Příklady 2 - Kinematika - 27.9.2007

1. Počáteční poloha míčku je dána polohovým vektorem $\vec{r}_1 = (-3, 2, 5)$, koncová poloha je určena vektorem $\vec{r}_2 = (9, 2, 8)$. Určete vektor posunutí míčku. Určete velikost a směr tohoto posunutí.

2. Poloha iontu se během 10 s změní z hodnoty $\vec{r}_1 = (5, -6, 2)$ na $\vec{r}_2 = (-2, 8, -2)$ (v metrech). Jaká je jeho průměrná rychlost v tomto časovém intervalu?

3. Poloha elektronu je dána vztahem $\vec{r}(t) = (3t, -4t^2, 2)$. (a) Určete časovou závislost elektronu $\vec{v}(t)$. (b) Jakou rychlost má elektron v okamžiku $t = 2\ s$? (c) Určete průměrnou rychlost a průměrné zrychlení v časovém intervalu $[1, 2]\ s$.

4. Částice se pohybuje v rovině xy. Její poloha se mění s časem podle vztahu $\vec{r}(t) = (2t^3 - 5t, 6 - 7t^4)$. Určete $\vec{v}(t)$ a $\vec{a}(t)$. Určete polohu, rychlost a zrychlení v čase $t = 2\ s$.

5. Určete závislost vektoru rychlosti $\vec{v}(t)$ a vektoru zrychlení $\vec{a}(t)$ hmotného bodu na čase, jestliže $\vec{r}(t) = (2t\sin(t) + 1, e^{-3t}\cos(t^2), \ln(5t^2 - t + 2))$.

   Pozn.: Obrácená úloha

6. Určete závislost polohy automobilu na čase, jesliže jeho pohyb je rovnoměrný přímočarý, je určen vektorem rychlosti $\vec{v}_0 = (2, 3)$, a jestliže jeho poloha v čase $t = 0\ s$ byla $\vec{r}_0 = (0, 1)$. Jaké je zrychlení automobilu?

7. Nalezněte $\vec{v}(t)$ a $\vec{r}(t)$ částice, jestliže její vektor zrychlení se nemění.

8. Příklad 7. aplikujte na pohyb částice v homogenním tíhovém poli Země, kde $\vec{a} = (0, 0, -g)$, $g = 9,81\ ms^{-2}$. Jaká je rovnice trajektorie částice v případě volného pádu, šikmého vrhu? Jaký je v těchto případech vztah pro rychlost? Získané výsledky interpretujte.

9. Částice padá volným pádem z výšky 100 m nad zemí s počáteční rychlostí 3 ms^{-1}. S jakou rychlostí dopadne, za jak dlouho a s jakým zrychlením? $[4,2\ s; 44,4\ ms^{-1}]$

10. Vystřelíme–li náboj z pistole rychlostí 500 ms^{-1} proti směru tíhového zrychlení Země, jaké výšky dosáhne a za jak dlouho. S jakou rychlostí dopadne na místo výstřelu a s jakým zrychlením? $[51\ s; 12\,742\ m]$

11. Při filmování honičky má kaskadér běžící rychlostí $4,5\ ms^{-1}$ skočit na střechu sousední budovy, která je $4,8\ m$ ve svislém směru pod kaskadérem. Budovy jsou vzdáleny $6,2\ m$. Zvládne to? $[4,5\ m;\text{ne}]$

12. Adam a Petr soutěží v tom, kdo dál hodí sněhovou koulí. Adam hodil kouli rychlostí 14 ms^{-1} pod elevačním úhlem 70°, Petr hodil kouli rychlostí 12 ms^{-1} pod elevačním úhel 50°. Kdo hodil kouli dál? Jaké jsou rychlosti dopadu obou koulí? Jaké je zrychlení obou koulí při dopadu?

13. Pirátská loď je zakotvena 560 m od pobřežní pevnosti, která chrání vjezd do ostrovního přístavu. Obránci mají k dispozici dělo umístěné v úrovni mořské hladiny, které může vystřelit náboj rychlostí 82 ms^{-1}. Pod jakým elevačním úhlem musí být nastavena hlaveň, aby zasáhla pirátkou loď? Jak dlouho náboj poletí? Jaká je největší výška nad hladinou, jíž náboj dosáhne při letu? $[27°; 63°; 7,7\ s; 17,5\ s; 71\ m; 272\ m]$

   Pozn.: Rovnoměrný pohyb po kružnici

14. Rovnoměrný pohyb po kružnici lze parametricky popsat jako $x(t) = r\cos(\omega t)$, $y(t) = r\sin(\omega t)$ ($r = konst.$, $\omega = konst.$). Nalezněte $\vec{v}(t)$. Přesvědčte se, že $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, kde $\vec{\omega} = (0, 0, \omega)$ je vektor úhlové rychlosti. Nalezněte $\vec{a}(t)$. Jaké jsou velikosti rychlosti a zrychlení? Jaký směr mají $\vec{v}$ a $\vec{a}$? Jaká je perioda tohoto pohybu?

15. Sprinter běží rychlostí $9,2\ ms^{-1}$ po kruhové dráze. Dostředivé zrychlení má velikost $3,8\ ms^{-2}$. Jaký je poloměr dráhy? Jaká je perioda pohybu?

16. Vrtule ventilátoru se otáčí 1200krát za minutu. Sledujeme bod na konci listu vrtule ve vzdálenosti $0,15\ m$ od osy otáčení. Jakou dráhu opíše tento bod při jedné otáčce vrtule? Jaká je velikost jeho rychlosti? S jakým zrychlením se pohybuje? Jaká je perioda pohybu?

