Ústav fyziky kondenzovaných látek
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

Fyzikální praktikum 2

8. Měření parametrů zobrazovacích soustav

Úkoly k měření

- Měření ohniskové vzdálenosti tenké spojky.
- Měření ohniskové vzdálenosti tenké rozptylky.
- Určení indexu lomu čoček z ohniskové vzdálenosti a měření křivosti.

Teorie

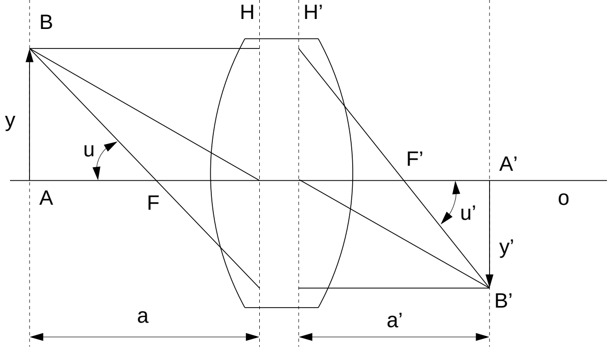
Průchod paraxiálních paprsků soustavou centrovaných kulových lámavých ploch je popsán zakladními zobrazovacími parametry, mezi než patří hlavní a uzlové body (respektive roviny), ohniska a ohniskové vzdálenosti. Dopadá-li na zobrazovací soustavu (obr. 8.1) svazek paprsků rovnoběžných s optickou osou O, pak po průchodu soustavou se paprsky protínají v obrazovém ohnisku F'. Naopak, svazek paprsků vycházejících z bodu F (předmětové ohnisko) se změní po průchodu soustavou na rovnoběžný svazek. Rovina kolmá k optické ose procházející předmětovým, respektive obrazovým ohniskem se nazývá předmětovou, respektive obrazovou ohniskovou rovinou. Na obr. 8.1 jsou obrazem bodů A, B body A', B'. Poměr úseček $y' = A'B'$ a $y = AB$ se nazývá příčným zvětšením β,

$$\beta = \frac{y'}{y}. \tag{8.1}$$

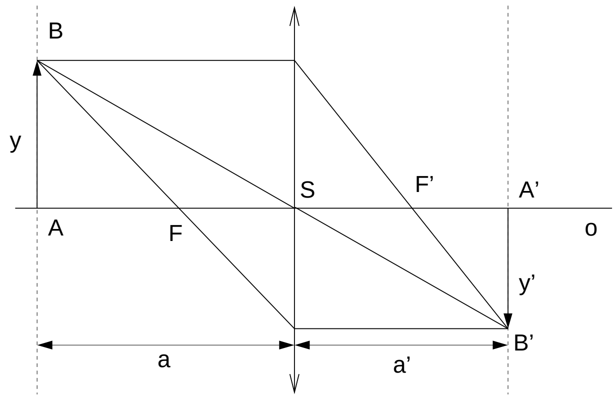
Poměr úhlů α' a α, které svíraji sdružené paprsky procházející ohnisky s optickou osou, se nazývá úhlové zvětšení γ,

$$\gamma = \frac{u'}{u}. \tag{8.2}$$

Hlavními rovinami H a H' soustavy nazýváme dvojici sdružených rovin, kolmých k optické ose, pro než je příčné zvětšení rovno jedné. Hlavními body nazýváme průsečíky hlavních rovin s optickou



Obrázek 8.1: Zobrazení pomocí zobrazovací soustavy. Hlavní roviny čočky jsou označeny H a H', ohniska F a F', AB je předmět a $A'B'$ obraz.



Obrázek 8.2: Přímé měření ohniskové vzdálenosti tenké čočky.

osou. Je-li tloušťka čočky zanedbatelná ve srovnání s poloměry křivosti lámavých ploch, hovoříme o tenké čočce. V takovém případě hlavní roviny H a H' splývají a čočka je pak při výpočtech představována rovinou středního řezu.

Znaménková konvence a zobrazovací rovnice tenké čočky

Předmětový a obrazový prostor jsou charakterizovány souřadnými soustavami, jejichž počátky v případě tenké čočky leží ve stejném bodě ve středu čočky. Při výpočtech je nutné rozlišovat kladné a záporné hodnoty v těchto souřadných soustavách. Definice kladného a záporného prostoru může být různá, avšak je-li zvolená určitá definice, všechny vztahy musí být v souhlasu s touto konvencí. Budeme důsledně používat následující znaménkovou konvenci: vzdálenost měříme od středu čočky a sice tak, že leží-li bod napravo od počátku bereme vzdálenosti kladně a v opačném případě záporně; leží-li bod nad osou O bereme vzdálenosti kladně a v opačném případě záporně. Na obr. 8.2 je znázorněno zobrazování spojkou – vidíme, že tady $a < 0$, $a' > 0$, $f < 0$, $f' > 0$, $y > 0$ a $y' < 0$. V uvedené znaménkové konvenci zobrazovací rovnice čočky má tvar

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}, \tag{8.3}$$

kde a je předmětová vzdálenost, a' je obrazová vzdálenost a f' je obrazová ohnisková vzdálenost.

Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky z polohy obrazu a předmětu

Ze zobrazovací rovnice (8.3) vyplývá pro ohniskovou vzdálenost f' vztah

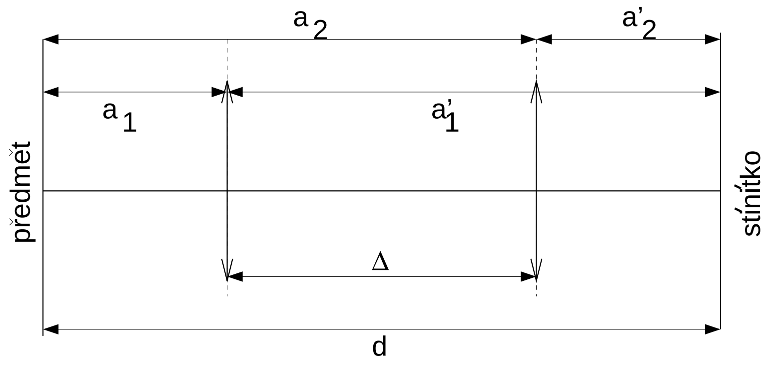
$$f' = \frac{aa'}{a - a'}. \tag{8.4}$$

Určíme-li tedy vzdálenosti a a a', pak pomocí vztahu (8.4) vypočítame f'. Měření se provádí na optické lavici s měřítkem, na které je umístěn předmět y (svítící šipka s vestavěným měřitkem), studovaná čočka S a stínítko, na něž zachycujeme obraz y' (viz obr. 8.2). Změnou polohy čočky nebo stínítka při stálé poloze předmětu hledáme co nejlépe zaostřený obraz a odečteme na měřítku optické lavice hodnoty a, a'.

Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké čočky z příčného zvětšení

Podle obr. 8.2 pro příčné zvětšení platí

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}. \tag{8.5}$$



Obrázek 8.3: Besselova metoda měření ohniskové vzdálenosti.

Rovnici (8.4) přepíšeme do tvaru

$$f' = \frac{a'}{1-\beta} = \frac{a\beta}{1-\beta}. \tag{8.6}$$

Zvětšení β určíme tak, že na stínítku změříme určitou část osvětleného milimetrového měřítka. K změřenému β přířadíme odpovídající vzdálenost a nebo a'. Z rovnice (8.6) vypočítame ohniskovou vzdálenost. Z hlediska dosažení maximální přesnosti je vhodné volit vzdálenost a co největší, na druhé straně bereme zřetel na to, aby obraz byl dostatečně velký, aby zvětšení bylo dobře měřitelné.

Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké spojky Besselovou metodou

Uvažujeme uspořádání podle obr. 8.3. Vzdálenost d předmětu od stínítka ponecháme pevnou. Dá se ukázat, že pro $d > 4f$ existují dvě polohy spojky, ve kterých se na stínítku vytvoří ostrý obraz. Vzhledem k tomu, že polohy předmětu a obrazu mohou být vzájemně vyměněny,

$$a_1 = -a_2', \qquad a_2 = -a_1' \tag{8.7}$$

a dále platí (viz.obr. 8.3)

$$d = |a_1| + |a_1'| = |a_2| + |a_2'| \tag{8.8}$$

$$\Delta = |a_1'| - |a_2'| = |a_2| - |a_1|. \tag{8.9}$$

Pak ze vztahů (8.7)-(8.9) lze odvodit, že

$$d^2 - \Delta^2 = 4a_1a_1' = 4a_2a_2'. \tag{8.10}$$

Dosadíme-li do vztahu (8.4) za čitatele aa' ze vztahu (8.10) a za jmenovatele d ze vztahu (8.8), dostaneme vztah pro určení ohniskové vzdálenosti

