

## Fyzikální praktikum 2

### 7. Odraz a lom světla. Fresnelovy vztahy, Snellův zákon.

#### Úkoly k měření

##### Měření odrazivosti dielektrika

- Proměřte odrazivosti s a p polarizovaného světla od dielektrika.
- Z Brewsterova úhlu určete index lomu a porovnejte naměřené závislosti na úhlu dopadu paprsku s vypočtenými hodnotami.

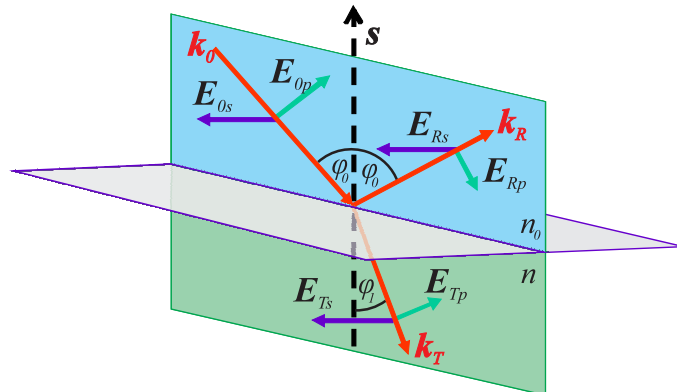
##### Průchod světla planparalelní deskou

- Proměřte posuv paprsku při průchodu planparalelní deskou.
- Z průběhu závislosti posuvu na úhlu dopadu určete index lomu desky.

##### Měření odrazivosti dielektrika

###### Teorie

Chování elektromagnetické světelné vlny při odrazu (nebo lomu) na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí zjistíme z Maxwellových rovnic [1, 2]. Situace je znázorněna na obr. 7.1. Rovina dopadu je definována dopadajícím paprskem světla s vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_0$  a kolmicí  $\mathbf{s}$  k uvažovanému rozhraní dvou dielektrických prostředí.  $\mathbf{E}_0$  a  $\mathbf{E}_R$  jsou amplitudy dopadající a odražené vlny, přičemž  $p$  a  $s$  jsou složky amplitudy lineárně polarizovaného světla rovnoběžné s rovinou dopadu resp. kolmé k této rovině. Symbolem  $n_0$  je označen index lomu okolního prostředí (vzduch),  $n$  je index lomu měřeného dielektrika. Řešením vlnové rovnice dostáváme pro odraženou vlnu s



Obrázek 7.1: Rozklad amplitudy elektromagnetické vlny do s- a p-polarizace při odrazu na rozhraní.

vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_R$  Fresnelovy amplitudy  $r_p$  a  $r_s$  ( $r_p = |\mathbf{E}_{Rp}|/|\mathbf{E}_{0p}|$ ,  $r_s = |\mathbf{E}_{Rs}|/|\mathbf{E}_{0s}|$ ;  $\mathbf{E}_{Rs}$  a  $\mathbf{E}_{0s}$  jsou kolmé k rovině dopadu a  $\mathbf{E}_{Rp}$  a  $\mathbf{E}_{0p}$  leží v rovině dopadu), které jsou dány vztahy

$$r_p = -\frac{\tan(\varphi_0 - \varphi_1)}{\tan(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad r_s = -\frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad (7.1)$$

kde úhel  $\varphi_0$  je úhel dopadu světelného paprsku na rozhraní a  $\varphi_1$  označuje úhel lomu lomeného paprsku s vlnovým vektorem  $\mathbf{k}_T$ . Tyto úhly souvisí prostřednictvím Snellova zákona

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_1 \sin \varphi_1. \quad (7.2)$$