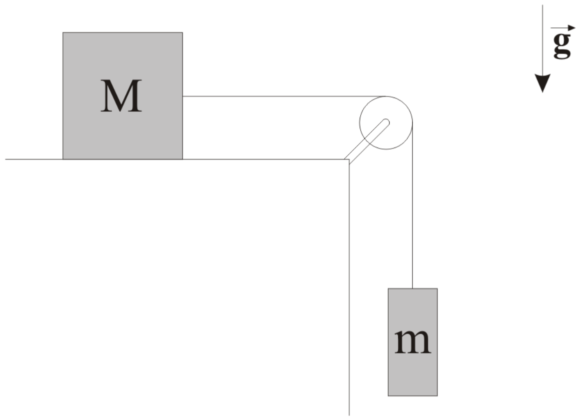
17. Kosmonaut se otáčí na centrifuze s poloměrem 5 m ve vodorovné rovině. Jakou rychlostí se pohybuje, má–li dostředivé zrychlení $7g$? Kolikrát za minutu se centrifuga otočí? Jaká je perioda jejího pohybu?

Příklady ze cvičení č. 4 – 4.10.2007

1. Loď pluje proti proudu řeky rychlostí 14 kmh^{-1} vzhledem k vodnímu proudu. Voda v řece teče rychlostí 9 kmh^{-1}. a) Jakou rychlostí pluje loď vzhledem k břehům? b) Chlapec na lodi jde po palubě od přídě k zádi rychlostí 6 kmh^{-1}. Jaká je jeho rychlost vzhledem k břehům?
2. Kameraman stojí na otevřené plošině dodávky a filmuje běžícího geparda. Dodávka jede rychlostí 65 kmh^{-1} západním směrem, gepard běží ve stejném směru a je o 48 kmh^{-1} rychlejší. Náhle se gepard zastaví, otočí se a běží zpět na východ rychlostí 97 kmh^{-1} vzhledem k zemi. Celý obrat trvá 2 s. Určete průměrné zrychlení zvířete vzhledem ke kameramanovi i vzhledem k zemi.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.

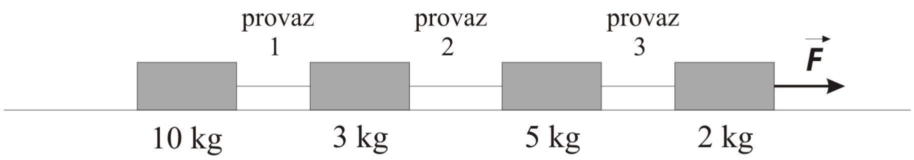
Příklady ze cvičení č. 5 – 18.10.2007

1. Napište pohybové rovnice pro tělesa s hmotností m a M. Předpokládejme, že zavěšené těleso na obrázku váží 75 N. Rozhodněte, zda je hodnota T, resp. T' stejná, větší nebo menší než 75 N, pohybuje–li se těleso směrem dolů a) se vzrůstající rychlostí, b) s klesající rychlostí.

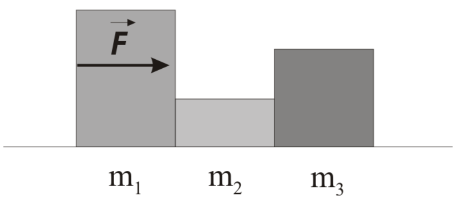


2. Kostka na provázku je připevněna na provaze uchyceném ke sloupku, který je pevně spojen s nakloněnou rovinou. Rozhodněte, zda velikosti následujících sil rostou, klesají či zůstávají neměnné, narůstá–li úhel sklonu θ od nulové hodnoty: a) složka tíhové síly působící na kostku měřená podél nakloněné roviny, b) síla napínající provaz, c) složka tíhové síly působící na kostku měřená ve směru kolmém k nakloněné rovině, d) normálová síla, jíž působí nakloněná rovina na kostku.

3. Na obrázku jsou čtyři kostky tažené po dokonale hladké vodorovné podložce silou $\vec{F}$. Jaká celková hmotnost je urychlována směrem vpravo a) silou $\vec{F}$, b) vláknem 3, c) vláknem 1? d) Sestavte sestupné pořadí kostek podle velikosti jejich zrychlení. e) Sestavte sestupné pořadí vláken podle velikosti tažné síly.



4. Na obrázku jsou tři kostky tlačené po dokonale hladké podložce vodorovnou silou $\vec{F}$. Jaká celková hmotnost je urychlována směrem vpravo a) silou $\vec{F}$, b) silou $\vec{F}_{21}$, jíž působí kostka 1 na kostku 2, c) silou $\vec{F}_{32}$, jíž působí kostka 2 na kostku 3? d) Seřaďte kostky sestupně podle velikosti jejich zrychlení. e) Seřaďte sestupně síly $\vec{F}$, $\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{32}$ podle jejich velikosti.



Příklady ze cvičení č. 6 – 25.10.2007

1. Mince leží na knize, která je skloněna vzhledem k vodorovné rovině o úhel θ. Zkusmo jsme zjistili, že při zvýšení úhlu θ na 13° začne mince klouzat. Jaký je koeficient statického tření f_s mezi mincí a knihou?
2. Automobil jede po silnici konstantní rychlostí v_0. V jistém okamžiku začne brzdit. Určete, jak dlouhá bude jeho brzdná dráha, jestliže koeficient dynamického tření mezi silnicí a pneumatikami je f_d. Řešte obecně, pak pro hodnoty $f_d = 0,6$, $v_0 = 150\ \mathrm{kmh}^{-1}$.
3. Hokejový kotouč o hmotnosti 110 g klouže po ledové ploše a urazí 15 m, než se zastaví. Velikost jeho počáteční rychlosti je $6,0\ \mathrm{ms}^{-1}$. Určete velikost třecí síly působící na kotouč a koeficient tření mezi kotoučem a ledem.
4. Koeficient statického tření mezi pneumatikami automobilu a silnicí je $0,25$. Jakou největší rychlostí může automobil projet bez smyku vodorovnou zatáčkou o poloměru $47,5$ m?
5. Malá kulička o hmotnosti 50 g zavěšená na niti délky $1,2$ m tvoří konické kyvadlo. Kulička obíhá po vodorovné kružnici o poloměru 25 cm. Jak velká je rychlost kuličky? Jaké je její zrychlení? Jak velká je tahová síla niti?
6. Tělísko o hmotnosti m leží na dokonale hladkém stole a je spojeno se závažím o hmotnosti M provázkem provlečeným otvorem ve stole. Určete rychlost, kterou se musí tělísko m pohybovat, aby závaží M bylo v klidu.
7. Dokažte, že funkce $\sin(\omega t)$ a $\cos(\omega t)$ a také jejich lineární kombinace vyhovují diferenciální rovnici $\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$.

