

Počtení praktikum 1: třetí(b) písemka - podzim 2018

1. Vypočítejte práci síly $\vec{F} = (z + y, z - x, x + y)$, která působí po křivce dané předpisem $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 - 1 = 0, z = 1$, z počátečního bodu $A = (1, 0, 1)$ v matematicky záporném směru do bodu $B = (1, 2, 1)$ a dále po úsečce zpět do výchozího bodu A . Jak by se výsledná práce změnila v případě $\vec{F} = (z - y, z - x, x + y)$? (2,5 bodu)

Výsledek: $W = \pi$, výsledná práce by byla nulová (konzervativní síla).

2. Dokažte, že dané silové pole $\vec{F} = -[\ln(x - z), y^2, \ln(x - z)^{-1}]$, definované pro $x > z$, je konzervativní. Pokud ano, určete jeho potenciální energii v bodě $P = (3, 0, 1)$, bude-li potenciální energie v bodě $x, y, z = (2, 0, 1)$ stanovena jako nulová. (2,5 bodu)

Výsledek: $E_p = (x - z)[\ln(x - z) - 1] + \frac{y^3}{3} + 1 \Big|_{(3,0,1)} = 2 \ln 2 - 1$

3. Vypočítejte polohu těžiště homogenního tělesa $\mathcal{T}_2 = \{(x, y, z) | z \in \langle (x^2 + y^2), H \rangle\}$. Nakreslete toto těleso. (2,5 bodu)

Výsledek: $x_T = 0, y_T = 0, z_T = \frac{2H}{3}$ (paraboloid o výšce H a poloměru podstavy $R = \sqrt{H}$, rozvírající se směrem vzhůru)

4. Hypotetické fyzikální pole je určeno potenciálem $\phi = -\frac{A}{x + y + z} - B \ln r$, kde A a B jsou kladné konstanty a r je velikost polohového vektoru \vec{r} . Určete vektor intenzity \vec{E} tohoto pole a určete divergenci $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$. Jaká bude rotace vektoru \vec{E} ? (2,5 bodu)

Výsledek: $\vec{E} = -A \frac{(1, 1, 1)}{(x + y + z)^2} + B \frac{\vec{r}}{r^2}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{6A}{(x + y + z)^3} + \frac{B}{r^2}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$