Početní praktikum 2

1. zápočtová písemka - jaro 2022[1]

1. Vypočítejte moment setrvačnosti homogenního tělesa $\mathcal{V} = \{(x, y, z)|\, z \in \langle 0, H - x^2 - y^2 \rangle\}$, kde $H = R^2$, vzhledem ke své přirozené geometrické ose $(0, 0, z)$. Výsledek napište jako funkci hmotnosti tohoto tělesa a rozměru R. (2,5 bodu)

   Výsledek: $J = \dfrac{MR^2}{3}$.

2. Vypočítejte velikost plochy dané předpisem: $S = \left\{ z - x^2 - y^2 = 0,\ z \in \langle 0, H \rangle \right\}$. Výsledek vyjádřete v jednotkách výšky H. Načrtněte zadanou plochu. (2,5 bodu)

   Výsledek: $S = \dfrac{\pi}{6}\left[(4H+1)^{3/2} - 1\right]$, jde o paraboloid jehož osu tvoří kladná část osy z, s podstavou v rovině xy, s výškou H a s poloměrem podstavy $R = \sqrt{H}$.

3. Vypočítejte polohu středu hmotnosti plochy: $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = R^2,\ x \leq 0,\ z \geq 0\}$, jejíž plošná hustota σ je dána funkcí $\sigma = |z|$. Načrtněte zadanou plochu. (2,5 bodu)

   Výsledek: $x_T = -\dfrac{4R}{3\pi}$, $y_T = 0$, $z_T = \dfrac{2R}{3}$, jedná se o část kulové plochy v 6. a 7. oktantu, se středem v bodě $(0, 0, 0)$, s poloměrem R.

4. Mísa ve tvaru polokoule o poloměru $R = 1\,\mathrm{m}$ je naplněna speciální kapalinou s konstantní hustotou ρ, v níž tlak roste s hloubkou h jako $p = \rho g h^2$. Určete přibližně tlakovou sílu, které musí nádoba odolat. Pro vyčíslení uvažujte hodnoty konstant $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, násobky π spočítejte přibližně. Atmosférický tlak zanedbejte. (2,5 bodu)

   Výsledek: $F_p = \dfrac{2\pi}{3}\rho g R^4 \approx 20\,000\,\mathrm{N}$.

[1] Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.