Příklady ze cvičení č. 7 – 1.11.2007

1. Volný elektron ($m = 9,11.10^{-31}$ kg) v mědi má při nejnižší dosažitelné teplotě kinetickou energii $6,7.10^{-19}$ J. Jak velká je jeho rychlost?

2. Kostka o hmotnosti $m = 1,5$ kg ležící na dokonale hladkém stole je tlačena silou $F = 10$ N. Spočtěte práci této síly, jestliže na kostku začneme tlačit, když je vůči stolu v klidu, a skončíme po 15 sekundách.

3. Chlapec tlačí před sebou bednu o hmotnosti 20 kg silou 100 N. Bedna se pohybuje konstantní rychlostí 1 ms^{-1}. Jakou práci vykonají síly působící na bednu, jestliže se posune do vzdálenosti 50 m? Jaká je celková práce vykonaná bednou? Jaká je práce vykonaná třecí silou? Jaký je výkon této síly?

4. Vepřík se chce skouznout po třech dokonale hladkých skluzavkách. Seřaďte sestupně skluzavky podle práce vykonané tíhovou silou po skouznutí vepříka.

5. Kulička se pohybuje v rovině po kružnici o poloměru r. Vypočtěte práci výsledné síly působící na kuličku při jednom oběhu. Jaký je výkon této síly?

6. Výkon síly působící na částici se mění jako funkce $P(t) = 2\cos(0,3\pi t) + 3t$. Spočtěte její práci. Jaká je střední hodnota tohoto výkonu v časovém intervalu $[0, 10]$ s?

7. Síla, kterou je třeba vléci loď, aby se pohybovala rovnoměrně, je úměrná okamžité rychlosti lodi. (Tato síla musí kompenzovat odporovou sílu vody.) Její výkon při rychlosti 4 kmh^{-1} je $7,5$ kW. Jaký okamžitý výkon tažné síly odpovídá rychlosti 12 kmh^{-1}?

8. Jaká je práce pružné síly? Kdy je nulová? Závaží o hmotnosti 200 g ležící na stole, v jehož rovině se může pohybovat bez tření, je spojeno s pružinkou o tuhosti 10 Nm^{-1}. Z rovnovážné polohy je vychýleno o 5 cm a náhle puštěno. Jaká je frekvence tohoto kmitání?

9. Jaká je práce a výkon tíhové síly při pohybu částice v homogenním tíhovém poli Země? Za jakých podmínek bude práce vykonaná tíhovou silou nulová? Jaká je střední hodnota výkonu této síly v časovém intervalu $[0, T]$?

10. Jak dlouho musíme svítit 100 W žárovkou, abychom spotřebovali 1 kWh energie? Kolik Kč bude stát 1 hodina svícení, jestliže 1 kWh stojí $4,20$ Kč?

Příklady ze cvičení č. 8 – 8.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

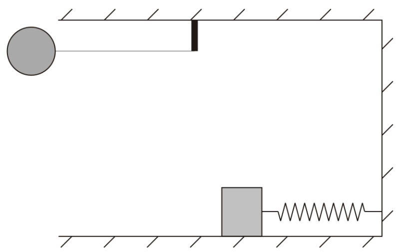
Zákon zachování mechanické energie

1. V konzervativním silovém poli, které má potenciál ve tvaru $\phi(x,y,z) = \frac{2y}{(x+1)^2} + \cos(\pi yz)$, se nachází květináč o hmotnosti $1,6\,\mathrm{kg}$. Jak velká síla na něj působí v bodě $(1,1,1)$?

2. Anička se dohodla s kamarády, že půjdou na bazén. Tam uviděla novou skluzavku a rozhodla se, že se na ní sveze. Skluzavky má tvar spirály, místo, ze kterého se na skluzavku nastupuje, je $4,8\,\mathrm{m}$ nad zemí. S jakou rychlostí sklouzne do bazénu, jestliže tření mezi podložkou a Aničkou a odpor prostředí můžeme zanedbat? Anička váží $41\,\mathrm{kg}$. Jak se tato rychlost změní, jestliže vlivem tření a odporu okolního prostředí ztratí $50\,\mathrm{J}$ energie? Kdyby Anička omylem vypadla z nástupního místa, s jakou rychlostí by spadla na zem (kdyby padala volným pádem)?

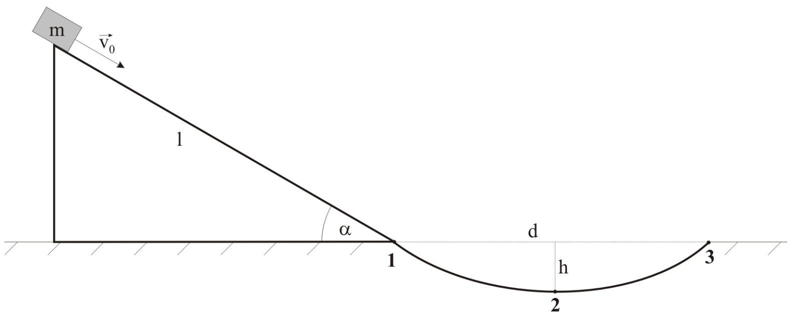
3. K pružince o tuhosti $k = 100\,\mathrm{Nm}$ připevníme misku o hmotnosti $700\,\mathrm{g}$. S jakou rychlostí projde miska rovnovážnou polohou, jestliže ji vychýlíme z rovnovážné polohy o $50\,\mathrm{cm}$? Kolikrát se tato rychlost změní, jestliže ji vychýlíme o dvojnásobnou vzdálenost?

