

## Počtení praktikum 2

### 3b. jarní zápočtová písemka<sup>1</sup> doba řešení - 60 minut

1. Rozviňte funkci  $f(x) = \begin{cases} x - a & x \in \langle -L, 0 \rangle \\ x + a & x \in \langle 0, L \rangle \end{cases}$ , (kde  $a$  je konstanta) do Fourierovy řady. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a - (a+L)(-1)^k}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right)$$

2. Zadané číslo  $\sqrt[5]{5 - \frac{15i}{\sqrt{3}}}$  napište v goniometrickém i v exponenciálním tvaru. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } 10^{1/5} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5}\right) \right], 10^{1/5} e^{i\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5}\right)}, k = 0, 1, 2, 3, 4$$

3. Imaginární část  $v$  holomorfní funkce  $f(z)$  komplexní proměnné  $z$  má tvar  $v = x + \sinh x \sin y$ , kde  $x$  je  $\text{Re}(z)$ ,  $y$  je  $\text{Im}(z)$ . Napište podobu celé funkce  $f(z)$  jako funkce  $z$ . (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } f(z) = iz + \cos(iz) + C = iz + \cosh z + C$$

4. Tenzor deformace  $E_{ij}$  lze zapsat formou

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right),$$

kde  $v_i$  jsou složky vektoru rychlosti. Napište explicitní podobu prvků  $E_{xx}$  a  $E_{xy}$  tohoto tenzoru. Napište rovněž divergenci tohoto tenzoru (v kartézské soustavě) pomocí Einsteinovy symboliky. (2,5 bodu)

$$\begin{aligned} \text{Výsledek: } E_{xx} &= \frac{1}{2} \left[ 2 \frac{\partial v_x}{\partial x} + \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 \right], \\ E_{xy} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial y} \right], \\ \frac{\partial E_{ij}}{\partial x_j} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_j^2} + \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \frac{\partial^2 v_k}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (\text{Einsteinova notace}). \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.