

Početní praktikum 2

2b. jarní zápočtová písemka

1. Vypočítejte plošný integrál 2. druhu:

$\iint_S (y^2, z^2, x^2) \cdot d\vec{S}$, kde S je rovinná plocha ve tvaru obdélníka s vrcholy v bodech $(0, 3, 0)$, $(3, 3, 3)$, $(3, 4, 3)$, $(0, 4, 0)$, ve směru normály $\vec{\nu}$ této plochy jejíž složka ν_x je kladně orientovaná. (2,5 bodu)

Výsledek: 28

2. Vypočítejte tok Φ vektorového pole $\vec{F}(x, y, z) = (0, 0, -z^3)$ uzavřenou plochou, tvořící povrch tělesa: $\mathcal{V} = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \leq 0, z \in \langle 0, |y| \rangle\}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $-\frac{64}{15}$

3. Pomocí Stokesovy věty určete práci síly $\vec{F} = \left(1, 1, \frac{y^2}{2}\right)$ působící po obvodu plochy dané předpisem $S = \{(x, y, z) \mid x^2 + (y + R)^2 + (z - R)^2 = R^2, x \in \langle 0, R \rangle, y \in \langle -R, 0 \rangle, z \in \langle R, 2R \rangle\}$, ve směru bodů $(0, -R, 2R)$, $(R, -R, R)$, $(0, 0, R)$ a zpět do bodu $(0, -R, 2R)$. (2,5 bodu)

Výsledek: $R^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

4. Napište Taylorův polynom 2. stupně funkce $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^3}{y^2}}$ v bodě $(1, 1)$. (2,5 bodu)

Výsledek: $1 + \frac{3}{2}(x - 1) - (y - 1) + \frac{1}{2} \left[\frac{3}{4}(x - 1)^2 - 3(x - 1)(y - 1) + 2(y - 1)^2 \right]$