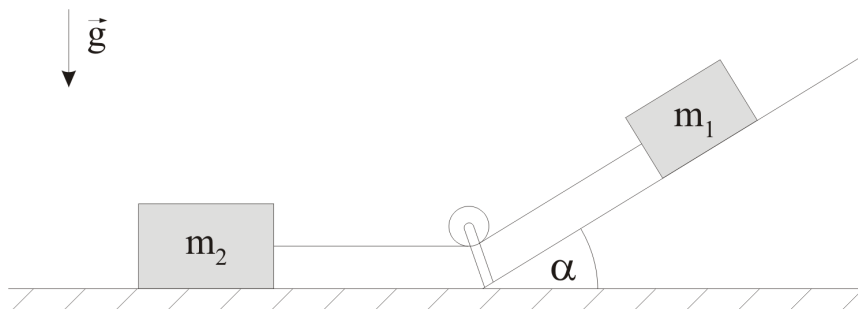


## Náhradní příklady č. 5 – zadáno 18.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

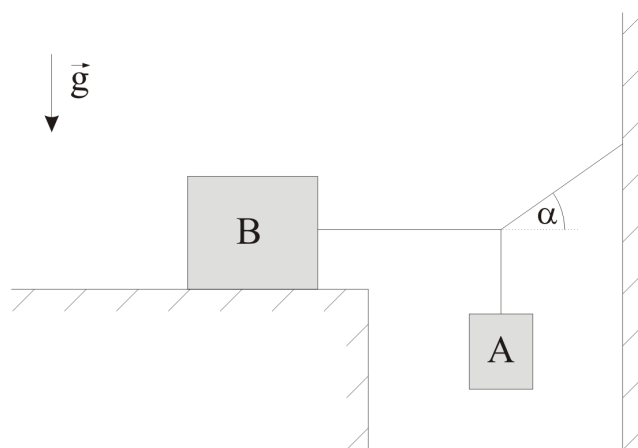
1. Těleso o hmotnosti  $m_1$  leží na nakloněné rovině s úhlem sklonu  $\alpha$  a je spojeno s tělesem o hmotnosti  $m_2$  podle obrázku. Styčné plochy jsou dokonale hladké a nehmotná kladka se otáčí bez tření.



- a) Jak velké jsou normálové a tahové síly působící na obě tělesa?
- b) Jaká jsou zrychlení obou těles?
- c) Jak velký by musel být koeficient statického tření, aby těleso o hmotnosti  $m_1$  bylo vůči nakloněné rovině v klidu?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $m_1 = 1,0$  kg,  $m_2 = 3,5$  kg,  $\alpha = 37^\circ$ ,  $F = 14$  N,  $g = 9,81$  ms<sup>-2</sup>.

2. Kostka B na obrázku má hmotnost  $M$ . Koeficient statického tření mezi kostkou a vodorovnou rovinou je  $f_s$ .

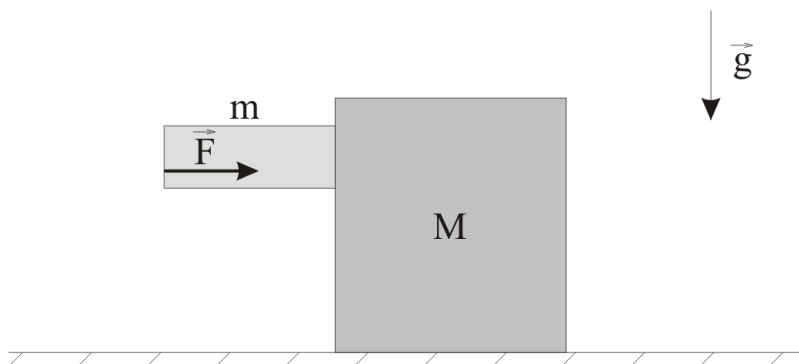


Určete největší možnou hmotnost kostky A, při níž bude ještě soustava v rovnováze. Jak velká tahová síla působí na lano spojně se zdí?

## Náhradní příklady č. 6 – zadáno 25.10.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Dvě kostky o hmotnostech  $m = 16$  kg a  $M = 88$  kg znázorněné na obrázku nejsou spojeny. Koeficient statického tření mezi nimi je  $f_s = 0,38$ , podložka pod kostkou  $M$  je však dokonale hladká. Jakou nejmenší vodorovnou silou  $\vec{F}$  je nutno tlačit kostku  $m$  ke stěně kostky  $M$ , aby se pohybovaly společně? Jaké jsou pak v tomto případě rychlosti obou kostek po 5 s působení této síly, jestliže jejich počáteční rychlost byla nulová?



2. Elektron v Bohrově modelu vodíkového atomu obíhá kolem jádra po kruhové dráze o poloměru  $5,3 \cdot 10^{-11}$  m. Elektron oběhne jádro  $6,6 \cdot 10^{15}$  krát za sekundu.
- Určete jeho rychlost a zrychlení (velikost a směr).
  - Určete dostředivou sílu, která na elektron působí.

