Domácí úkol č. 1 – zadáno 20.9.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Dokažte vektorovou identitu
$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}.(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}.(\vec{a}.\vec{b})$$
pro libovolné vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

2. Z bodu $A = (1, 1, 1)$ vycházejí tři vektory $\vec{a} = (2, -1, 5), \vec{b} = (-3, -4, 6), \vec{c} = (3, 2, 2)$. Zjistěte:
   a) jaké jsou souřadnice koncových bodů těchto vektorů;
   b) složky vektoru, který je součtem vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$, a souřadnice jeho koncového bodu; součet proveďte i graficky pouze s kolmými průměty těchto vektorů do roviny xy;
   c) jaký úhel svírají vektory $\vec{a} \times \vec{b}$ a $\vec{c}$; $\vec{b} \times \vec{c}$ a $\vec{c}$; vektor $\vec{a}$ se svým kolmým průmětem v rovině xy;
   d) jaký je objem rovnoběžnostěnu, jehož strany jsou tvořeny vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$?

Domácí úkol č. 2 – zadáno 27.9.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Chlapec háže kámen směrem na kopec před ním. Kámen odhodí jeden metr nad zemí s rychlostí 13 ms^{-1} pod elevačním úhlem 60°. Zvolte kartézskou soustavu souřadnic tak, aby tíhové zrychlení směřovalo proti kladnému směru osy y, osa y aby procházela bodem, v němž chlapec odhodí kámen, a počátek soustavy ležel v rovině země. Průnik roviny pohybu kamene s kopcem lze popsat vzhledem k této soustavě jakožto křivku $f(x) = 0,05x^2$.
   a) V kterém bodě dosahuje kámen největší vzdálenosti od země?
   b) V jakém bodě dopadne kámen na kopec? Jak daleko je to od bodu, v němž chlapec upustil kámen?
   c) Jaká je doba letu kamene od vyhození po dopad?
   d) S jak velkou rychlostí kámen dopadne?
   e) Jak se změní doba letu kamene (od odhození po dopad), jestliže elevační úhel bude 55° a 65°?

   Řešte nejprve obecně, pak pro konkrétní hodnoty ze zadání. Odpor prostředí zanedbejte. Hodnota tíhového zrychlení je $g = 9,81\ \mathrm{ms}^{-2}$.

2. Hmotný bod se pohybuje po kružnici s poloměrem r, úhel se mění jakožto funkce $\varphi(t)$, tzn. že
$$x(t) = r\cos\varphi(t)$$
$$y(t) = r\sin\varphi(t).$$
   Nalezněte složky rychlosti, složky zrychlení, vztah pro velikost rychlosti a velikost zrychlení. Řešte obecně, pak pro konkétní volbu $\varphi(t) = \omega t$, kde $\omega = konst.$.

Domácí úkol č. 3 – zadáno 4.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1.

2.

Domácí úkol č. 4 – zadáno 11.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

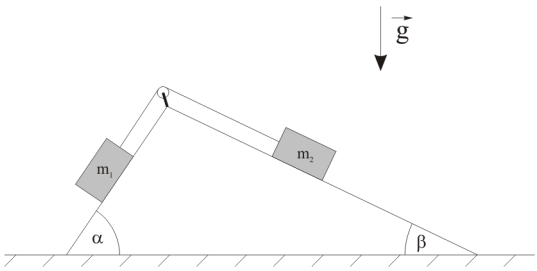
1. Vrtulník letí ve výšce 10, 5 m nad plochým terénem stálou rychlostí o velikosti 6, 2 ms^{-1}. Pilot vyhodí balík ve vodorovném směru letu. Jeho rychlost vzhledem k vrtulníku má velikost 14 ms^{-1}.
   a) Jaká je jeho počáteční rychlost vzhledem k zemi?
   b) Určete vodorovnou vzdálenost balíku a vrtulníku v okamžiku, kdy balík dopadne na zem.
   c) Pod jakým úhlem dopadne balík na zem vzhledem k pozorovateli na zemi?

2. Nalezněte velikosti sil působících na těleso o hmotnosti m (viz obr.). Řešte obecně, potom pro hodnoty $m = 2$ kg, $\alpha = 31°$, $\beta = 77°$. (Horizontální čára značí pevnou podložku.)