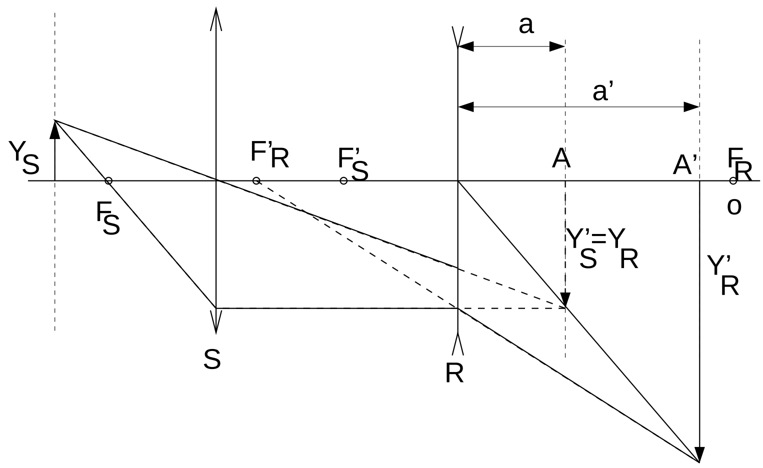
$$f' = \frac{d^2 - \Delta^2}{4d}. \tag{8.11}$$

Stanovení ohniskové vzdálenosti tenké rozptylky

Rozptylky vytvářejí vždy neskutečný obraz skutečného předmětu nebo naopak skutečný obraz neskutečného předmětu. Proto je v tomto případě nutno postupovat tak, že k měřené rozptylce se přidá spojka tak, aby obraz vytvořený spojkou mohl být neskutečným předmětem pro rozptylku. Podle obr. 8.4 umístíme na optickou lavici předmět y_s, a spojkou S vytvoříme reálný obraz y_s', v bodě A. Mezi tento obraz a spojku umístíme rozptylku R a na stínítku zase nalezneme ostrý obraz y_r' v bodě A'. Obraz y_s' je vlastně předmětem y_r pro rozptylku. Známe-li polohu rozptylky R, polohu obrazu spojky A a polohu obrazu roztylky A', můžeme vypočítat

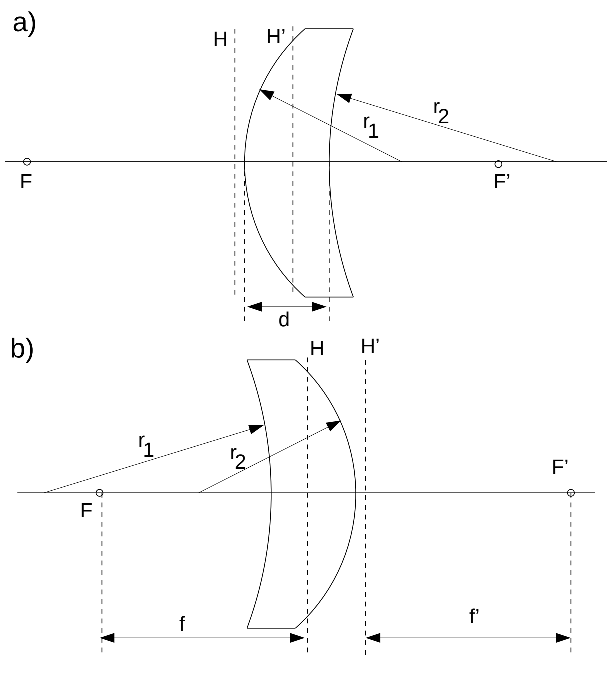
$$a = A - R \qquad a' = A' - R \tag{8.12}$$

a pro výpočet ohniskové vzdálenosti rozptylky použít vztah (8.4).



Obrázek 8.4: Měření ohniskové vzdálenosti rozptylky.

Určení indexu lomu čoček z ohniskové vzdálenosti a měření křivosti



Obrázek 8.5: Základní parametry tlusté čočky.

Index lomu určíme ze vztahu [3]

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{d\,(n-1)^2}{n\,r_1\,r_2}\,, \tag{8.13}$$

kde f' je ohnisková vzdálenost, r_1, r_2 poloměry kulových ploch, n index lomu a d tloušťka čočky. Na obr. 8.5 jsou vyznačeny tyto parametry pro různé polohy čočky. Vztah (8.13) předpokládá použití znaménkové konvence, která je popsaná v předchozí části.

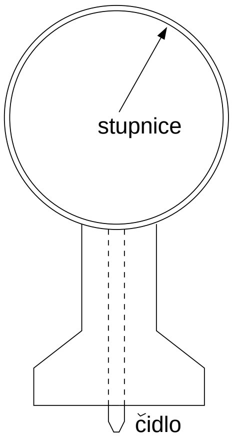
Obrázek 8.5 představuje tlustou spojnou čočku s jednou stranou vypuklou a druhou vydutou, která se často používá v brýlové optice. Na obr. 8.5 jsou uvedeny dvě polohy stejné čočky, kdy $r_1 > 0$ a $r_2 > 0$ (schéma (a)) a $r_1 < 0$ a $r_2 < 0$ (schéma (b)). V obecném případě se můžeme setkat s čočkami s oběma stranami vypuklými či oběma vydutými, případně s jednou stranou ploskou. V každém případě se však držíme znaménkové konvence, ve které je znaménko poloměru křivosti bylo záporné je-li střed křivosti plochy nalevo od vrcholu čočky a kladné v opačném případě. Pro rozptylku s oběma stranami vydutými je $r_1 < 0$ a $r_2 > 0$, pro spojku s oběma stranami vypuklými $r_1 > 0$ a $r_2 < 0$.

