

Počtení praktikum 1

2b. zápočtová písemka

doba řešení - 60 minut

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $x \left(y' - \frac{1}{\ln^3 x} \right) = y$ jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar. Určete průnik definičních oborů zadané rovnice a výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = x \left(C - \frac{1}{2 \ln^2 x} \right), \quad x > 0, x \neq 1$$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu $y' + 3x e^{3x} = \frac{y}{x} + 3$ s počáteční podmínkou $y(1) = 0$. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = x (\ln|x|^3 - e^{3x} + e^3), \quad x \neq 0$$

3. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' + 4y' + 4y = (\ln x + x) e^{-2x}$. (2,5 bodu)

$$y = \left(\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{3}{4} x^2 + \frac{x^3}{6} + C_1 + C_2 x \right) e^{-2x}, \quad x > 0$$

4. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu $y'' - 2y' + 2y = (e^x + 1) \sin x$, metodou neurčitých koeficientů. (2,5 bodu)

$$y = \left(C_1 e^x - \frac{1}{2} x e^x + \frac{2}{5} \right) \cos x + \left(C_2 e^x + \frac{1}{5} \right) \sin x$$