Domácí úkol č. 5 – zadáno 18.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 nacházející se na nakloněné rovině jsou spojena nepružným nehmotným provázkem přes nehmotnou kladku (viz obrázek).



   a) Načrtněte silový diagram pro obě tělesa a pak napište jejich pohybové rovnice.
   b) Jak velké jsou tahové a normálové síly na ně působící?
   c) Jaká je podmínka rovnováhy, tzn. aby obě tělesa byla vůči nakloněné rovině v klidu?
   d) Jaká musí být tahová síla působící na těleso o hmotnosti m_2, aby se pohybovalo směrem doprava dolů podél nakloněné roviny?

   Řešte *nejprve obecně*, pak pro volby $m_1 = 2,0$ kg, $m_2 = 3,5$ kg, $\alpha = 56°$, $\beta = 26°$, $g = 9,81$ ms^{-2}. Splňují tyto hodnoty podmínku rovnováhy?

2. Žena táhne provazem po zasněženém vodorovném chodníku naložené sáně o hmotnosti $m = 75$ kg. Rychlost sání je konstantní. Koeficient dynamického tření f_d mezi kluznicí a sněhem je $0,10$ a úhel φ mezi provazem a rovinou země je $42°$.

   a) Načrtněte silový diagram.
   b) Jaká je velikost tahové síly provazu?
   c) Jaká je velikost normálové síly působící na sáně?
   d) Jak se změní velikosti tahové a normálové síly, jestliže žena úhel φ zvětší tak, aby že se rychlost sání nezmění?
   e) Jak by se změnily b) a c), kdyby se sáně pohybovaly se zrychlením $a = 0,5$ ms^{-2}?

Domácí úkol č. 6 – zadáno 25.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Kostka o hmotnosti m je umístěna na konci desky o délce l. Jedna hrana desky leží na zemi, druhou (s kostkou) zvedáme. Při určité výšce d hrany nad zemí začne kostka klouzat po desce. Určete

   a) za jak dlouho kostka sjede na zem;
   b) s jakou rychlostí.

   Koeficient dynamického tření f_d má poloviční hodnotu než koeficient statického tření mezi kostkou a deskou. Jak se změní a) a b), jestliže mezi kostkou a deskou nebude působit třecí síla?

2. Automobil vážící $10,7$ kN jede rychlostí $13,4$ ms^{-1}. Řidič se chystá projet neklopenou zatáčku o poloměru 65 m. Jak velká třecí síla je schopna udržet automobil na kruhové dráze? Jak dopadne řidičům pokus, je–li koeficient statického tření mezi pneumatikami vozu a silnicí $0,35$?

Domácí úkol č. 7 – zadáno 1.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Mějme na provázku o délce l přivázanou kuličku. Roztočíme ji na stole tak, že se pohybuje v rovině stolu bez tření s konstantním úhlovým zrychlením ϵ (a její úhlová rychlost je ω). Určete, jakou práci vykoná tahová síla provázku v časovém intervalu $[0, T]$. Ukažte, že při $\epsilon = 0$ rad.s^{-1} je tato práce nulová. (Jestliže úhlové zrychlení je nulové, tak kulička vykonává rovnoměrný pohyb po kružnici.)

2. Mějme částici o hmotnosti $m = 0,1$ kg pohybující se po křivce dané parametrickými rovnicemi $x(t) = 2t$, $y(t) = 4t^3$. Určete:

   a) kinetickou energii částice v libovolném časovém okamžiku t a v čase 5 s,

   b) jaká celková síla působí na částici v libovolném časovém okamžiku t a v čase 5 s,

   c) jaká je práce vykonaná touto sílou v časovém intervalu $[0, t]$ a $[0, 5]$ s,

   d) jaký je okamžitý výkon v libovolném časovém okamžiku t a v čase 5 s,

   e) jaká je střední hodnota výkonu v časovém intervalu $[0, t]$ a $[0, 5]$ s?

Domácí úkol č. 8 – zadáno 8.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Petra, Pavla a Jirku už nebaví trhat jablka ze žebříku, a tak si vymysleli nový způsob. Na plošinu připevnili zespodu čtyři tlumiče z automobilu. Plošinu postavili pod jabloň. Petr si vlezl na tuto plošinu, Pavel a Jirka ji stlačili. Po jejím uvolnění byl Petr vymrštěn do vzduchu.