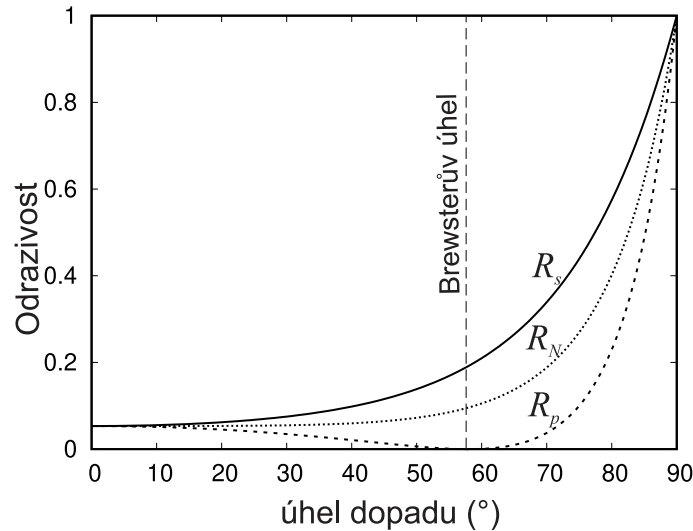
Na základě Snellova zákona (7.2) je možné vztahy (7.1) přepsat do tvaru

$$r_p = \frac{n_0 \cos \varphi_1 - n \cos \varphi_0}{n_0 \cos \varphi_1 + n \cos \varphi_0} \quad r_s = \frac{n_0 \cos \varphi_0 - n \cos \varphi_1}{n_0 \cos \varphi_0 + n \cos \varphi_1}. \quad (7.3)$$

Z této dvojice vztahů je zřejmé, že amplitudy  $\mathbf{E}_{Rp,s}$  jsou závislé na úhlu dopadu  $\varphi_0$  světelného paprsku a na indexech lomu obou prostředí. Rozbor vztahů (7.1) ukazuje, že při šíření světla z prostředí opticky řidšího do opticky hustšího ( $n_0 < n$ ) je amplituda  $r_s < 0$  pro všechny úhly dopadu, zatímco  $r_p < 0$  pro  $\varphi < \varphi_B$  a  $r_p > 0$  pro  $\varphi > \varphi_B$ , kde  $\varphi_B$  je tzv. polarizační (Brewsterův) úhel, pro nějž je  $r_p = 0$ .<sup>1</sup> Tento fakt je významný pro optickou praxi. V tomto případě se totiž odráží pouze s-složka lineárně polarizovaného světla. To platí i pro odraz přirozeného světla a proto lze odrazem na povrchu dielektrického zrcadla při polarizačním úhlu dosáhnout lineárně polarizované vlny. Je-li  $r_p = 0$ , pak jmenovatel v prvním vztahu (7.1) roste do nekonečna, tedy  $\varphi_0 + \varphi_1 = \pi/2$ ; paprsek odražený a lomený jsou navzájem kolmé. Ze vztahu (7.3) pro  $r_p = 0$ , dostáváme matematický zápis Brewsterova zákona

$$\tan \varphi_B = n, \quad (7.4)$$

pokud  $n_0 = 1$ .



Obrázek 7.2: Závislost odrazivosti s-polarizované ( $R_s$ ) a p-polarizované ( $R_p$ ) vlny na úhlu odrazu podle Fresnelových vztahů na prostředí s indexem lomu  $n = 1,6$ . Odrazivost nepolarizovaného světla ( $R_N$ ).

Je-li intenzita složek dopadajícího světla  $I_p^0$  a  $I_s^0$  a intenzita odraženého světla pro obě složky  $I_p^R$  a  $I_s^R$ , pak definujeme odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$  jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}. \quad (7.5)$$

<sup>1</sup>Záporné hodnoty amplitud znamenají fázový posuv o  $\pi$ . Je-li  $r_p > 0$  a  $r_s < 0$ , je složka  $r_s$  posunuta o  $\pi$  proti složce  $r_p$ . Je-li  $r_p < 0$  a  $r_s < 0$ , mají sice obě fázový posuv o  $\pi$ , ale jejich fázový rozdíl je 0 nebo  $2\pi$ .

