

Fyzikální praktikum 2

7. Odraz a lom světla, Fresnelovy vztahy, Snellův zákon

Úkoly k měření

Měření odrazivosti dielektrika

- Proměřte odrazivosti s a p polarizovaného světla od dielektrika.
- Z Brewsterova úhlu určete index lomu a porovnejte naměřené závislosti na úhlu dopadu paprsku s vypočtenými hodnotami.

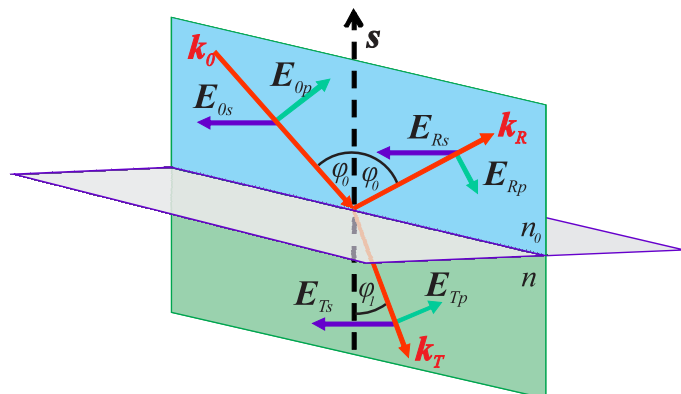
Průchod světla planparalelní deskou

- Proměřte posuv paprsku při průchodu planparalelní deskou.
- Z průběhu závislosti posuvu na úhlu dopadu určete index lomu desky.

Měření odrazivosti dielektrika

Teorie

Chování elektromagnetické světelné vlny při odrazu (nebo lomu) na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí zjistíme z Maxwellových rovnic [1, 2]. Situace je znázorněna na obr. 7.1. Rovina dopadu je definována dopadajícím paprskem světla s vlnovým vektorem $\mathbf{k}_0$ a kolmicí $\mathbf{s}$ k uvažovanému rozhraní dvou dielektrických prostředí. $\mathbf{E}_0$ a $\mathbf{E}_R$ jsou amplitudy dopadající a odražené vlny, přičemž p a s jsou složky amplitudy lineárně polarizovaného světla rovnoběžné s rovinou dopadu resp. kolmé k této rovině. Symbolem n_0 je označen index lomu okolního prostředí (vzduch), n je index lomu měřeného dielektrika. Řešením vlnové rovnice dostáváme pro odraženou vlnu s vlnovým



Obrázek 7.1: Rozklad amplitudy elektromagnetické vlny do s - a p -polarizace při odrazu na rozhraní.

vektorem $\mathbf{k}_R$ Fresnelovy amplitudy r_p a r_s ($r_p = |\mathbf{E}_{Rp}|/|\mathbf{E}_{0p}|$, $r_s = |\mathbf{E}_{Rs}|/|\mathbf{E}_{0s}|$; $\mathbf{E}_{Rs}$ a $\mathbf{E}_{0s}$ jsou kolmé k rovině dopadu a $\mathbf{E}_{Rp}$ a $\mathbf{E}_{0p}$ leží v rovině dopadu), které jsou dány vztahy

$$r_p = -\frac{\tan(\varphi_0 - \varphi_1)}{\tan(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad r_s = -\frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad (7.1)$$

kde úhel φ_0 je úhel dopadu světelného paprsku na rozhraní a φ_1 označuje úhel lomu lomeného paprsku s vlnovým vektorem $\mathbf{k}_T$. Tyto úhly souvisí prostřednictvím Snellova zákona

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_1 \sin \varphi_1. \quad (7.2)$$

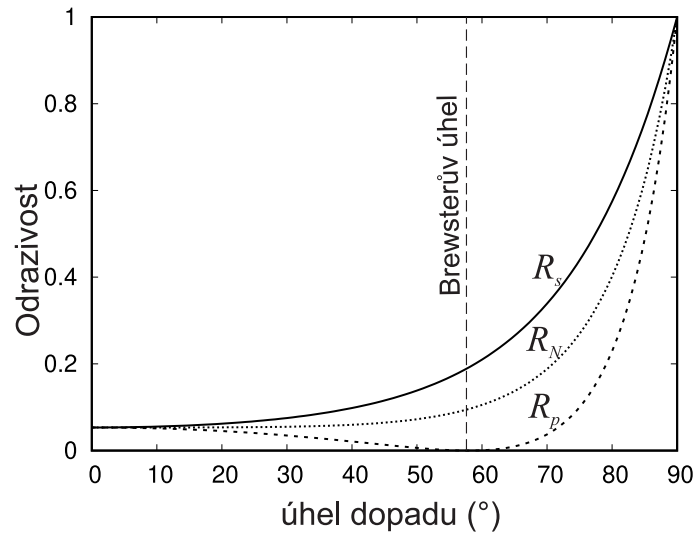
Na základě Snellova zákona (7.2) je možné vztahy (7.1) přepsat do tvaru

$$r_p = \frac{n_0 \cos \varphi_1 - n \cos \varphi_0}{n_0 \cos \varphi_1 + n \cos \varphi_0} \quad r_s = \frac{n_0 \cos \varphi_0 - n \cos \varphi_1}{n_0 \cos \varphi_0 + n \cos \varphi_1}. \quad (7.3)$$

