

Počtení praktikum 1

3b. zápočtová písemka - podzim 2020

doba řešení - 90 minut

1. Vypočítejte práci, kterou vykoná síla $\vec{F} = (2x - 2y, 2x, 2z)$, která působí v matematicky kladném směru po dráze jednoho závitu válcové šroubovice o poloměru a s osou $(0, 0, z)$. Počáteční bod dráhy působící síly má souřadnice $(-a, 0, -\pi b)$, koncový bod má souřadnice $(-a, 0, \pi b)$, transformační rovnice šroubovice jsou: $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$. Je toto silové pole konzervativní? (2,5 bodu)

Výsledek: $W = 4\pi a^2$, pole není konzervativní.

2. Dokažte, že dané silové pole $\vec{F} = -[\ln(x - z), y^2, \ln(x - z)^{-1}]$, definované pro $x > z$, je konzervativní. Pokud ano, určete jeho potenciální energii v bodě $P = (3, 0, 1)$, bude-li potenciální energie v bodě $x, y, z = (2, 0, 1)$ stanovena jako nulová. (2,5 bodu)

Výsledek: $E_p = (x - z)[\ln(x - z) - 1] + \frac{y^3}{3} + 1 \Big|_{(3,0,1)} = 2 \ln 2 - 1$

3. Vypočítejte moment setrvačnosti tělesa $\mathcal{T}: x^2 + y^2 \leq 4, z \in \langle 0, 5 \rangle$, jehož hustota $\rho = A\sqrt{x^2 + y^2}$ (kde A je kladná konstanta), které rotuje okolo své geometrické osy a jehož hmotnost $M = 5$. Výsledek vyčíslete. (2,5 bodu)

Výsledek: $J = 12$

4. Hypotetické fyzikální pole je určeno potenciálem $\phi = -\frac{A}{x + y + z} - B \ln r$, kde A a B jsou kladné konstanty a r je velikost polohového vektoru $\vec{r}$. Určete vektor intenzity $\vec{E}$ tohoto pole a určete divergenci $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$. Jaká bude rotace vektoru $\vec{E}$? (2,5 bodu)

Výsledek: $\vec{E} = -A \frac{(1, 1, 1)}{(x + y + z)^2} + B \frac{\vec{r}}{r^2}$, $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{6A}{(x + y + z)^3} + \frac{B}{r^2}$, $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$