Odrazivosti jsou pak dány vztahy

$$R_p = r_p^2 \quad R_s = r_s^2. \quad (7.6)$$

Závislosti  $R_p$  a  $R_s$  na úhlu dopadu mají odlišný charakter (viz obr. 7.2). Veličina  $R_s$  monotonně roste s rostoucí hodnotou  $\varphi_0$ , a při úhlu dopadu 90 stupňů je rovná jedné. Odrazivost  $R_p$  s rostoucí hodnotou úhlu dopadu nejprve klesá k nule, při  $\varphi_0 = \varphi_B$  je  $R_p = 0$  a pro  $\varphi_0 > \varphi_B$  opět rychle roste: pro 90 stupňů je opět  $R_p = 1$ . Odrazivost přirozeného světla odraženého na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí je pak dána vztahem

$$R_N = R_s/2 + R_p/2. \quad (7.7)$$

Z odrazivostí  $R_p$  a  $R_s$  jsme také schopni stanovit hodnoty indexu lomu měřeného dielektrika. Výrazy  $\pm\sqrt{R_p}$  a  $\pm\sqrt{R_s}$  odpovídají pravé straně vztahů (7.3), přičemž znaménko plus nebo minus před odmocninou je dáno v každém konkrétním případě fyzikální podstatou problému. Za předpokladu, že se měření provádí ve vzduchu, platí  $n_0 = 1$  a můžeme např. z prvního vztahu (7.3) vypočítat  $\cos\varphi_1$  a dosadit jej do druhého vztahu (7.3). Jednoduchou úpravou pak dostaneme za předpokladu, že provádíme měření na skle, následující vztahy pro hledaný index lomu skla: pro úhly dopadu  $\varphi_0 < \varphi_B$  platí

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}}, \quad (7.8)$$

pro případ  $\varphi_0 > \varphi_B$  pak

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}}. \quad (7.9)$$

Tento postup v sobě skrývá určitou potíž spočívající v tom, že výpočet indexu lomu je v tomto případě založen na znalosti absolutních hodnot odrazivosti p- a s- složky lineárně polarizovaného světla.

## Experiment

Smyslem této úlohy je zjistit průběh křivek  $R_p = f(\varphi_0)$  a  $R_s = f(\varphi_0)$  pro danou neabsorbující látku a využitím vztahu (7.4) určit pro použitou vlnovou délku světla index lomu dané látky. Principiální uspořádání experimentu je uvedeno na obr. 7.3: úzký svazek paprsků vycházející z laseru (L) prochází polarizátorem (P). Zde se světlo lineárně polarizuje a otáčením polarizátoru lze docílit toho, že kmitová rovina je rovnoběžná (kolmá) s rovinou dopadu, což odpovídá p- (s-) složce amplitudy dopadajícího světla. Po odrazu světla na měřeném vzorku umístěném na stolečku goniometru svazek světla dopadá na detektor (D) spojený s měřicím přístrojem. Otáčením stolečku se vzorkem kolem jeho svislé osy měníme úhel dopadu  $\varphi_0$  světelného svazku a odečítáme signál na měřicím přístroji detektoru (ampérmetru). Chceme-li určit úhlovou závislost odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$ , je třeba před začátkem měření odstranit ze stolečku měřený vzorek a v místě označeném (A) detektorem stanovit intenzitu dopadajícího svazku  $I_s^0$  a  $I_p^0$ . Odrazivosti odraženého světla  $R_p$  a  $R_s$  pak vyjádříme jako

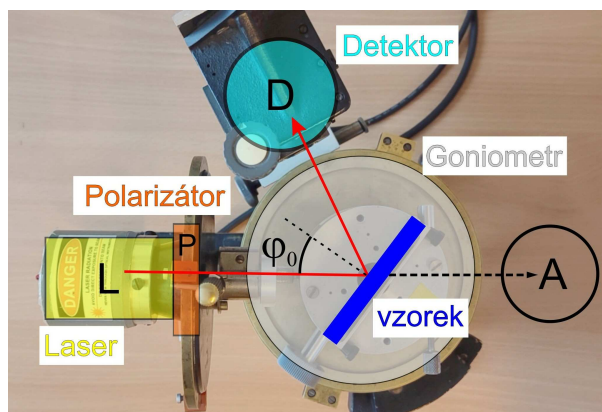
$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}, \quad (7.10)$$

kde  $I_p^R$  a  $I_s^R$  jsou s a p polarizované intenzity odraženého záření.

POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!

## Úkoly

1. Stanovte úhlové závislosti odrazivosti  $R_p$ ,  $R_s$  lineárně polarizovaného světla pro danou látku.



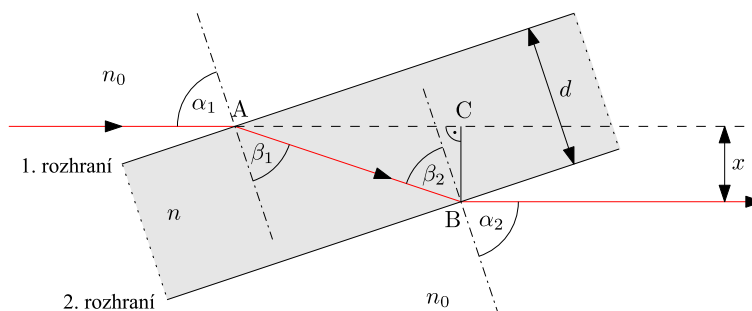
Obrázek 7.3: Experimentální uspořádání pro měření úhlové závislosti odrazivosti dielektrika. Poloha detektoru A odpovídá referenční pozici pro měření signálu bez vzorku.

2. Určete hodnotu Brewsterova úhlu daného dielektrického zrcadla při měření zesíleného signálu detektorem v okolí minima  $I_p^R$  a tuto závislost vynesete do grafu. Nejistoty  $\varphi_B$  určete z kroku měřeného úhlu dopadu.
3. Stanovte ze vztahu (7.4) hodnotu indexu lomu dané látky.
4. Pro několik (alespoň 5) hodnot úhlů dopadu stanovte index lomu destičky ze vztahu (7.8), případně (7.9). Výsledek porovnejte s předchozím výpočtem pomocí  $\varphi_B$ .
5. Vypočítejte průběh odrazivosti nepolarizovaného světla ze vztahu (7.7) a znázorněte v dřívějším grafu společně s  $R_s$  a  $R_p$ .
6. Grafy závislostí  $R_s$  a  $R_p$  na úhlu dopadu porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahů (7.1) nebo (7.3) a (7.6). Do teoretických vztahů dosaďte index lomu určený z Brewsterova úhlu nebo průměr hodnot indexu lomu vypočtených ze vztahů (7.8) a (7.9).

## Průchod světla planparalelní deskou

### Teorie

Zde odvodíme závislost posuvu vystupujícího a vstupujícího paprsku na úhlu dopadu  $\alpha$ , tloušťce desky  $d$  a indexu lomu skla  $n$ , kde planparalelní deska je umístěna v prostředí s indexem lomu  $n_0$ . Situace je znázorněna na obrázku 7.4. Protože obě rozhraní jsou rovnoběžná, je úhel dopadu  $\alpha_1$



Obrázek 7.4: Průchod světla planparalelní deskou.

na první rozhraní roven úhlu lomu  $\alpha_2$  na druhém rozhraní, položíme  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , a úhel lomu  $\beta_1$

na prvním rozhraní je roven úhlu dopadu  $\beta_2$  na druhém rozhraní, tudíž platí  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ . Zákon lomu na prvním rozhraní je

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta \quad (7.11)$$

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta = n_0 \sin \alpha. \quad (7.12)$$