Z této dvojice vztahů je zřejmé, že amplitudy $\mathbf{E}_{Rp,s}$ jsou závislé na úhlu dopadu φ_0 světelného paprsku a na indexech lomu obou prostředí. Rozbor vztahů (7.1) ukazuje, že při šíření světla z prostředí opticky řidšího do opticky hustšího ($n_0 < n$) je amplituda $r_s < 0$ pro všechny úhly dopadu, zatímco $r_p < 0$ pro $\varphi < \varphi_B$ a $r_p > 0$ pro $\varphi > \varphi_B$, kde φ_B je tzv. polarizační (Brewsterův) úhel, pro nějž je $r_p = 0$.¹ Tento fakt je významný pro optickou praxi. V tomto případě se totiž odráží pouze s-složka lineárně polarizovaného světla. To platí i pro odraz přirozeného světla a proto lze odrazem na povrchu dielektrického zrcadla při polarizačním úhlu dosáhnout lineárně polarizované vlny. Je-li $r_p = 0$, pak jmenovatel v prvním vztahu (7.1) roste do nekonečna, tedy $\varphi_0 + \varphi_1 = \pi/2$; paprsek odražený a lomený jsou navzájem kolmé. Ze vztahu (7.3) pro $r_p = 0$, dostáváme matematický zápis Brewsterova zákona

$$\tan \varphi_B = n, \quad (7.4)$$

pokud $n_0 = 1$.



Obrázek 7.2: Závislost odrazivosti s-polarizované (R_s) a p-polarizované (R_p) vlny na úhlu odrazu podle Fresnelových vztahů na prostředí s indexem lomu $n = 1,6$. Odrazivost nepolarizovaného světla (R_N).

¹Záporné hodnoty amplitud znamenají fázový posuv o π . Je-li $r_p > 0$ a $r_s < 0$, je složka r_s posunuta o π proti složce r_p . Je-li $r_p < 0$ a $r_s < 0$, mají sice obě fázový posuv o π , ale jejich fázový rozdíl je 0 nebo 2π .

Je-li intenzita složek dopadajícího světla I_p^0 a I_s^0 a intenzita odraženého světla pro obě složky I_p^R a I_s^R , pak definujeme odrazivosti R_p a R_s jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}. \quad (7.5)$$

Odrazivosti jsou pak dány vztahy

$$R_p = r_p^2 \quad R_s = r_s^2. \quad (7.6)$$

Závislosti R_p a R_s na úhlu dopadu mají odlišný charakter (viz obr. 7.2). Veličina R_s monotonně roste s rostoucí hodnotou φ_0 , a při úhlu dopadu 90 stupňů je rovná jedné. Odrazivost R_p s rostoucí hodnotou úhlu dopadu nejprve klesá k nule, při $\varphi_0 = \varphi_B$ je $R_p = 0$ a pro $\varphi_0 > \varphi_B$ opět rychle roste: pro 90 stupňů je opět $R_p = 1$. Odrazivost přirozeného světla odraženého na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí je pak dána vztahem

$$R_N = R_s/2 + R_p/2. \quad (7.7)$$

Z odrazivostí R_p a R_s jsme také schopni stanovit hodnoty indexu lomu měřeného dielektrika. Výrazy $\pm\sqrt{R_p}$ a $\pm\sqrt{R_s}$ odpovídají pravé straně vztahů (7.3), přičemž znaménko plus nebo minus před odmocninou je dáno v každém konkrétním případě fyzikální podstatou problému. Za předpokladu, že se měření provádí ve vzduchu, platí $n_0 = 1$ a můžeme např. z prvního vztahu (7.3) vypočítat $\cos \varphi_1$ a dosadit jej do druhého vztahu (7.3). Jednoduchou úpravou pak dostaneme za předpokladu, že provádíme měření na skle, následující vztahy pro hledaný index lomu skla: pro úhly dopadu $\varphi_0 < \varphi_B$ platí

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}}, \quad (7.8)$$

pro případ $\varphi_0 > \varphi_B$ pak

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}}. \quad (7.9)$$

Tento postup v sobě skrývá určitou potíž spočívající v tom, že výpočet indexu lomu je v tomto případě založen na znalosti absolutních hodnot odrazivosti p- a s- složky lineárně polarizovaného světla.

