Početní praktikum 1

3a. zápočtová písemka - podzim 2019

1. Vypočítejte práci síly $F = (x - z, x - y, y - z)$, která působí po křivce dané předpisem $(x+2)^2 + y - 4 = 0$, $z = 1$, z počátečního bodu $A = (0, 0, 1)$ do koncového bodu $B = (-2, 4, 1)$. Načrtněte zadanou křivku. (2,5 bodu)
Výsledek: $W = -\dfrac{20}{3}$

2. Dokažte, že dané silové pole $F = -(z + \ln x, 2y, x + \ln z)$ je konzervativní. Pokud ano, určete jeho potenciální energii v bodě $P = (1, 2, 1)$, bude-li potenciální energie v bodě $Q = (1, 1, 1)$ stanovena jako $E_p(Q) = 1$. (2,5 bodu)
Výsledek: $E_p(P) = 4$

3. Vypočítejte polohu těžiště tělesa $\mathcal{T}$: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0$, jehož objemová hustota $\rho = Az^2$, kde $A = 2$ je konstanta. Nakreslete toto těleso. (2,5 bodu)
Výsledek: $z_T = \dfrac{5}{4}$

4. Hypotetické fyzikální pole je určeno potenciálem $\phi = -Axyzr^2$, kde A je kladná konstanta a r je velikost polohového vektoru $\vec{r}$. Určete vektor intenzity $\vec{E}$ tohoto pole a určete divergenci $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$, rotaci $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ a Laplacián zadaného potenciálu $\Delta\phi$. Vysvětlete souvislost mezi vypočítaným Laplaciánem a divergencí $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$. (2,5 bodu)
Výsledek: $\vec{E} = A\,[yz(r^2 + 2x^2), xz(r^2 + 2y^2), xy(r^2 + 2z^2)]$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 18Axyz$, $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$, $\Delta\phi = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi = -18Axyz$