

Počtení praktikum 2

3b. jarní zápočtová písemka

1. Rozviňte funkci $f(x) = \begin{cases} -|x| - a & x \in \langle -L, 0 \rangle \\ |x| + a & x \in \langle 0, L \rangle \end{cases}$, kde a je konstanta, do Fourierovy řady. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a - (a+L)(-1)^k}{k} \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right)$$

2. Zadané číslo $\sqrt[4]{\frac{15i}{\sqrt{3}}} - 5$ napište v goniometrickém i v exponenciálním tvaru. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } 10^{1/4} \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right) \right], 10^{1/4} e^{i\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right)}, k = 0, 1, 2, 3$$

3. Imaginární část v holomorfní funkce $f(z)$ komplexní proměnné z má tvar $v = y + \sinh x \sin y$, kde x je $\text{Re}(z)$, y je $\text{Im}(z)$. Napište podobu celé funkce $f(z)$ jako funkce z . (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } f(z) = z + \cosh z + C$$

4. Tenzor deformace E_{ab} lze zapsat formou

$$E_{ab} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_a}{\partial x_b} + \frac{\partial v_b}{\partial x_a} + \frac{\partial v_m}{\partial x_a} \frac{\partial v_m}{\partial x_b} \right),$$

kde v_i jsou složky vektoru rychlosti. Napište explicitní podobu prvků E_{yy} a E_{yz} tohoto tenzoru. Napište rovněž divergenci tohoto tenzoru (v kartézské soustavě) pomocí Einsteinovy symboliky. (2,5 bodu)

$$\begin{aligned} \text{Výsledek: } E_{yy} &= \frac{1}{2} \left[2 \frac{\partial v_y}{\partial y} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right], \\ E_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial E_{ab}}{\partial x_b} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_a}{\partial x_b^2} + \frac{\partial^2 v_b}{\partial x_a \partial x_b} + \frac{\partial v_m}{\partial x_a} \frac{\partial^2 v_m}{\partial x_b^2} + \frac{\partial v_m}{\partial x_b} \frac{\partial^2 v_m}{\partial x_a \partial x_b} \right). \end{aligned}$$