

Počtení praktikum 1

3/0 zápočtová písemka

doba řešení - 60 minut

1. Vypočítejte práci, kterou vykoná síla $\vec{F} = (2x^2 - y, x, z)$, která působí v matematicky záporném směru po polovině závitu válcové šroubovice o poloměru R s osou $(0, 0, z)$. Počáteční bod dráhy působící síly má souřadnice $(0, R, \frac{\pi b}{2})$, koncový bod má souřadnice $(0, -R, -\frac{\pi b}{2})$, přičemž transformační rovnice šroubovice jsou: $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, $z = bt$. Je toto silové pole konzervativní¹? (2,5 bodu)

Výsledek: $W = -\pi R^2$, pole není konzervativní.

2. Dokažte, že dané centrální silové pole $\vec{F} = -k \vec{r} |\vec{r}|$ je konzervativní a určete odpovídající potenciální energii v bodě $x, y, z = (X_0, Y_0, Z_0)$, pokud její hodnota v bodě $x, y, z = (0, 0, 0)$ je rovna E_0 . Veličina k je konstanta, \vec{r} je polohový vektor, $|\vec{r}|$ je jeho velikost. (2,5 bodu)

Výsledek: $E_p(X_0, Y_0, Z_0) = \frac{k}{3} (X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2)^{3/2} + E_0$.

3. Určete polohu těžiště plné homogenní polokoule s poloměrem R . (2,5 bodu)

Výsledek: $z_T = \frac{3}{8} R$.

4. Hypotetické centrální fyzikální pole je určeno potenciálem $\phi = \ln\left(\frac{A}{r}\right) + B$, kde A je kladná konstanta, r je velikost polohového vektoru \vec{r} . Konstanta B nastavuje hodnotu potenciálu ϕ ve vzdálenosti A od bodu $x, y, z = (0, 0, 0)$. Určete vektor intenzity \vec{E} tohoto pole a dokažte, že divergence tohoto pole, tedy $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{x, y, z}{x^2 + y^2 + z^2}$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$.

¹Ve výsledcích příkladů s fyzikálními veličinami nejsou uváděny příslušné jednotky.