

## Počtení praktikum 1: první(a) písemka - podzim 2017

1. Vypočítejte derivaci funkce  $\frac{x^{\cos^2 x}}{\sqrt{ax^2 + b^2}}$ , kde  $a, b$  jsou kladné konstanty. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \frac{x^{\cos^2 x}}{\sqrt{ax^2 + b^2}} \left[ \frac{\cos^2 x}{x} - \ln(x) \sin(2x) - \frac{ax}{ax^2 + b^2} \right]$$

2. Vypočítejte integrál  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 1} dx$ . Určete  $\cap D_f$  zadané a výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \frac{2}{3} \operatorname{arctg}(x^{3/2}) \Big|_0^1 = \pi/6, x \geq 0$$

3. Válcová nádoba o poloměru 3 a výšce 12 je zcela vyplněna plynem, jehož tlak směrem vzhůru klesá. Pokles tlaku je vyjádřen funkcí  $p = 6 \times 2^{-\frac{z}{12}}$ , kde  $z$  je svislá vzdálenost ode dna válce. Vypočítejte velikost síly, kterou plyn působí na všechny stěny nádoby.<sup>1</sup> (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } 27\pi \left( 3 + \frac{8}{\ln 2} \right)$$

4. Vektor  $\vec{a}$  má v ortonormální bázi  $\mathcal{B}'$  složky  $(1, 1, -2)$ . Přejít mezi bázemi  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{B}'$  je dán

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= -\vec{e}'_1 + \vec{e}'_2 - \vec{e}'_3, \\ \vec{e}_2 &= \vec{e}'_1 + 2\vec{e}'_3, \\ \vec{e}_3 &= \vec{e}'_1 + \vec{e}'_2 + 2\vec{e}'_3. \end{aligned}$$

Určete matici  $\mathbf{T}$  přechodu z báze  $\mathcal{B}$  do báze  $\mathcal{B}'$ , matici  $\mathbf{S}$  přechodu z báze  $\mathcal{B}'$  do báze  $\mathcal{B}$  a složky vektoru  $\vec{a}$  v bázi  $\mathcal{B}$ . Je báze  $\mathcal{B}$  ortonormální (zdůvodněte)? (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \mathbf{T} = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_{(\mathcal{B})} = (-4, -8, 5), \text{ ne}$$

---

<sup>1</sup>Veličiny jsou uváděny pouze jako velikost, nejsou uváděny příslušné jednotky.