4. Koule o hmotnosti $m_1 = 3,0\,\mathrm{kg}$ a kostka o hmotnosti $m_2 = 3,0\,\mathrm{kg}$ jsou umístěny v konfiguraci podle následujícího obrázku. Délka provázku je $l = 50\,\mathrm{cm}$, tuhost pružiny je $k = 80\,\mathrm{Nm}$, poloměr koule $10\,\mathrm{cm}$. Kouli v jistém okamžiku pustíme. Za určitou dobu narazí do kostky a ta vlivem nárazu začne kmitat. Jaká je amplituda tohoto kmitání, když víte, že koule po nárazu zůstane na místě? Jaká je frekvence kmitání kostky po nárazu?



5. S jakou rychlostí byste museli vyskočit z povrchu Země, abyste se dostali do výšky středního poloměru Země nad Zemí? Hmotnost Země je $5,97.10^{24}\,\mathrm{kg}$, střední poloměr $6\,373\,\mathrm{km}$, tíhové zrychlení se mění se vzdáleností h od povrchu Země podle vztahu $a(h) = \kappa\frac{M_Z}{(R_Z+h)^2}$, $\kappa = 6,67.10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ je gravitační konstanta.

6. Těleso o hmotnosti m je na nakloněné rovině o délce l a sklonem α tak, že jeho těžiště je nad hranou nakloněné roviny. Jeho počáteční rychlost je v_0 (viz obrázek).



Jakou rychlost bude mít, když jeho těžiště bude: (a) nad bodem 1, (b) nad bodem 2, (c) nad bodem 3. Délka důlku je d, hloubka h.

Těžiště

7. Tři částice o hmotnostech $m_1 = 1,2$ kg, $m_2 = 2,5$ kg a $m_3 = 3,4$ kg jsou umístěny ve vrcholech rovnostranného trojúhelníka o straně $a = 140$ cm.Určete polohu těžiště soustavy.

8. HRW str. 211/př. 9.3: Zbytek homogenní kruhové kovové desky o poloměru $2R$, z níž byl vyříznut kotouč o poloměru R. Vzniklé těleso označme X. Jeho těžiště leží na ose x a v obrázku je označeno tečkou. Určete jeho souřadnici.

Příklady ze cvičení č. 9 – 15.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

Rychlost a zrychlení těžiště soustavy

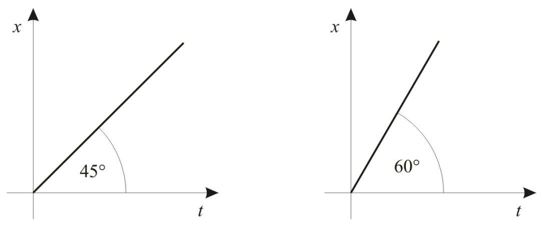
1. Osobní automobil o hmotnosti 1 000 kg stojí před semaforem. Rozsvítí se zelená a automobil se rozjíždí s konstantním zrychlením $4,0\,\mathrm{ms}^{-2}$. V tomto okamžiku jej předjede nákladní dodávka o hmotnosti 2 000 kg, která jede stálou rychlostí $8,0\,\mathrm{ms}^{-1}$. (a) Jaká je vzdálenost těžiště soustavy automobil + dodávka od semaforu v okamžiku $t = 3,0\,\mathrm{s}$? (b) Jaká je v tomto okamžiku rychlost těžiště soustavy? (c) Jaké je jeho zrychlení?

2. Dvě částice P a Q o hmotnostech $0,1\,\mathrm{kg}$ a $0,3\,\mathrm{kg}$ jsou zpočátku v klidu ve vzdálenosti $1,0\,\mathrm{m}$ a přitahují se konstantní silou o velikosti $1,0.10^{-2}\,\mathrm{N}$. Vnější síly na soustavu nepůsobí. (a) Popište pohyb těžiště soustavy. (b) V jaké vzdálenosti od původní polohy částice P se obě částice setkají?

3. HRW 9:21Ú Náboj je vystřelen s počáteční rychlostí $20\,\mathrm{ms}^{-1}$ pod elevačním úhlem $60°$. Ve vrcholu své trajektorie se roztrhne na dvě části o stejné hmotnosti. Jedna část, jejíž rychlost je bezprostředně po výbuchu nulová, padá svisle dolů. Jak daleko od děla dopadne druhá část, stojí–li dělo na vodorovném terénu a zanedbáme–li odpor vzduchu?

Hybnost, zákon zachování hybnosti

4. Na obrázku jsou zakresleny časové vývoje dvou částic. Určete, která z nich má větší hybnost, jestliže první částice váží 3 kg a druhá 1 kg.



5. v 1D: Z děla o hmotnosti $M = 1\,300\,\mathrm{kg}$ byla ve vodorovném směru vypálena koule o hmotnosti $m = 72\,\mathrm{kg}$. Rychlost koule vzhledem k zemi je $v = 50\,\mathrm{ms}^{-1}$. Při zpětném rázu se dělo pohybuje vzhledem k Zemi rychlostí V. (a) Určete V. (b) Jaká je rychlost koule vzhledem k dělu? (c) Jestliže by se dělo pohybovalo na počátku rychlostí $v_D = 2\,\mathrm{ms}^{-1}$, jaká by potom byla rychlost koule a děla po výstřelu vzhledem k zemi?

