

# Počtení praktikum 1

## 1b. zápočtová písemka - podzim 2019

1. Vypočítejte derivaci funkce  $\frac{\cos^3 x (\log_7^2 x - 1)}{\sqrt{x}}$ . Určete průnik definičních oborů zadané a výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } -3 \sin x \cos^2 x \frac{\log_7^2 x - 1}{\sqrt{x}} + \frac{\cos^3 x}{x^{\frac{3}{2}}} \left[ \frac{2 \log_7 x}{\ln 7} - \frac{\log_7^2 x - 1}{2} \right], \quad x > 0$$

2. Vypočítejte integrál  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \operatorname{tg} x \sin x \, dx$ . Určete definiční obor funkce, zadané v integrandu. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } 2 \ln(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{2}, \quad x \neq (2k + 1) \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

3. Váleček o poloměru  $R$  a výšce  $H$  je vyroben z materiálu s vertikálně klesající objemovou hustotou  $\rho$ . Vypočítejte hmotnost  $M$  válečku, pokud

$$\rho = A \ln(B + z),$$

kde  $A$  a  $B$  jsou konstanty a  $z \in \langle 0, H \rangle$  je vertikální vzdálenost od spodku válečku. Jaké podmínky musí platit pro konstanty  $A$ ,  $B$ ? (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } M = \pi R^2 A [(B + H) \ln(B + H) - B \ln B - H], \quad A > 0, \quad B > 1$$

4. Vektor  $\vec{a}$  má v *ortonormální* bázi  $\mathcal{B}$  složky  $(1, 2, -1)$ . Přejít mezi bázemi  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{B}'$  je dán vztahy

$$\vec{e}_1' = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{e}_2' = \vec{e}_1 - \vec{e}_2, \quad \vec{e}_3' = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Určete matici  $\mathbf{T}$  přechodu z báze  $\mathcal{B}$  do báze  $\mathcal{B}'$ , matici  $\mathbf{S}$  přechodu z báze  $\mathcal{B}'$  do báze  $\mathcal{B}$  a složky vektoru  $\vec{a}$  v bázi  $\mathcal{B}'$ . Je báze  $\mathcal{B}'$  ortonormální (uveďte důvody pro nebo proti)? (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \mathbf{T} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_{(\mathcal{B}')} = (2, 3, 3)$$

Báze  $\mathcal{B}'$  není ortonormální, matice přechodu  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{S}$ , mají jednotkový determinant ale obě matice nejsou vzájemně transponované.