

Příklady z geometrie - vektory

- Mějte tři body v rovině: $A[1, 1]$, $B[2, -1]$, $C[3, 2]$.
 - a) Dokažte, že body A , B , C jsou vrcholy trojúhelníka.
 - b) Vypočítejte délky stran trojúhelníka ABC .
 - c) Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC .
 - d) Vypočítejte vzdálenost těžiště trojúhelníka ABC od vrcholu C .
- Jsou dány vektory $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$, $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$, $\mathbf{c} = (2, -1, 1)$. Určete souřadnice vektoru \mathbf{x} , pokud $\mathbf{x} \perp \mathbf{a} \wedge \mathbf{x} \perp \mathbf{b} \perp \mathbf{x} \cdot \mathbf{c} = -6$.
- Mějme vektory $\mathbf{a} = (a, 0, 4)$, $\mathbf{b} = (2, b, -4)$, $\mathbf{c} = (-5, 0, 2)$, $\mathbf{d} = (2, -3, 4)$, $\mathbf{e} = (3, -2, 2)$.
 - a) Určete a tak, aby velikost vektoru \mathbf{a} byla 5.
 - b) Určete b tak, aby vektor \mathbf{b} byl kolmý 1) k \mathbf{a} , 2) k \mathbf{d} .
 - c) Zjistěte, zda \mathbf{c} je lineární kombinací vektorů \mathbf{d} , \mathbf{e} .
 - d) Určete a tak, aby vektory \mathbf{a} a \mathbf{e} svíraly úhel 45° .
- Dokažte, že $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{a}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \perp \mathbf{b}$.
- Dokažte, že $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$.
- Vyjádřete $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ pomocí $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$, $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|$.
- Nalezněte vektor, k němuž je každý vektor kolmý.

Příklady z geometrie - kuželosečky

- Nalezněte rovnice tečen dané kružnice $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 8$, které jsou rovnoběžné s přímkou $p : 2x + 3y = 0$.
- Jaké podmínky musí být splněny pro koeficienty A, B, C, D, E v obecné rovnici kuželosečky $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$, aby se jednalo o rovnici kružnice?
- Nalezněte středový tvar, souřadnice ohnisek, hlavních a vedlejších vrcholů elipsy $2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y + 2 = 0$. Načrtněte obrázek.
- Jsou dány elipsa $x^2 + 2y^2 + 4x + 4y = 6$ a přímka $p : y = -\frac{x}{2} + q$. Určete q tak, aby přímka p byla tečnou k zadané elipse, nalezněte body dotyku.
- Nalezněte souřadnice vrcholu, ohnisek, rovnici osy paraboly a rovnici řídicí přímky paraboly $3y^2 + 5x + 4y - 2 = 0$. Načrtněte obrázek.
- Nalezněte souřadnice ohnisek, rovnice asymptot hyperboly $9x^2 - 4y^2 + 36x + 24y + 9 = 0$. Načrtněte obrázek.