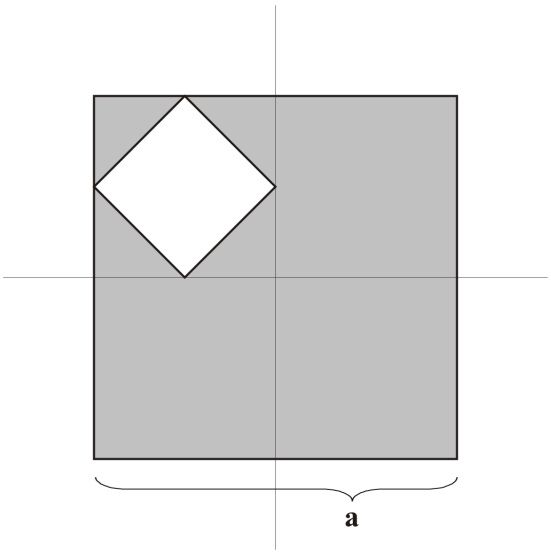
   a) Jak moc museli Pavel a Jirka plošinu stlačit, aby Petr dosáhl na jablko ve výšce 5 m nad zemí?

   b) S jakou rychlostí Petr opustí plošinu?

   c) Jak se změní odpovědi a) a b), jestliže místo Petra půjde jablka trhat Pavel?

   Tuhost jednoho tlumiče (jakožto pružiny) je $k = 25\,000$ Nm^{-1}, Petr váží 65 kg a když je na zemi, dosáhne do výšky 180 cm, Pavel váží 51 kg a když je na zemi, dosáhne do výšky 170 cm, tíhové zrychlení má hodnotu g=9,81 ms^{-2}. Výška nezatížené plošiny nad zemí je 1 m. Uvažujte pohyb Petra i Pavla proti směru působení tíhové síly. Hmotnosti tlumičů a plošiny zanedbejte.
   Návod: Použijte zákona zachování mechanické energie, uvědomte si, jaké energie zde hrají roli a na jaký druh energie se transformují. Velmi užitečné je načrtnout si obrázek.

2. Vypočtěte polohu těžiště následujícího útvaru (útvar byl před vyříznutím čtverce homogenní, tzn. že jeho hustota byla konstantní).



Domácí úkol č. 9 – zadáno 15.11.2007

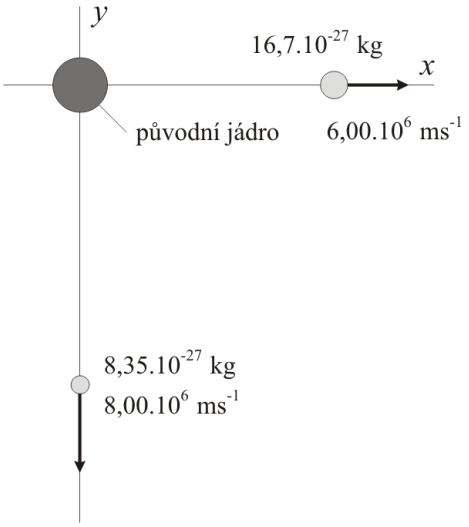
Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. HRW str. 260, př. 57Ú: Dvoje stejné sáně o hmotnostech 22,7 kg stojí těsně za sebou. Kočka o hmotnosti 3,63 kg, která na jedněch sáních seděla, přeskočí najednou na druhé sáně a hned zase zpět. Při obou skocích má rychlost kočky *vzhledem k zemi* velikost 3,05 ms^{-1}. Určete výsledné rychlosti sání. Nepovinná otázka navíc: jak se změní výsledné rychlosti sání, když rychlost kočky bude 3,05 ms^{-1} při druhém skoku *vzhledem k druhým sáním* (vypočtěte)?

2. HRW str. 260, př. 62C: Atomové jádro, které je v klidu, se náhle rozpadne na tři části. Dvě z nich jsou zachycena detekčním zařízením, které je schopno určit jejich rychlosti a hmotnosti.

   a) Určete hybnost třetí částice, jejíž hmotnost je $11,7.10^{-27}$ kg.

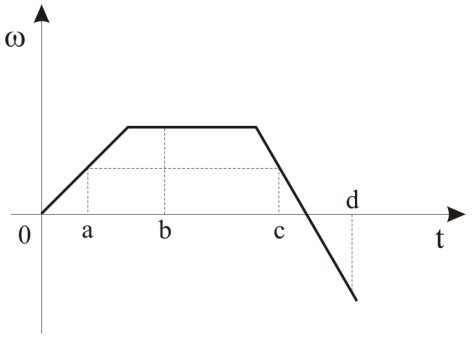
   b) Jaká je celková kinetická energie částic po rozpadu?