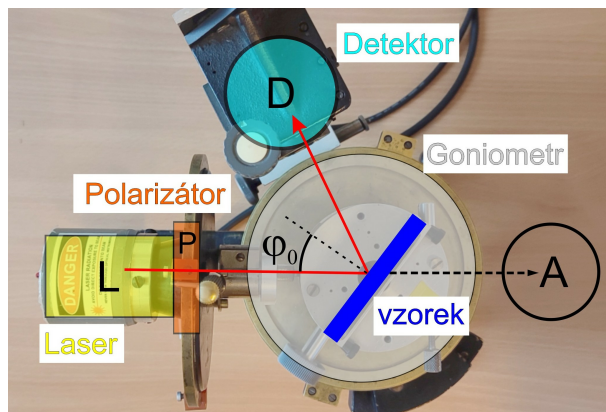
Experiment

Smyslem této úlohy je zjistit průběh křivek $R_p = f(\varphi_0)$ a $R_s = f(\varphi_0)$ pro danou neabsorbující látku a využitím vztahu (7.4) určit pro použitou vlnovou délku světla index lomu dané látky. Principiální uspořádání experimentu je uvedeno na obr. 7.3: úzký svazek paprsků vycházející z laseru (L) prochází polarizátorem (P). Zde se světlo lineárně polarizuje a otáčením polarizátoru lze docílit toho, že kmitová rovina je rovnoběžná (kolmá) s rovinou dopadu, což odpovídá p- (s-) složce amplitudy dopadajícího světla. Po odrazu světla na měřeném vzorku umístěném na stolečku goniometru svazek světla dopadá na detektor (D) spojený s měřicím přístrojem. Otáčením stolečku se vzorkem kolem jeho svislé osy měníme úhel dopadu φ_0 světelného svazku a odečítáme signál na měřicím přístroji detektoru (ampérmetru). Chceme-li určit úhlovou závislost odrazivosti R_p a R_s , je třeba před začátkem měření odstranit ze stolečku měřený vzorek a v místě označeném (A) detektorem stanovit intenzitu dopadajícího svazku I_s^0 a I_p^0 . Odrazivosti odraženého světla R_p a R_s pak vyjádříme jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}, \quad (7.10)$$

kde I_p^R a I_s^R jsou s a p polarizované intenzity odraženého záření.

POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!



Obrázek 7.3: Experimentální uspořádání pro měření úhlové závislosti odrazivosti dielektrika. Poloha detektoru A odpovídá referenční pozici pro měření signálu bez vzorku.

Úkoly

1. Stanovte úhlové závislosti odrazivosti R_p , R_s lineárně polarizovaného světla pro danou látku.
2. Určete hodnotu Brewsterova úhlu daného dielektrického zrcadla při měření zesíleného signálu detektorem v okolí minima I_p^R a tuto závislost vyneste do grafu. Nejistoty φ_B určete z kroku měřeného úhlu dopadu.
3. Stanovte ze vztahu (7.4) hodnotu indexu lomu dané látky.
4. Pro několik (alespoň 5) hodnot úhlů dopadu stanovte index lomu destičky ze vztahu (7.8), případně (7.9). Výsledek porovnejte s předchozím výpočtem pomocí φ_B .
5. Vypočítejte průběh odrazivosti nepolarizovaného světla ze vztahu (7.7) a znázorněte v dřívějším grafu společně s R_s a R_p .
6. Grafy závislostí R_s a R_p na úhlu dopadu porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahů (7.1) nebo (7.3) a (7.6). Do teoretických vztahů dosadte index lomu určený z Brewsterova úhlu nebo průměr hodnot indexu lomu vypočtených ze vztahů (7.8) a (7.9).

Průchod světla planparalelní deskou

Teorie

Zde odvodíme závislost posuvu vystupujícího a vstupujícího paprsku na úhlu dopadu α , tloušťce desky d a indexu lomu skla n , kde planparalelní deska je umístěna v prostředí s indexem lomu n_0 . Situace je znázorněna na obrázku 7.4. Protože obě rozhraní jsou rovnoběžná, je úhel dopadu α_1 na první rozhraní roven úhlu lomu α_2 na druhém rozhraní, položíme $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, a úhel lomu β_1 na prvním rozhraní je roven úhlu dopadu β_2 na druhém rozhraní, tudíž platí $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Zákon lomu na prvním rozhraní je

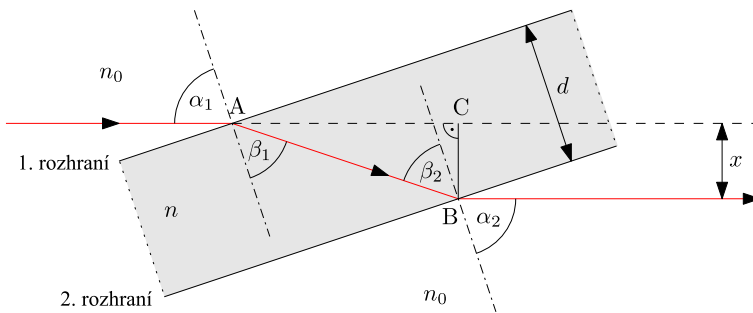
$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta \quad (7.11)$$

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta = n_0 \sin \alpha. \quad (7.12)$$

Délka dráhy paprsku AB v planparalelní desce je

$$|AB| = \frac{d}{\cos \beta}. \quad (7.13)$$



Obrázek 7.4: Průchod světla planparalelní deskou.

