

Počtení praktikum 1

3b. zápočtová písemka - podzim 2019

1. Vypočítejte práci síly $F = (z^2 - 1, z^2 + x, x + y)$, která působí po křivce dané předpisem $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 - 4 = 0, z = 1$, z počátečního bodu $A = (0, -2, 1)$ v matematicky záporném směru do koncového bodu (opět) A . (2,5 bodu)

Výsledek: $W = -4\pi$

2. Dokažte, že dané silové pole $F = -(y + \sin x, x + y + z, y + \cos z)$ je konzervativní. Pokud ano, určete jeho potenciální energii v bodě $P = (0, 0, \frac{\pi}{2})$, bude-li potenciální energie v bodě $Q = (0, 0, 0)$ stanovena jako nulová. (2,5 bodu)

Výsledek: $E_p = 1$

3. Vypočítejte moment setrvačnosti tělesa $\mathcal{T}: x^2 + y^2 \leq 4, z \in \langle 0, 5 \rangle$, jehož hustota $\rho = A\sqrt{x^2 + y^2}$ (kde A je kladná konstanta), které rotuje okolo své geometrické osy a jehož hmotnost $M = 5$. Výsledek vyjádřete jako přesné číslo. (2,5 bodu)

Výsledek: $J = 12$

4. Hypotetické fyzikální pole je určeno potenciálem $\phi = -Ax - By - Cz - Dr^2$, kde A, B, C, D jsou kladné konstanty a r je velikost polohového vektoru \vec{r} . Určete vektor intenzity \vec{E} tohoto pole a určete divergenci $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ a rotaci $\vec{\nabla} \times \vec{E}$. Určete rovněž Laplacián zadaného skalárního potenciálu $\Delta\phi$. Vysvětlete souvislost mezi vypočítaným Laplaciánem a divergencí $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $\vec{E} = (A + 2Dx, B + 2Dy, C + 2Dz), \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 6D, \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}, \Delta\phi = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\phi = -6D$