

Početni praktikum 1

2b. zápočtová písemka - podzim 2020

doba řešení - 90 minut, výsledky jsou červeně vyznačené

1. Řešte homogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$y' = e^{-(y+x^4)} - 4x^3,$$

s počáteční podmínkou $y(0) = 0$.

(2,5 bodu)

$$y = \ln(x+1) - x^4.$$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu

$$y' = 3 \ln x + \frac{y}{x}$$

s počáteční podmínkou $y(1) = 1$. Určete průnik definičních oborů zadané rovnice a výsledné funkce.

(2,5 bodu)

$$y = x \left(\frac{3}{2} \ln^2 x + 1 \right), \quad x > 0.$$

3. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' - 2y' + 26y = \cos 5x$$

s okrajovými podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

(2,5 bodu)

$$y = e^x \left(\frac{100}{101} \cos 5x - \frac{10}{101} \sin 5x \right) + \frac{1}{101} \cos 5x - \frac{10}{101} \sin 5x.$$

4. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu

$$y'' + 2y' + 5y = (x+2)e^{-x} + 4 \cos 2x,$$

(bez okrajových podmínek).

(2,5 bodu)

$$y = e^{-x} \left(A \cos 2x + B \sin 2x + \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \right) + \frac{4}{17} \cos 2x + \frac{16}{17} \sin 2x.$$