

## Počtní praktikum 2

### 1a. jarní zápočtová písemka<sup>1</sup>

1. Dokažte platnost vektorové identity:

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = \nabla^2 \vec{A} + \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}). \quad (2,5 \text{ bodu})$$

Výsledek: Na obou stranách bude vektor

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right), \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right), \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right].$$

2. Vypočítejte plošný integrál 1. druhu:

$$\iint_S \frac{y^2 x}{\sqrt{2}} dS, \quad \text{kde } S = \{x^2 - y^2 - z^2 = 0, x \in \langle 0, H \rangle\}. \text{ Načrtněte zadanou plochu.} \quad (2,5 \text{ bodu})$$

Výsledek:  $\frac{\pi R^5}{5}$ , jde o kuželovou plochu s vrcholem v bodě  $(0, 0, 0)$ , jejíž osu tvoří kladná část osy  $x$ , s výškou  $H$  a s poloměrem podstavy  $R = H$ .

3. Vypočítejte polohu středu hmotnosti plochy:  $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \in \langle 0, -R \rangle\}$ ,

jejíž plošná hustota  $\sigma$  je dána funkcí  $\sigma = |z|^3$ . Načrtněte zadanou plochu. (2,5 bodu)

Výsledek:  $x_T = 0, y_T = 0, z_T = -\frac{4R}{5}$ , jde o polokulovou plochu se středem v bodě  $(0, 0, 0)$ , jejíž osu tvoří záporná část osy  $z$ , s poloměrem  $R$ .

4. Nádoba ve tvaru kužele stojícího „špičkou“ dolů je naplněna speciální kapalinou, v níž tlak roste s hloubkou jako  $p = \rho_0 g h^2$ , kde  $\rho_0$  je hustota kapaliny na hladině a  $h$  je hloubka daného místa v nádobě. Poloměr horní vodorovné plochy nádoby  $R = 0,5$  m a výška nádoby  $H = 1$  m. Určete přibližně tlakovou sílu, které musí nádoba odolat. Pro vyčíslení uvažujte hodnoty konstant  $\rho_0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ , násobky  $\pi$  spočítejte přibližně. Vliv atmosférického tlaku zanedbejte. (2,5 bodu)

Výsledek:  $F_p \approx 3000 \text{ N}$ .

---

<sup>1</sup>Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.