

Početni praktikum 1

2b. zápočtová písemka

dobu řešení - 60 minut

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $x^2 \left(y' - \frac{1}{\ln x} \right) = xy$ jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar. Určete průnik definičních oborů zadané rovnice a výsledné funkce. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = x \ln(C |\ln x|)$, $x > 0$, $x \neq 1$, $C > 0$.

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $y' + 3x e^{3x} = -y + 7$ s počáteční podmínkou $y(0) = 7$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = 7 + \left(\frac{3}{16} - \frac{3}{4}x \right) e^{3x} - \frac{3}{16} e^{-x}$.

3. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln^2 x$. (2,5 bodu)

$y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \left(\frac{\ln^2 x}{2} - \frac{3}{2} \ln x + \frac{7}{4} \right) x^2 e^{-2x}$, $x > 0$

4. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' - 2y' + 2y = x^2 + x + e^x \sin x$, s okrajovými podmínkami $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. (2,5 bodu)

$y = e^x \left[\left(1 - \frac{x}{2} \right) \cos x + \sin x \right] + \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{2} + 1$