

Příklady na posloupnosti

Posloupnosti

- Je dána posloupnost $\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$.
 - a) Dokažte, že posloupnost je klesající.
 - b) Je tato posloupnost shora omezená, zdola omezená, omezená?
 - c) Nalezněte její rekurentní vyjádření.
- Prvních několik prvních členů posloupnosti jsou: $100, 1, 10^{-2}, 10^{-4}, \dots$.
 - a) Nalezněte její rekurentní vzorec.
 - b) Vyjádřete danou posloupnost vztahem pro n -tý člen.
 - c) Zjistěte, od kterého členu platí, že $|a_n| < 10^{-30}$.
- a) Napište rekurentní vyjádření posloupnosti $\left(\frac{n}{n+1}\right)_{n=1}^{\infty}$.
 - b) Dokažte, že posloupnost $\left(\frac{1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ je konvergentní a limita posloupnosti je 0.
 - c) Užitím b) rozhodněte, zda posloupnost $\left(\frac{n}{n+1}\right)_{n=1}^{\infty}$ je konvergentní, pokud ano, určete její limitu.
- Rozhodněte, zda posloupnosti jsou konvergentní, určete jejich limity:

a) $(2^n)_{n=1}^{\infty}$, b) $(2 + 1^n)_{n=1}^{\infty}$, c) $\left(2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)_{n=1}^{\infty}$, d) $((-2)^n)_{n=1}^{\infty}$.

- Rozhodněte, které posloupnosti jsou rostoucí, klesající, omezené, shora omezené, zdola omezené:

a) $\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$, b) $\left(\frac{n-1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$, c) $(n(-1)^n)_{n=1}^{\infty}$, d) $\left(\cos\left(\frac{1}{2}n\pi\right)\right)_{n=1}^{\infty}$.

- Posloupnost je dána rekurentně: $a_1 = 1, a_{n+1} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 a_n$.

- a) Vyjádřete posloupnost pro n -tý člen.
- b) Od kterého členu platí $|a_n| < 0,001$?

Aritmetické posloupnosti

- Určete součet prvních 25 členů aritmetické posloupnosti, v níž $a_5 = 1, a_{17} = -2$.
- Mezi čísla 4 a 37 vložte několik čísel tak, aby spolu s danými tvořily aritmetickou posloupnost a aby součet všech čísel byl 246. Určete počet vložených čísel a diferenci aritmetické posloupnosti.
- Zjistěte, zda existuje konvexní n -úhelník, jehož nejmenší vnitřní úhel má velikost 100° a každý následující úhel je o 10° větší než předcházející.

Geometrické posloupnosti

- Určete všechny členy geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, pro něž platí $s_4 = 15, a_1 + a_4 = 9$.
- Řekněme, že v bance budete ukládat 1 000 Kč měsíčně na běžný účet s měsíčním úrokem 0,5%. Jakou částku naspoříte za 10 let? O kolik je to víc, než kdybyste si spořili doma, „do šuplíku“?
- Počet obyvatel státu na počátku roku 2008 byl N_0 . Zjistěte, ve kterém roce překročí počet obyvatel tohoto státu k -násobek původního stavu, jestliže předpokládáme roční přírůstek p %. Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty $N_0 = 3 \cdot 10^7, p = 2, 4, k = 1, 2$.