Hmotnost elektronu je  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg. Jak by se změnilы výsledky z a) a b), kdyby počet oběhů za sekundu byl poloviční?

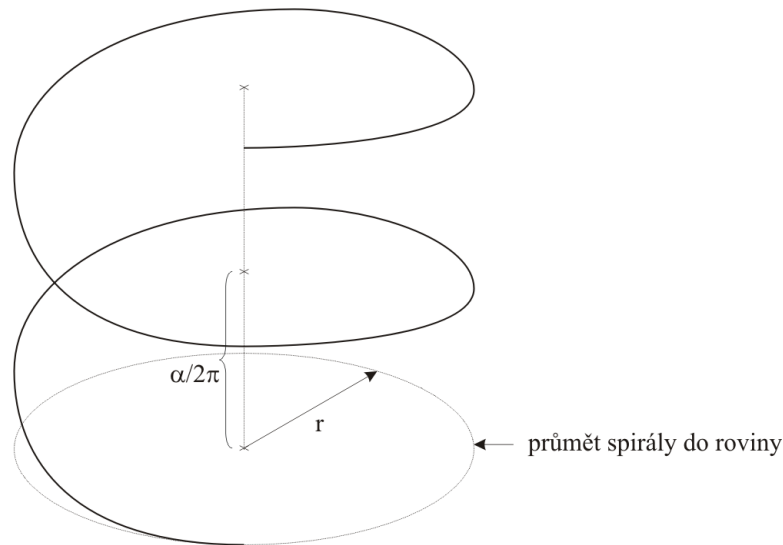
## Náhradní příklady č. 7 – zadáno 1.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Po spirálovité plošině tlačíme bednu o hmotnosti  $m = 10$  kg. Trajektorii bedny lze tak popsat parametricky vyjádřenou křivkou  $x(s) = r \cos(s)$ ,  $y(s) = r \sin(s)$ ,  $z(s) = \alpha s$ , konkrétně  $r = 2$ ,  $\alpha = \pi$ ;  $s$  je zde parametrem křivky. Bednu vytlačíme po dvou obězích po spirále (tzn. že  $s \in [0, 4\pi]$ ) s počáteční rychlostí  $0 \text{ ms}^{-1}$  s konstantním zrychlením za dobu 80 s. Koeficient dynamického tření mezi bednou a plošinou je  $f_d = 0,23$ . Vypočtete
- celkovou práci vykonanou výslednou silou po vytlačení bedny,
  - práce vykonané silou, kterou tlačíme do bedny, tíhovou a třecí silou po vytlačení bedny,
  - zjistěte, jak se mění výkon v čase při vytlačení bedny, tj. nalezněte  $P(t)$ , a zjistěte střední hodnotu výkonu v časovém intervalu  $[0, 80]$  s.

Hodnota tíhového zrychlení je  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ .

*Rada:* Úlohu je vhodné řešit tak, že si nejprve vypočítáme délku trajektorie bedny, tj. délku spirály, podle vztahu pro výpočet délky křivky dané parametricky  $l = \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{(\dot{x}(s))^2 + (\dot{y}(s))^2 + (\dot{z}(s))^2} ds$  (v tomto případě je  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 4\pi$ ) a potom problém řešit jako pro případ pohybu bedny po nakloněné rovině s délkou  $l$ .



2. Jaká je práce a výkon tíhové síly při pohybu částice v homogenním tíhovém poli Země? Za jakých podmínek bude práce vykonaná tíhovou silou nulová? Jaká je střední hodnota výkonu této síly v časovém intervalu  $[0, T]$ ?

## Náhradní příklady č. 8 – zadáno 8.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

- V konzervativním silovém poli, které má potenciál ve tvaru  $\phi(x, y, z) = \frac{2y}{(x+1)^2} + \cos(\frac{\pi}{3}yz)$ , se nachází květináč o hmotnosti 1,6 kg. Jak velká síla na něj působí v bodě  $(1, 1, 1)$ ?
- Zjistěte, s jakou rychlostí musí raketa opustit povrch Země, aby dospěla do bodu, v němž se gravitační působení Země a Měsíce vzájemně kompenzují (tzn. když raketa dospěje do tohoto bodu, tak v něm již zůstane). Předpokládejte, že soustava Země–Měsíc je v klidu v inerciální vztázně soustavě. Potenciál  $\phi$  vytvářený

sféricky symetrickým objektem o hmotnosti  $M$  ve vzdálenosti  $r$  od jeho středu je  $\phi = -\kappa \frac{M}{r}$ . Hmotnost Země je  $M_Z = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg, hmotnost Měsíce je  $M_M = 7,35 \cdot 10^{22}$  kg, poloměr Země je  $R_Z = 6\,373$  km, poloměr Měsíce je  $R_M = 1\,737$  km, vzdálenost středu Země od středu Měsíce je  $384\,403$  km,  $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>kg<sup>-2</sup> je gravitační konstanta.

