

Početni praktikum 1: druhá(b) písemka - podzim 2017

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu: $y' = \frac{1}{\sin(x+y)} - 1$,
jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar, s počáteční podmínkou $y(0) = 0$.
Určete definiční obor výsledné funkce. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = -[x - \arccos(1 - x)], x \in \langle 0, 2 \rangle$

2. Řešte nehomogenní obyčejnou diferenciální rovnici 1. řádu: $xy' + 2y = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \cos x$,
s počáteční podmínkou $y(1) = 1 + \cos(1) + 2 \sin(1)$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \frac{1}{x^2} [(x+1) \sin x + \cos x + 1]$

3. Řešte homogenní obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu: $y'' + 4y' + 13y = 0$,
s okrajovými podmínkami $y(0) = 1, y'(0) = 0$. Výsledek, včetně výpočtu příslušných
konstant, vyjádřete v exponenciálním i goniometrickém tvaru. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \frac{3-2i}{6} e^{-(2-3i)x} + \frac{3+2i}{6} e^{-(2+3i)x} = e^{-2x} \left(\cos 3x + \frac{2}{3} \sin 3x \right)$

4. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici 2. řádu: $y'' + 2y' = 1 + x e^{-2x} - 7 \sin 2x$,
s okrajovými podmínkami $y(0) = 0, y'(0) = 0$. Pokud se v rovnici vyskytuje tzv. speciální
pravá strana, řešte metodou *neurčitých koeficientů*. Pokud ne, řešte metodou *variace
konstant*. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \left(1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x\right) e^{-2x} + \frac{1}{2}x + \frac{7}{8}(\cos 2x + \sin 2x) - \frac{15}{8}$