

Počtení praktikum 1

2a. zápočtová písemka - podzim 2020

doba řešení - 90 minut, výsledky jsou červeně vyznačené

1. Řešte homogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$y' + \frac{x + y - 3}{x - y} = 0,$$

s počáteční podmínkou $y(0) = 2$. Určete průnik definičních oborů zadané rovnice a výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$(x - y)^2 = 2x^2 - 6x + 4, \quad x \notin \langle 1, 2 \rangle, \quad y \neq x.$$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$y' = 6x^2(2 + y) + 2x e^{2x^3}$$

s počáteční podmínkou $y(0) = 1$. (2,5 bodu)

$$y = (x^2 + 3) e^{2x^3} - 2.$$

3. Řešte homogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' - 2y' + 17y = 0$$

s okrajovými podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. Napište hodnoty konstant C_1, C_2 exponenciálního řešení a konstant A, B goniometrického řešení. (2,5 bodu)

$$y = e^x \left(\cos 4x - \frac{1}{4} \sin 4x \right), \quad C_1 = \frac{4 + i}{8}, \quad C_2 = \frac{4 - i}{8}, \quad A = 1, \quad B = -\frac{1}{4}.$$

4. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' + 2y' + y = (x^2 + x + 2) e^{-x} + \cos x$$

s okrajovými podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. (2,5 bodu)

$$y = e^{-x} \left(\frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{6} + x^2 + \frac{x}{2} + 1 \right) + \frac{1}{2} \sin x.$$