

Počtení praktikum 1

2a. zápočtová písemka

doba řešení - 60 minut

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $y' = 2x(e^{y+x^2} - 1)$ jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar. Určete průnik definičních oborů zadané rovnice a výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \ln\left(\frac{1}{C - x^2}\right) - x^2, \quad x \in (-\sqrt{C}, \sqrt{C}).$$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $y' = 6x^2e^{-3x} - 3y + 1$ s počáteční podmínkou $y(0) = 0$. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \left(2x^3 - \frac{1}{3}\right)e^{-3x} + \frac{1}{3}.$$

3. Řešte homogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' - 2y' + 10y = 0$ s okrajovými podmínkami $y(0) = 1, y'(0) = 0$. Výsledek vyjádřete v exponenciálním i goniometrickém tvaru. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \frac{3+i}{6}e^{(1+3i)x} + \frac{3-i}{6}e^{(1-3i)x} = e^x \left(\cos 3x - \frac{1}{3}\sin 3x\right).$$

4. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' + 2y' + 10y = x^2 + e^{-x}\cos 3x$ metodou neurčitých koeficientů. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = e^{-x} \left[\left(C_1 + \frac{x}{6}\right) \sin 3x + C_2 \cos 3x \right] + \frac{x^2}{10} - \frac{x}{25} - \frac{3}{250}.$$