6. HRW 9:44Ú Plošinový železniční vůz o hmotnosti 2 140 kg, který se může pohybovat po kolejích tak, že energiové ztráty vzniklé třením jsou zanedbatelné, stojí v klidu u nástupiště. Zápasník o hmotnosti 242 kg běží rychlostí $5,3\,\mathrm{ms}^{-1}$ po nástupišti souběžně s tratí a vyskočí na vůz. Určete rychlost vozu v těchto případech: (a) Zápasník zůstane na voze stát, (b) běží vzhledem k vozu stálou rychlostí $5,3\,\mathrm{ms}^{-1}$ původním směrem, (c) otočí se a běží vzhledem k vozu rychlostí $5,3\,\mathrm{ms}^{-1}$ opačným směrem.

7. ve 2D: Šrapnel o hmotnosti $M = 30\,\mathrm{kg}$ se pohybuje v rovině rychlostí $\vec{V}$ a nepůsobí na něj žádné vnější síly. V jistém okamžiku vybouchne a rozpadne se na dvě části. Jedna jeho část má hmotnost $m_1 = 12\,\mathrm{kg}$ a pohybuje se rychlostí $\vec{v}_1 = (20, 12)\,\mathrm{ms}^{-1}$, jeho druhá část má hmotnost m_2 a pohybuje se rychlostí $\vec{v}_2 = (-10, 18)\,\mathrm{ms}^{-1}$. Určete velikost a směr rychlostí šrapnelu před výbuchem. Jaký je vektor rychlosti těžiště soustavy obou částí po výbuchu?

Srážky

8. Na dokonale hladkém stole jsou dvě kostky, jedna má hmotnost $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$ a je vůči stolu v klidu, druhá se pohybuje směrem k ní rychlostí $v_2 = 5\,\mathrm{ms}^{-1}$ a váží $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$. (a) Jaké budou rychlosti obou kostek po srážce (velikosti a směry)? (b) Jaká by musela být hmotnost druhé kostky, aby se první po srážce pohybovala rychlostí v_2? (c) Co se stane, když první kostka bude těžší než druhá? (d) Jak se změní (a), když během srážky dojde ke ztrátě $E_0 = 30\,\mathrm{J}$ energie?

9. Kulka o hmotnosti 100 g letí rychlostí $40\,\mathrm{ms}^{-1}$ a pronikne do dřevěného kvádru o hmotnosti 2 kg visícího v klidu na 50 cm dlouhém lanku zanedbatelné hmotnosti. Vypočtěte, do jaké maximální výšky nad původní polohou se kvádr dostane. O jaký maximální úhel se vychýlí lanko z původní polohy? Srážku považujte za dokonale nepružnou.

10. Kulečníková koule narazí rychlostí $2,2\,\mathrm{ms}^{-1}$ do jiné koule, která byla v klidu. Po srážce se jedna z koulí pohybuje rychlostí o velikosti $1,1\,\mathrm{ms}^{-1}$ ve směru, který svírá s původním směrem pohybu koule úhel $60°$. Určete rychlost druhé koule (velikost a směr). Hmotnosti obou koulí jsou stejné.

Příklady ze cvičení č. 10 – 22.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

Úhlová rychlost, úhlové zrychlení

1. Částice se pohybuje po kružnici tak, že úhel závisí na čase podle vztahu $\varphi(t) = 4t - t^3$. Vypočtěte úhlovou rychlost a úhlové zrychlení v čase $t = 2\,\mathrm{s}$. Kdy jsou výše uvedené veličiny nulové?
2. HRW str. 286/př. 1

Moment setrvačnosti

3. Na koncích nehmotné homogenní tyče délky L jsou umístěny koule, každá o hmotnosti m. Spočtěte moment setrvačnosti vzhledem k těžišti této soustavy. O koulích uvažujte jako o hmotných bodech umístěných na koncích tyče. S pomocí Steinerovy věty vypočtěte moment setrvačnosti vzhledem k ose rotace procházející jedním z hmotných bodů kolmo na jejich spojnici.
4. Ukažte, že moment setrvačnosti homogenního válce o hmotnosti m a poloměru podstavy R je vzhledem k jeho ose symetrie $J = \frac{1}{2}mR^2$.
5. HRW str. 287/ př. 11

Kinetická energie

6. Koule o hmotnosti $1\,\mathrm{kg}$ a poloměru $10\,\mathrm{cm}$ rotuje kolem své osy symetrie úhlovou rychlostí $1,2\,\mathrm{rad.s^{-1}}$. Vypočtěte její kinetickou energii a velikost obvodové rychlosti částice nacházející se na jejím povrchu.
7. Vypočtěte poměr kinetických energií válce rotujícího s úhlovou rychlostí ω kolem osy symetrie a kolem osy rovnoběžné s osou symetrie procházející jeho pláštěm. Jaký je tento poměr, jestliže osa ve druhém případě bude vzdálena od osy symetrie o α–násobek poloměru podstavy válce?
8. Homogenní prstenec, kotouč a koule o stejné hmotnosti a stejném poloměru R jsou současně uvolněny v nejvyšším bodě nakloněné roviny o délce $L = 2,5\,\mathrm{m}$ a úhlu sklonu $\theta = 12°$. Které z těles dorazí na konec nakloněné roviny nejdříve? Určete rychlost každého z těles na konci nakloněné roviny.

Příklady ze cvičení č. 11 – 29.11.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

Kinetická energie

1. Válec o hmotnosti 1 kg a poloměru 10 cm rotuje kolem své osy symetrie úhlovou rychlostí $1,2\,\text{rad.s}^{-1}$. Vypočtěte jeho kinetickou energii a velikost obvodové rychlosti částice nacházející se na jejím povrchu.

2. Homogenní koule je uvolněna z klidové polohy v nejvyšším bodě dráhy znázorněné na obr. a valí se po ní bez klouzání. Dráha končí nad bodem A, který je v obrázku vyznačen. V okamžiku, kdy koule opustí dráhu, má její rychlost vodorovný směr. Pro hodnoty $H = 6,0\,\text{m}$ a $h = 2,0\,\text{m}$ zjistěte, jak daleko od bodu A dopadne koule na podlahu.