Délka dráhy paprsku  $AB$  v planparalelní desce je

$$|AB| = \frac{d}{\cos \beta}. \quad (7.13)$$

Odchyłka  $x$  vstupujícího a vystupujícího paprsku je

$$x = |BC| = |AB| \sin(\alpha - \beta). \quad (7.14)$$

Úpravou a použitím vztahů

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}, \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta, \quad (7.15)$$

obdržíme z (7.11)–(7.14) vztah pro odchyłku paprsků,

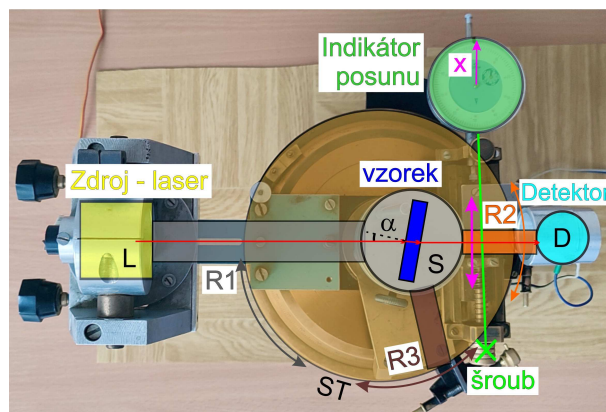
$$x = \left( 1 - \frac{n_0 \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) d \sin \alpha. \quad (7.16)$$

Z tohoto vztahu můžeme určit index lomu skla za předpokladu, že  $\alpha \neq 0$ :

$$n = n_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left( 1 - \frac{x}{d \sin \alpha} \right)^{-2} \cos^2 \alpha}. \quad (7.17)$$

## Experiment

Pro měření úhlu dopadu, posuvu  $x$  nebo úhlu deviace použijeme goniometr, jehož schéma a fotografie jsou na obrázku 7.5. Goniometr obsahuje kruhovou stupnici ST, po které se pohybují tři ramena: R1 se zdrojem, kterým je laserová dioda L, R2 s detektorem D tvořeným Si fotodiodou a R3 se stolečkem S pro vzorek umístěným ve středu kruhu. Na stolek klademe zkoumanou planparalelní desku (nebo hranol). Detektorem lze posunovat šroubem ve směru  $x$  kolmo na rameno R2. Posuv se měří pomocí indikátoru v podobě číselníkového úchylkoměru. Úhel dopadu  $\alpha$  určujeme z polohy ramen R1 a R3, úhel deviace výstupního paprsku  $\delta$  z polohy ramen R1 a R2 (pro desku je  $\delta = 0$ ).



Obrázek 7.5: Experimentální uspořádání pro měření průchodu světla planparalelní deskou a hranolem.

Před měřením je třeba nastavit stolec S tak, aby paprsek dopadal kolmo na měřenou planparalelní desku nebo hranol. Dosáhne se toho pomocí tří stavících šroubů pod stolečkem. Kolmost dopadajícího paprsku na lámavou plochu poznáme podle chodu zpětně odraženého paprsku: oba paprsky musí mít totožnou dráhu – sledujeme stopu odraženého paprsku u výstupního otvoru zdroje. (Pokud použijeme hranol, tak jeho lámavý úhel je  $60^\circ$ .)

Úhel dopadu měřte otáčením stolečku S ramenem R3. Správnou polohu detektoru poznáte podle maximální hodnoty fotoproudu, který měřte digitálním ampermetrem (na rozsahu  $200 \mu\text{A}$ ).

**POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!**

## Úkoly

1. Proveďte justaci přístroje a určete závislost posuvu vystupujícího paprsku z planparalelní desky na úhlu dopadu. Naměřte asi 10 hodnot dvojic  $x$  a  $\alpha$ .
2. Z naměřené závislosti určete pomocí vztahu (7.17) index lomu desky. Tloušťku planparalelní desky  $d$  určete pomocí posuvného měřítka nebo mikrometru.
3. Vyneste naměřenou závislost posuvu na úhlu dopadu do grafu a porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahu (7.16) na základě indexu lomu získaného v předchozím úkolu.

## Literatura:

- [1] A. Vašíček: *Optika tenkých vrstev*, NČSAV Praha 1956.
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*, Fragment (2006).
- [3] A. Kučírková a K. Navrátil: *Fyzikální měření I*, SPN Praha 1986.