

Početni praktikum 1: druhá písemka - podzim 2022

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici (ODR) 1. řádu

$$y' = \frac{1}{\sin(x^2 + y)} - 2x$$

jejím převedením na separovatelný tvar, s počáteční podmínkou $y(0) = 0$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \arccos(1 - x) - x^2$

2. Řešte nehomogenní ODR 1. řádu

$$y' + \frac{y}{x} = x \cos x$$

s počáteční podmínkou $y(\pi) = 0$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \frac{2}{x}(\pi - \sin x) + x \sin x + 2 \cos x$

3. Řešte homogenní ODR 2. řádu

$$y'' + 4y' + 8y = 0$$

s okrajovými podmínkami $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$. Výsledek, včetně výpočtu příslušných konstant, vyjádřete v exponenciálním i goniometrickém tvaru. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = (1 - i)e^{(-2+2i)x} + (1 + i)e^{(-2-2i)x} = e^{-2x}(2 \cos 2x + 2 \sin 2x)$, $y = 0$

4. Řešte ODR 2. řádu

$$y'' - 4y' + 4y = x^2 e^{2x} + \frac{25}{3} \cos x$$

s okrajovými podmínkami $y(0) = 2$, $y'(0) = \frac{5}{3}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \left(\frac{x^4}{12} + x + 1\right)e^{2x} + \cos x - \frac{4}{3} \sin x$