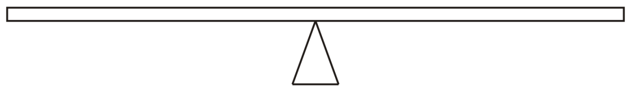
3. Homogenní prstenec, kotouč a koule o stejné hmotnosti a stejném poloměru R jsou současně uvolněny v nejvyšším bodě nakloněné roviny o délce $L = 2,5\,\text{m}$ a úhlu sklonu $\theta = 12°$. Které z těles dorazí na konec nakloněné roviny nejdříve? Určete rychlost každého z těles na konci nakloněné roviny.

Moment hybnosti, moment síly

4. Hmotný bod o hmotnosti $m = 2\,\text{kg}$, který je ve vzdálenosti 1 m od souřadné soustavy, má okamžitou rychlost o velikosti $3\,\text{ms}^{-1}$ svírající s kladným směrem osy y úhel 45°. Určete jeho moment hybnosti.

5. Na hmotný bod o hmotnosti $m = 2\,\text{kg}$, který je ve vzdálenosti 1 m od souřadné soustavy, působí v jistém okamžiku síla o velikosti 3 N v kladném směru osy y. Vypočtěte moment této síly.

6. Petr a Jirka se jsou houpat na houpačce. Sedátka jsou vzdálena od osy otáčení $a = 2\,\text{m}$. V jaké vzdálenosti od Jirky se musí posadit Alena, aby houpačka byla v klidu, když se na ni všichni tři současně posadí (když je houpačka rovnoběžná se zemí)?



7. Na koncích tyče zanedbatelné hmotnosti délky $l = 50\,\text{cm}$ visí závaží o hmotnostech $m_1 = 1\,\text{kg}$ a $m_2 = 3\,\text{kg}$. Jak daleko od závaží o hmotnosti m_2 je třeba tyč podepřít, aby obě závaží byla v klidu (v homogenním tíhovém poli Země)? Co by se stalo, kdybychom ji podepřeli v polovině?

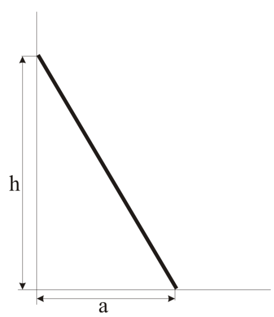
8. (ZZMH) Dvě částice o stejné hmotnosti $m = 3\,\text{kg}$ jsou vzdáleny od osy rotace $r = 50\,\text{cm}$ naproti sobě a otočí se jednou za 4 s. Jestliže v jistém okamžiku se jejich vzdálenost od osy rotace změní na 10 cm, kolikrát se nyní otočí za sekundu?

9. Koule má hmotnost m, poloměr R a otáčí se s úhlovou rychlostí ω. V okamžiku $t = 0\,\text{s}$ se začne smršťovat tak, že její hmotnost se bude zachovávat a poloměr se bude měnit s časem jako funkce $R(t) = R(0).e^{-\frac{1}{2}t}$. (a) Jak by se musela měnit úhlová rychlost s časem, aby se moment hybnosti zachovával? (b) Jak by se musela měnit úhlová rychlost, aby se moment hybnosti vyvíjel s časem jako $L(t) = 2\sin\frac{\pi}{2}t$.

10. Homogenní kotouč o hmotnosti $m_K = 2,5\,\text{kg}$ a poloměru $R = 20\,\text{cm}$ je připevněn na pevnou vodorovnou osu. Závaží o hmotnosti $m = 12\,\text{kg}$ visí na vlákně zanedbatelné hmotnosti navinutém na obvodu kotouče. Závaží padá svisle dolů a kotouč se roztáčí. Vypočtěte zrychlení závaží, úhlové zrychlení kotouče a tahovou sílu vlákna. Předpokládejte, že vlákno po obvodu kotouče neklouže a zanedbáváme tření v ose.

11. Těleso kruhového průřezu o hmotnosti m a poloměru R se valí po nakloněné rovině se sklonem α. Vypočtěte jeho (a) zrychlení, (b) úhlové zrychlení a (c) velikost třecí síly.

12. Nalezněte podmínku rovnováhy pro opřený žebřík o hmotnosti m.



Tlak

13. Jakým tlakem působí železný kvádr o rozměrech $10 \times 20 \times 30\,\mathrm{cm}$ položený na stůl jednotlivými plochami? Hustota železa je $7\,860\,\mathrm{kg.m^{-3}}$.

Hydrostatika

14. V U–trubici znázorněné na obrázku (HRW str. 389 př. 15.3) se nacházejí dvě kapaliny ve statické rovnováze: voda s hustotou ρ_v se nachází v pravém rameni, olej s neznámou hustotou ρ_x v levém rameni. Měřením zjistíme, že $l = 135\,\mathrm{mm}$ a $d = 12{,}3\,\mathrm{mm}$. Jaká je hustota oleje?

Příklady ze cvičení č. 12 – 6.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

1. Lidské plíce vyvinou přetlak nejvýše jednu dvacetinu atmosféry. Když potapěč užívá sací trubky, jak nejhlouběji pod hladinou může plavat?

2. Vypočtěte výšku sloupce vody, na jehož základně bude tlak 1 atm. Tíhové zrychlení je $9,81\,\mathrm{ms}^{-2}$.

   Pascalův zákon

3. HRW 15:29C V hydraulickém lisu se pístem o malé plošce s obsahem S_1 působí na kapalinu silou F_1. Spojovací trubka vede kapalinu k pístu o podstatně větším obsahu S_2. (a) Jak velká síla F_2 působí na větší píst? (b) Jak velká síla F_1 působící na malý píst vyváží na velkém pístu tíhu předmětu o hmotnosti 2 tuny, když malý píst má průměr 4 cm a velký 56 cm.

