

## Počtení praktikum 2

### 3. jarní zápočtová písemka<sup>1</sup>

1. Rozviňte zadanou funkci  $f(x) = x - |2x|$ ,  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ , do Fourierovy řady. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } -\pi + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4[1 - (-1)^k]}{\pi k^2} \cos(kx) - \frac{2(-1)^k}{k} \sin(kx)$$

2. Zadané číslo  $\sqrt[3]{(1 - \sqrt{3}i)^2}$  napište v goniometrickém i v exponenciálním tvaru. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } 2^{2/3} \left[ \cos\left(\frac{5\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\right) \right], 2^{2/3} e^{i\left(\frac{5\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}\right)}, k = 0, 1, 2.$$

3. Reálná část  $u$  holomorfní funkce  $f(z)$  komplexní proměnné  $z$  má tvar  $u(x, y) = \ln[(x^2 + y^2)^{3/2}]$ , kde  $x$  je  $\text{Re}(z)$ ,  $y$  je  $\text{Im}(z)$ . Napište podobu celé funkce  $f(z)$  jako funkce  $z$ . (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } f(z) = \ln z^3$$

4. Tenzor (malých) napětí  $T_{ij}$  lze zapsat formou

$$T_{ij} = -p \delta_{ij} + \eta \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

kde  $v_i, v_j$  jsou složky vektoru rychlosti,  $p$  je skalární tlak a  $\eta$  je konstanta (koeficient dynamické viskozity). Napište podobu jednotlivých složek divergence tohoto tenzoru v kartézské soustavě. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \vec{\nabla} \cdot \mathbf{T} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left[ \Delta v_x + \frac{\partial}{\partial x} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \right] \quad (1. \text{ složka}),$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left[ \Delta v_y + \frac{\partial}{\partial y} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \right] \quad (2. \text{ složka}),$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left[ \Delta v_z + \frac{\partial}{\partial z} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \right] \quad (3. \text{ složka}),$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (\text{Einsteinova notace}),$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{T} = -\vec{\nabla} p + \eta \left[ \Delta \vec{v} + \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \right] \quad (\text{vektorový zápis}).$$

<sup>1</sup>Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.