## Náhradní příklady č. 9 – zadáno 15.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

- HRW 9:21Ú: Náboj je vystřelen s počáteční rychlostí  $20 \text{ ms}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $60^\circ$ . Ve vrcholu své trajektorie se roztrhne na dvě části o stejné hmotnosti. Jedna jeho část, jejíž rychlost je bezprostředně po výbuchu nulová, padá svisle dolů. Jak daleko od děla dopadne druhá část, stojí-li dělo na vodorovném terénu a zanedbáme-li odpor vzduchu?
- HRW 9:48Ú: Dělo o hmotnosti  $1\,400$  kg vystřelilo náboj o hmotnosti  $70,0$  kg rychlostí o velikosti  $556 \text{ ms}^{-1}$  vzhledem k hlavní děla. Hlaveň svírá s vodorovnou rovinou úhel  $39,0^\circ$ . Dělo je umístěno na vozíku, který se pohybuje bez tření. (a) Jaká je rychlost náboje vzhledem k zemi? (b) Pod jakým úhlem vzhledem k zemi je náboj vystřelen? (*Tip:* Vodorovná složka hybnosti soustavy se během výstřelu nemění.)

## Náhradní příklady č. 10 – zadáno 22.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

- Časová závislost úhlové polohy bodu rotujícího kola je popsána funkcí  $\varphi(t) = -8 + 2t + 5t^2 + t^3$  ( $\varphi$  je v radiánech. Nalezněte:
  - úhlovou rychlost a úhlové zrychlení jako funkce času,
  - časové okamžiky, kdy jsou úhel, úhlová rychlost a úhlové zrychlení nulové,
  - hodnoty výše zmíněných úhlových veličin v čase  $t = 3$  s.
- Moment setrvačnosti desky otáčející se kolem příčné osy vedené jejím středem je  $J_D = \frac{1}{12} m_D (a^2 + b^2)$ , kde  $m_D$  je její hmotnost,  $a$  a  $b$  jsou délky jejích stran (délky třetí strany je zanedbatelná). Jaký poloměr by musela mít koule o dvojnásobné hmotnosti, aby její moment setrvačnosti byl  $2,5$ krát větší než moment setrvačnosti desky, jejíž jedna strana je  $3$ krát větší než druhá?

## Náhradní příklady č. 11 – zadáno 29.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

- Moucha o hmotnosti  $m$  sedí na obvodu homogenního kotouče o hmotnosti  $10m$ , který se může volně otáčet kolem svislé osy vedené jeho středem. Zpočátku se kotouč s mouchou otáčí úhlovou rychlostí  $\omega_0$ . Moucha přejde po kotouči směrem k jeho středu a zastaví se v bodě vzdáleném od středu o polovinu poloměru kotouče.
  - Určete změnu úhlové rychlosti  $\Delta\omega$  soustavy kotouč+moucha.
  - Vypočtete poměr  $\frac{E_k}{E_{k0}}$  výsledné a počáteční kinetické energie soustavy.
  - Jak vznikl přírůstek kinetické energie?
- Lešení o hmotnosti  $60$  kg a délce  $5$  m je drženo ve vodorovné poloze závěsnými lany na obou jeho koncích. Čistič oken o hmotnosti  $80$  kg stojí na místě, které je vzdáleno  $1,5$  m od jednoho konce. Jaká síla napínající lano je přenášena (a) lanem, které je blíže k čističi, (b) vzdálenějším lanem?

## Náhradní příklady č. 12 – zadáno 6.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

- Tři děti - každé o hmotnosti  $40$  kg - si udělali vor svázaný z klád. Každá kláda má průměr  $30$  cm a délku  $6$  m. Kolik klád museli děti použít, aby se s nimi vor nepotopil? Hustotu dřeva pokládejte za rovnu  $940 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- Nádrž je naplněna vodou do výšky  $H$ . V nádrži byl provrtán otvor v hloubce  $h$  pod vodní hladinou.
  - Ukažte, že vzdálenost  $x$  od stěny nádrže do místa, kde vodní proud vytékající z nádoby dopadne na zem, je dána výrazem  $x = 2\sqrt{h(H-h)}$ .

- b) Je možné navrtat nádrž v jiné hloubce, ze které by vytékající proud dopadl na zem ve stejné vzdálenosti  $x$ ? Pokud ano, v jaké?
- c) V jaké hloubce musí být otvor umístěn, aby vzdálenost  $x$  byla maximální?

## Náhradní příklady č. 13 – zadáno 13.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Jakou teplotu bude mít voda a v jakém skupenství se bude nacházet, pokud ledu o hmotnosti 450 g a teplotě  $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$  dodáme 0,1 kWh tepelné energie? Tepelná kapacita vody je  $4186\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , měrné skupenské teplo tání ledu je  $333\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$  a měrné skupenské teplo varu vody je  $2256\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ .
2. Odvoďte vztah pro práci adiabatického plynu. Dále spočítejte, jakou práci vykoná neon, oxid uhličitý a dusík při tomto ději (každý zvlášť), pokud počáteční objem plynu je  $50\text{ dm}^3$ , počáteční tlak je 10 000 Pa a konečný objem je  $10\text{ dm}^3$ . Jaký je konečný tlak? Jaká je změna vnitřní energie plynu?