ve vědě i v praxi, např. v geodézii či satelitní navigaci