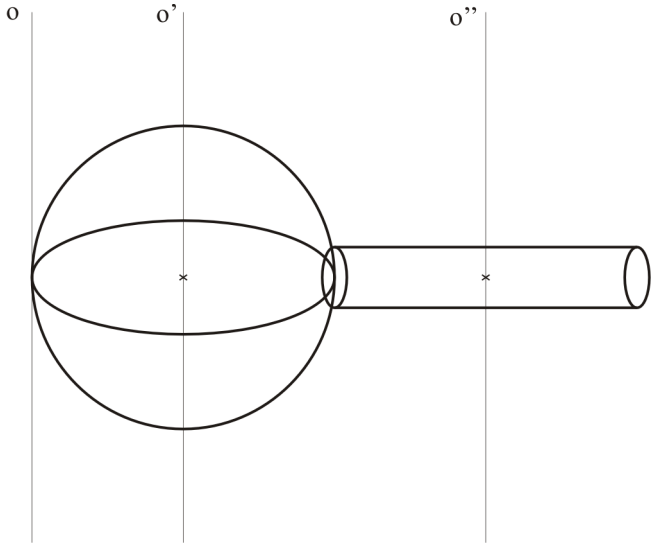
Domácí úkol č. 10 – zadáno 22.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Na obrázku je graf časové závislosti úhlové rychlosti na čase. Seřaďte okamžiky a, b, c a d podle (a) hodnoty opsaného úhlu, (b) hodnoty úhlové rychlosti, (c) hodnoty úhlového zrychlení.



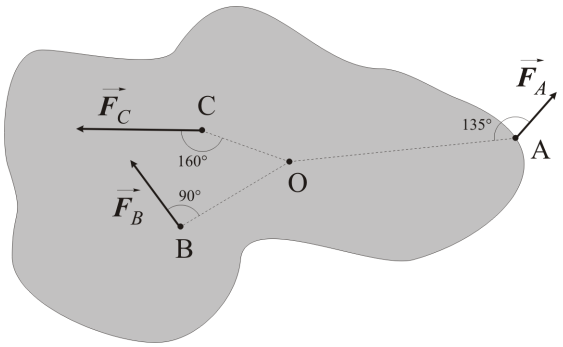
2. Vypočtěte moment setrvačnosti následující soustavy koule–tyč vzhledem k ose otáčení s pomocí Steinerovy věty. Hmotnost koule je trojnásobkem hmotnosti tyče, která má tvar válce, délka tyče je dvakrát větší než poloměr koule R_K a průměr tyče je pětkrát menší než její délka. (Moment setrvačnosti koule vzhledem k její ose symetrie (o') je $J_K = \frac{2}{5} m_K R_K^2$, kde m_K je hmotnost a R_K je poloměr koule, moment setrvačnosti válce je vzhledem k ose kolmé na osu symetrie a procházející středem válce (o'') $J_V = \frac{1}{4} m_V R_V^2 + \frac{1}{12} m_V L_V^2$, kde m_V je hmotnost, R_V je poloměr a L_V délka tyče.



Domácí úkol č. 11 – zadáno 29.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Těleso na obrázku se může otáčet kolem bodu O. Působí na něj tři síly, které jsou v obrázku rovněž vyznačeny. Síla $\vec{F}_A$ má velikost $F_A = 10\,\mathrm{N}$ a působí v bodě A, který leží ve vzdálenosti $8,0\,\mathrm{m}$ od bodu O. Síla $\vec{F}_B$ má velikost $F_B = 16\,\mathrm{N}$ a působí v bodě B vzdáleném $4,0\,\mathrm{m}$ od bodu O. Síla $\vec{F}_C$ má velikost $F_C = 19\,\mathrm{N}$ a působí v bodě C, jehož vzdálenost od bodu O je $3,0\,\mathrm{m}$. Vypočtěte celkový moment sil vzhledem k bodu O.



   Jaká by musela být velikost síly $\vec{F}_A$, aby výsledný moment sil byl nulový?

