

Početní praktikum 1: druhá(b) písemka - podzim 2018

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici (ODR) 1. řádu: $x^2 - y = y'(x+y)$, jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar, s počáteční podmínkou $y(0) = 1$. (2,5 bodu)

Výsledek: $(x+y)^2 = \frac{2}{3}x^3 + x^2 + 1$

2. Řešte nehomogenní ODR 1. řádu: $y' = x^2y + x e^{\frac{x^3}{3}} \cos x$, s počáteční podmínkou $y(0) = 1$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = (x \sin x + \cos x) e^{\frac{x^3}{3}}$

3. Řešte homogenní ODR 2. řádu: $y'' + 2y' + 5y = 0$, s okrajovými podmínkami $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$. Výsledek, včetně výpočtu příslušných konstant, vyjádřete v exponenciálním i goniometrickém tvaru. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \frac{2-i}{2} e^{(-1+2i)x} + \frac{2+i}{2} e^{(-1-2i)x} = e^{-x} (2 \cos 2x + \sin 2x)$, $y = 0$

4. Řešte ODR 2. řádu: $y'' - 2y' + y = (x^3 + x^2) e^x + x$, s okrajovými podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. (2,5 bodu)

Výsledek: $y = \left(\frac{x^5}{20} + \frac{x^4}{12} + x - 1 \right) e^x + x + 2$