

Početní praktikum 2

1b. jarní zápočtová písemka 2023¹

1. Vypočítejte moment setrvačnosti rotačního paraboloidu $\mathcal{V} : \{z - x^2 - y^2 \geq 0, x^2 + y^2 \leq R^2\}$, rotující okolo osy z , s konstantní hustotou ρ . Výsledek vyjádřete jako násobek hmotnosti tohoto tělesa a příslušné mocniny rozměru R . Načrtněte zadané těleso. (2,5 bodu)

Výsledek: $I = \frac{MR^2}{3}$

2. Vypočítejte polohu středu hmotnosti plochy $S = \{z - \sqrt{x^2 + y^2} = 0, z \in \langle 0, H \rangle\}$, jejíž plošná hustota $\sigma = x^2 \sqrt{z}$. Výsledek vyjádřete jako funkci rozměru H . Načrtněte zadanou plochu. (2,5 bodu)

Výsledek: $x_T = 0, y_T = 0, z_T = \frac{9}{11}H$, jde o kuželovou plochu, stojící „na špičce“, o výšce H a maximálním poloměru $R = H$.

3. Vypočítejte moment setrvačnosti plochy z předchozího příkladu 2, rotující okolo osy z . Výsledek vyjádřete jako násobek hmotnosti této plochy a příslušné mocniny vhodně zvoleného charakteristického rozměru. (2,5 bodu)

Výsledek: $I = \frac{9}{13}MR^2$

4. Vypočítejte tok Φ vektoru $\vec{A} = (x, y, 1)$ plochou danou předpisem $S = \{z - xy = 0, x^2 + y^2 \leq R^2\}$ (hyperbolickým paraboloidem) ve směru kladné z -ové složky normály této plochy. (2,5 bodu)

Výsledek: $\Phi = \pi R^2$

¹Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.