   Archimédův zákon

4. Hustota ledovce je $917\,\mathrm{kgm}^{-3}$, hustota vody, v níž je ponořen, je $1\,025\,\mathrm{kgm}^{-3}$. Určete, jaká část ledovce je ponořena ve vodě.

5. Kus dřeva má hmotnost $3,67$ kg a hustotu $600\,\mathrm{kg.m}^{-3}$. Přidáme k němu tolik olova, aby 90% objemu dřeva bylo potopeno. Jaké množství olova je zapotřebí, (a) když olovo je přidáno na vrchní část dřeva (není potopeno), (b) když olovo je přidáno na spodní část dřeva (je potopeno)? Hustota olova je $1,13.10^4\,\mathrm{kg.m}^{-3}$.

   Rovnice kontinuity

6. Řeka široká 20 m a hluboká 4 m odvodňuje území o rozloze $3\,000\,\mathrm{km}^2$. Průměrné roční srážky na tomto území činí $505\,\mathrm{mm.m}^{-2}$. Čtvrtina srážek se vypaří. Jaká je průměrná rychlost proudu vody?

   Bernoulliova rovnice

7. Do jaké výšky vystoupá...

8. HRW 15:60C Vstup do potrubí spojujícího nádrž přečerpávací elektrárny s elektrárnou má obsah $0,75\,\mathrm{m}^2$. Voda do něj vstupuje rychlostí $0,4\,\mathrm{ms}^{-1}$. V budově elektrárny, která je o 200 m níže, je výstup z trubice užší a voda z něj vytéká rychlostí $9,5\,\mathrm{ms}^{-1}$. Jaký je rozdíl tlaku mezi vstupem a výstupem? Jaká je plocha potrubí v elektrárně?

9. HRW 15:74Ú Nádrž na pitnou vodu je za přehradní hrází 15 m hluboká. Vodorovná trubka o průměru $4,0$ cm prochází hrází v hloubce $6,0$ m pod vodní hladinou. Trubka je zavřena zátkou. (a) Najděte nejmenší nutnou velikost síly tření mezi trubkou a zátkou. (b) Zátku odstraníme. Jaký objem vody vyteče trubkou za tři hodiny?

10. Voda vytéká z kohoutku o průřezu $3,1\,\mathrm{cm}^2$ rychlostí $1,5\,\mathrm{ms}^{-1}$. Vypočtěte, v jaké svislé vzdálenosti od výstupu bude mít vodní sloupec poloviční průřez. Jak by změnila tato vzdálenost, kdyby místo vody vytékal z kohoutku olej. Jaká bude rychlost vody a oleje v tomto místě?

    Teplotní délková, plošná a objemová roztažnost

11. Jestliže teplota T kovové tyčky vzroste o ΔT, tak její délka l vzroste o $\Delta l = l\alpha\Delta T$. Dokažte, že délka tyče závisí na teplotě vztahem $l(T) = l(T_0).\exp\left[\alpha(T - T_0)\right]$ (α je koeficient délkové roztažnosti). Analogicky zvýší–li se teplota pevné látky nebo kapaliny o teplotě T o ΔT, bude přírůstek objemu $\Delta V = \beta V \Delta T$ (β je koeficient objemové roztažnosti). Ukažte, že $\beta = 3\alpha$. Jaký vztah bude platit pro závislost plochy na teplotě?

12. Hliníkový stožár je 33 m vysoký. O kolik se prodlouží, stoupne–li teplota o 15°C ($\alpha_{Al} = 23.10^{-6}\,(\mathrm{C}^\circ)^{-1}$)?

13. Tyč z lehké slitiny má délku 10,000 cm při 20,000°C. Při jaké teplotě má tyč délku 10,009 cm ($\alpha_{slitina} = 0,7.10^{-6}\,(\mathrm{C}^\circ)^{-1}$)?

14. Skleněné okno má při teplotě 10°C rozměr přesně 20×30 cm. O kolik vzroste jeho plocha při teplotě 40°C ($\alpha_{sklo} = 9.10^{-6}\,(\mathrm{C}^\circ)^{-1}$)?

Příklady ze cvičení č. 13 – 13.12.2007

Čt 10:00 – 11:50, F2, skupina F1040/04

Tepelná kapacita

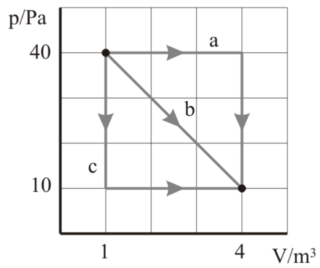
1. Do hliníkové nádoby ve tvaru válce s vnitřími rozměry průměru 16 cm a výškou 20 cm a o teplotě 20°C je nalita vřící voda zcela po okraj. Vypočtěte teplotu vody po nastání tepelné rovnováhy mezi nádobou a vodou. Soustavu nádoba–voda považujte za izolovanou. Měrná tepelná kapacita vody je 4 184 J.kg^{-1}.K^{-1} a hliníku 896 J.kg^{-1}.K^{-1}. Hliníková nádoba má hmotnost 300 g. Jaká by byla výsledná teplota, kdybychom nádobu naplnili jen z poloviny?

2. Jaké množství tepla je třeba dodat železnému kvádru o hmotnosti 10 kg a teplotě 50°C, aby se roztavil? Měrná tepelná kapacita železa je 452 J.kg^{-1}.K^{-1}, měrné skupenské teplo tání železa je 13, 8 kJ.mol^{-1}, atomová hmotnost železa je 55, 85 amu, teplota tání železa je 1 538°C. Kolik je to kWh? Jak dlouho by vydržela svítit jedna 100 W žárovka, kdybychom ji dodali vypočtené hmožství energie?