V našem případě se omezíme případ tenké čočky ($d \ll r_1, r_2$) nebo čočky s jednou stranou ploskou ($r_1 \to \infty$ nebo $r_2 \to \infty$). Potom se vztah (8.13) značně zjednoduší eliminací posledního členu

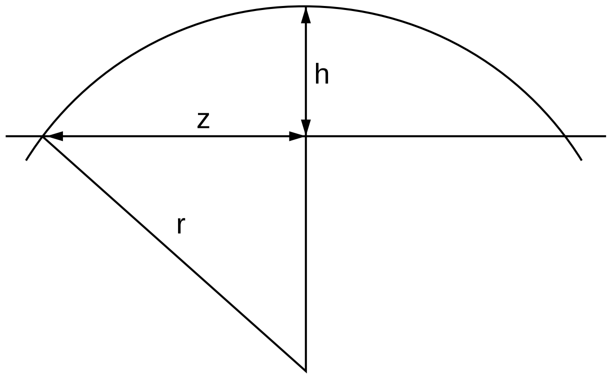
$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) . \tag{8.14}$$

Index lomu pak můžeme vypočíst přímo jako

$$n = 1 + \frac{1}{f'} / \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) . \tag{8.15}$$



Obrázek 8.6: Sférometr.



Obrázek 8.7: Určení poloměru křivosti kulové plochy.

Měření křivosti lámavých ploch sférometrem

Poloměry křivosti lámavých ploch r_1 a r_2 určíme sférometrem. Schéma mechanického sférometru je nakresleno na obr. 8.6. Hodinkový indikátor s přesností čtení rozdílu výšek ±0,01 mm je upevněn v držáku s kruhovou základnou, jehož středem prochází dotykové čidlo. Nulovou polohu sférometru určíme tak, že jej umístíme na rovinné sklo. Pak postavíme sférometr na měřenou kulovou plochu s poloměrem křivosti r. Z obr. 8.7 je zřejmé, že kruhová základna sférometru s poloměrem z vytne na povrchu měřené plochy kulovou úseč s výškou h. Rozdíl údajů sférometru na čočce a na rovinném skle právě udává tento parametr. Změříme-li průměr sférometru $2z$ posuvným měřítkem, pak zřejmě

$$r = \frac{z^2 + h^2}{2h} . \tag{8.16}$$

Úkoly

1. Změřte ohniskovou vzdálenost tenké spojky přímou metodou.
2. Změřte ohniskovou vzdálenost téže spojky ze zvětšení.
3. Změřte ohniskovou vzdálenost téže spojky Besselovou metodou.
4. Změřte ohniskovou vzdálenost rozptylky přímou metodou.
5. Porovnejte výsledky měření v bodech 1, 2 a 3 mezi sebou.

6. Změřte posuvným měřítkem vnitřní i vnější poloměr sférometru z_1, z_2. Sférometrem pak změřte výšku kulové úseče h pro každou stranu všech čoček z předchozí části úlohy. Měření opakujte 5 až 10-krát a statisticky zpracujte.

7. Vypočítejte index lomu měřených čoček podle vztahu (8.15). Určete nejistotu indexu započtením nejistoty ohniskové vzdálenosti f', výšky kulové úseče h a poloměru úseče z[1].

Pozn.: Soubor náhodných hodnot ohniskových vzdálenosti dostaneme tak, že pro každé měření nastavíme jinou polohu čočky v úkolech 1, 2 a 4 a jinou hodnotu vzdálenosti mezi zdrojem a stínítkem v úkolu 3. Pro každou metodu opakujte měření 5 až 10-krát.

Literatura:

[1] J. Brož a kol.: *Základy fyzikálních měření I.* SPN Praha, 1983.

[2] A. Kučírková, K. Navrátil: *Fyzikální měření I.* SPN Praha, 1986.

[3] P. Malý: *Optika*, Karolinum, Praha, 2008.

[1] Uveďte do protokolu k hodnotě indexu lomu spojky, jaká byla použita hodnota ohniskové vzdálenosti.