Odchylka x vstupujícího a vystupujícího paprsku je

$$x = |BC| = |AB| \sin(\alpha - \beta). \quad (7.14)$$

Úpravou a použitím vztahů

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}, \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta, \quad (7.15)$$

obdržíme z (7.11)–(7.14) vztah pro odchylku paprsků,

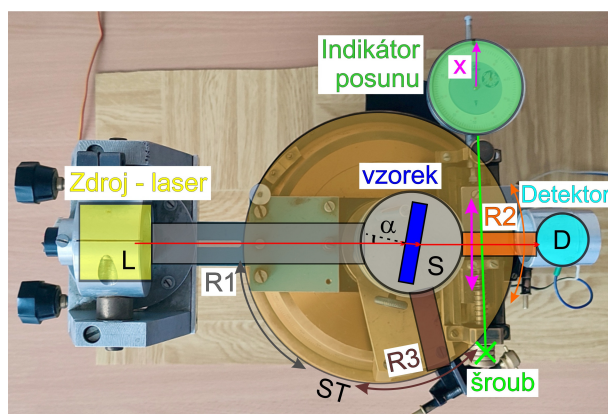
$$x = \left(1 - \frac{n_0 \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) d \sin \alpha. \quad (7.16)$$

Z tohoto vztahu můžeme určit index lomu skla za předpokladu, že $\alpha \neq 0$:

$$n = n_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(1 - \frac{x}{d \sin \alpha} \right)^{-2} \cos^2 \alpha}. \quad (7.17)$$

Experiment

Pro měření úhlu dopadu, posuvu x nebo úhlu deviace použijeme goniometr, jehož schéma a fotografie jsou na obrázku 7.5. Goniometr obsahuje kruhovou stupnici ST, po které se pohybují tři ramena: R1 se zdrojem, kterým je laserová dioda L, R2 s detektorem D tvořeným Si fotodiodou a R3 se stolečkem S pro vzorek umístěným ve středu kruhu. Na stolek klademe zkoumanou planparalelní desku (nebo hranol). Detektorem lze posunovat šroubem ve směru x kolmo na rameno R2.



Obrázek 7.5: Experimentální uspořádání pro měření průchodu světla planparalelní deskou a hranolem.

Posuv se měří pomocí indikátoru v podobě číselníkového úchylkoměru. Úhel dopadu α určujeme z polohy ramen R1 a R3, úhel deviace výstupního paprsku δ z polohy ramen R1 a R2 (pro desku je $\delta = 0$).

Před měřením je třeba nastavit stolek S tak, aby paprsek dopadal kolmo na měřenou planparalelní desku nebo hranol. Dosáhne se toho pomocí tří stavících šroubů pod stolečkem. Kolmost dopadajícího paprsku na lámovou plochu poznáme podle chodu zpětně odraženého paprsku: oba paprsky musí mít totožnou dráhu – sledujeme stopu odraženého paprsku u výstupního otvoru zdroje. (Pokud použijeme hranol, tak jeho lámavý úhel je 60° .)

Úhel dopadu měňte otáčením stolečku S ramenem R3. Správnou polohu detektoru poznáte podle maximální hodnoty fotoproudu, který měříte digitálním ampermetrem (na rozsahu $200 \mu\text{A}$).

POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!

Úkoly

1. Proveďte justaci přístroje a určete závislost posuvu vystupujícího paprsku z planparalelní desky na úhlu dopadu. Naměřte asi 10 hodnot dvojic x a α .
2. Z naměřené závislosti určete pomocí vztahu (7.17) index lomu desky. Tloušťku planparalelní desky d určete pomocí posuvného měřítka nebo mikrometru.
3. Vyneste naměřenou závislost posuvu na úhlu dopadu do grafu a porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahu (7.16) na základě indexu lomu získaného v předchozím úkolu.

Literatura k úloze 7

- [1] A. Vašíček: *Optika tenkých vrstev*, NČSAV Praha 1956.
- [2] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*, Fragment (2006).
- [3] A. Kučírková a K. Navrátil: *Fyzikální měření I*, SPN Praha 1986.