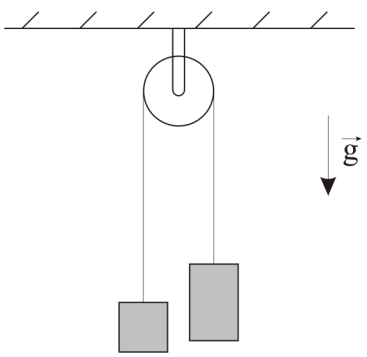
2. Na koncích nepružného nehmotného lanka vedeného přes válcovou kladku o hmotnosti $0,6\,\mathrm{kg}$ a poloměru $10\,\mathrm{cm}$ jsou umístěna závaží o hmotnostech $1,5\,\mathrm{kg}$ a $2,7\,\mathrm{kg}$.

   a) Určete zrychlení obou závaží.

   b) Určete úhlové zrychlení kladky.

   c) Určete velikosti tahových sil provázku.

   Lanko při otáčení kladky nepodkluzuje. Soustava se nalézá v homogenním tíhovém poli Země s tíhovým zrychlením $g = 9,81\,\mathrm{ms}^{-2}$. Moment setrvačnosti válce je $\frac{1}{2}m_V R_V^2$, kde m_V je hmotnost a R_V jeho poloměr.



Domácí úkol č. 12 – zadáno 6.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Vítr při vichřici obtéká střechu domu rychlostí $110\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Hustota vzduchu je $1,2\,\mathrm{kg.m^{-3}}$.

   a) Jaký je rozdíl tlaků v prostoru nad střechou a pod střechou, který se snaží střechu nadzvednout a odnést?

   b) Jaká bude síla nadnášející střechu o obsahu $90\,\mathrm{m^2}$?

   c) Jak se změní výsledky z částí a) a b), bude–li rychlost větru poloviční?

2. Na dno jezera v hloubce 20 m umístíme poleno dřeva o hmotnosti $1,5\,\mathrm{kg}$.

   a) Za jak dlouho vystoupá na vodní hladinu?

   b) Do jaké hloubky bychom museli umístit kostku ledu o hmotnosti $0,5\,\mathrm{kg}$, aby když poleno i kostku ledu uvolníme současně, tak aby oba objekty dorazili k vodní hladině současně?

   Hustota dřeva je $600\,\mathrm{kg.m^{-3}}$, hustota ledu je $917\,\mathrm{kg.m^{-3}}$. Odpor okolního prostředí zanedbejte. Též zanedbejte hmotnostní úbytek ledu (z důvodu jeho tání).

Domácí úkol č. 13 – zadáno 13.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Mějme dvě nádoby ve tvaru kvádru, každá má rozměry $50\times30\times100\,\mathrm{cm}$. Jedna nádoba je vyplněna třemi moly dusíku (N_2) o tlaku $0,5.10^5$ Pa a teplotě 300 K, druhá je vyplněna třemi moly metanu (CH_4) o tlaku $0,5.10^5$ Pa a teplotě 300 K. Na víko každé nádoby zatlačíme tak, že nejdelší strana (100 cm) se zkrátí na polovinu a zůstane v této poloze. Určete výsledné teploty a tlaky dusíku a metanu v případě (a) izotermického a (b) adiabatického stlačení. Jakou práci vykoná metan v případě (a) a (b)?

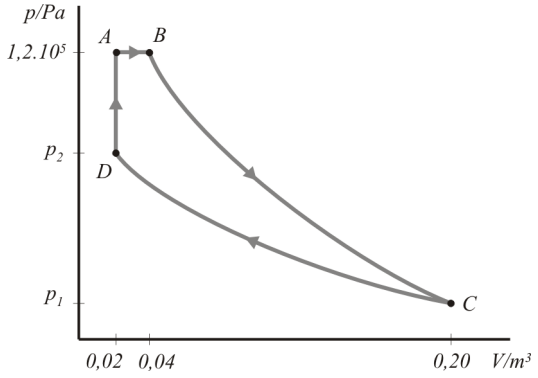
2. Jeden mol jednoatomového ideálního plynu je pracovní látkou motoru a vykonává kruhový děj tak, jak je znázorněno na obrázku. Děj $A-B$ je izobarický, děj $B-C$ je adiabatický, děj $C-D$ je izotermický a děj $D-A$ je izochorický. Vypočtěte:

   a) tlaky p_1 a p_2;

   b) teploty plynu, jaké má, když se nalézá ve stavech vyjádřených body A, B, C a D;

   c) práci vykonanou plynem během jednoho cyklu;

   d) teplo (přijaté nebo odevzdané) v průběhu dějů $A-B$, $B-C$, $C-D$ a $D-A$;

   e) celkové množství přijatého a odevzdaného tepla;

   f) účinnost motoru.