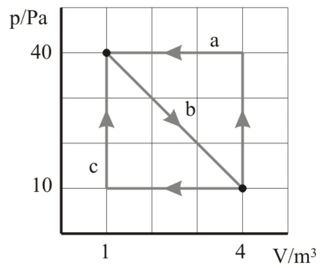
3. Závaží o hmotnosti 6, 00 kg padá z výšky 50, 0 m. Prostřednictvím lanka roztáčí vrtulku, která je ponořena v 0, 600 kg vody. Teplota vody je 15, 0°C. O kolik C° se nanejvýš voda zahřeje?

Zvláštní případy 1. zákona termodynamiky

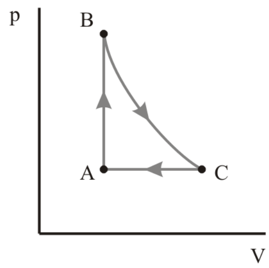
4. Při rozpínání plynu z objemu 1, 0 m^3 do objemu 4, 0 m^3 klesá tlak ze 40 Pa na 10 Pa. Jakou práci vykonal plyn, když tlak se mění s objemem třemi způsoby podle obrázku 1?



Obrázek 1 (úloha 4)



Obrázek 2 (úloha 5)



Obrázek 3 (úloha 7)

5. Plyn se rozepne z objemu 1, 0 m^3 na čtyřnásobek dle křivky *b* podle obrázku 2. Potom je stlačen zpět na objem 1, 0 m^3 dle křivky *a* nebo *c*. Určete práci, kterou plyn vykonal.

6. Soustava přijala 200 J práce a odevzdala 70 cal práce. S uvážením 1. zákona termodynamiky vyjádřete hodnoty a znaménka W, Q a ΔU.

7. Plyn vykonal cyklus podle obrázku 3. Vypočítejte teplo dodané plynu během děje $C-A$, když $Q_{A-B} = 20,0$ J je teplo dodané během děje $A-B$, děj $B-C$ je adiabatický a úhrnná práce plynem vykonaná během cyklu je 15, 0 J.

8. HRW 19:78Ú Soustava během děje $\mathcal{C}_i - A - \mathcal{C}_f$ podle obrázku 19.40 přijala teplo $Q = 50$ cal a vykonala práci $W = 20$ cal. Během děje $\mathcal{C}_i - B - \mathcal{C}_f$ přijala teplo $Q = 36$ cal. (a) Jaká je vykonaná práce během děje $\mathcal{C}_i - B - \mathcal{C}_f$? (b) Jaké teplo přijme soustava během děje popsaného křivkou $\mathcal{C}_f - \mathcal{C}_i$, jestliže je vykonaná práce $W = -13$ cal? (c) Jaká je vnitřní energie U_f, jesliže $U_i = 10$ cal? (d) Jak velké je teplo přijaté během dějů $\mathcal{C}_i - B$ a $B - \mathcal{C}_f$, je–li $U_B = 22$ cal?

Stavová rovnice ideálního plynu, rovnice adiabaty

9. Ideální plyn zaujímá při teplotě 10, 0 °C a tlaku 100 kPa objem 2, 50 m^3. (a) Kolik molů plynu tam je? (b) Jaký objem bude plyn zaujímat, zvýší–li se jeho tlak na 300 kPa a jeho teplota na 30 °C?

10. Vodík a dusík jsou uzavřeny v krabicích o stejných rozměrech 20 × 20 × 20 cm. Jejich tlak je 1 atm. Jak moc je třeba stlačit víko krabice u obou plynů, aby se tlak v krabici zvýšil na desetinásobek atmosférického tlaku v případě (a) izotermického a (b) adiabatického stlačení?

11. Neznámý plyn má teplotu 250, 0 K, zabírá objem 300 cm^3 a je izolován od okolního prostředí (tj. nedochází k tepelné výměně s okolím). Plyn stlačíme na objem 120 cm^3, přičemž jeho teplota vzroste na 360, 7 K. Je neznámým plynem argon, kyslík nebo metan?

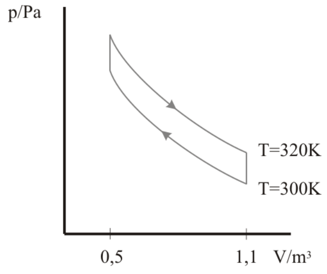
12. Ukažte, že práce vykonaná ideálním plynem je rovna $W = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$. Vypočtěte práci vykonanou 150 g dusíku při ději znázorněném na obrázku 4.

Účinnost tepelných strojů

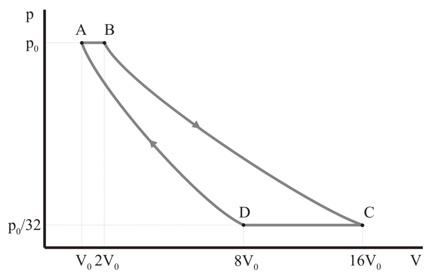
13. Spočtěte účinnost Carnotova cyklu. Dále předpokládejte, že účinnost Carnotova cyklu je 22 %. Pracuje s ohřívačem a chladičem, jejichž rozdíl teplot je 75 C°. Jaké jsou teploty chladiče a ohřívače?

14. Jeden mol jednomolekulového plynu o teplotě 250 K a objemu 11 dm^3 se izotermicky rozepne na objem $0,6\,\mathrm{m}^3$, pak je izobaricky stlačen na původní objem a nakonec se izochoricky rozepne. Spočítejte (a) jeho tlak na začátku a teplotu na konci izobarického stlačování, (b) jaké množství tepla plyn přijal během tohoto cyklu, (c) jaké množství tepla odevzdal, (d) jakou práci vykonal plyn, (e) jaká je účinnost celého cyklu.

15. Jeden mol ideálního plynu je pracovní látkou pro motor, který pracuje na cyklu znázorněném na obrázku 3. Křivky BC a DA popisují vratné adiabaty. (a) Je plyn jednoatomový, dvouatomový nebo víceatomový? (b) Jaká je účinnost motoru?



Obrázek 4 (úloha 12)



Obrázek 5 (úloha 15)