

Početní praktikum 2

1a. jarní zápočtová písemka 2023¹

1. Vypočítejte plošný integrál 1. druhu

$$\iint_S x \ln(x^2 + y^2 + z^2) \, dS,$$

kde plocha S je daná předpisem: $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0, x \geq 0\}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $\pi R^3 \ln R$

2. Vypočítejte polohu středu hmotnosti plochy $S = \{z - \sqrt{x^2 + y^2} = 0, z \in \langle 0, H \rangle\}$, jejíž plošná hustota σ je konstantní. Výsledek vyjádřete jako funkci rozměru H . Načrtněte zadanou plochu. (2,5 bodu)

Výsledek: $x_T = 0, y_T = 0, z_T = \frac{2}{3}H$, jde o kuželovou plochu, stojící „na špičce“, o výšce H a maximálním poloměru $R = H$.

3. Vypočítejte moment setrvačnosti plochy z předchozího příkladu 2, rotující okolo osy z , jejíž plošná hustota je v tomto případě $\sigma = x^2 + y^2$. Výsledek vyjádřete jako násobek hmotnosti této plochy a příslušné mocniny vhodně zvoleného charakteristického rozměru. (2,5 bodu)

Výsledek: $I = \frac{2}{3}MR^2$

4. Vypočítejte tok Φ vektoru $\vec{A} = (x, y, z)$ rovinnou plochou ve tvaru lichoběžníka s vrcholy v bodech $(2, 1, 0)$, $(-2, 1, 4)$, $(-2, 4, 4)$, $(-1, 4, 3)$, ve směru kladně orientované složky ν_z její normály. (2,5 bodu)

Výsledek: $\Phi = 15$

¹Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.