

Početní praktikum 2

2a. jarní zápočtová písemka¹

doba řešení - 90 minut

1. Vypočítejte tok Φ_F vektorového pole $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ uzavřenou plochou, tvořící celý povrch tělesa: $\mathcal{V} = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq 0, z \in \langle x, -x \rangle\}$. Načtrněte toto těleso. (2,5 bodu)

Výsledek: -2

2. Pomocí Stokesovy věty určete práci síly $\vec{F} = (yz, -xz, z)$ působící po plášti kužele o poloměru R a výšce H , stojícího „na špičce“, jehož osa prochází bodem $(0, 0, 0)$ a splývá s vektorem $(0, 0, z)$. Síla působí po uzavřené trajektorii z počátečního bodu $(R, 0, H)$ v matematicky kladném směru do bodu $(0, R, H)$, dále po plášti kužele do bodu $(0, 0, 0)$ a zpět do počátečního bodu. (2,5 bodu)

Výsledek: $-\frac{\pi R^2 H}{2}$

3. Pomocí Taylorova rozvoje nalezněte limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \sin(x^3) - \cos(x^3) + 1}{\sin^2(x^3)}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $\frac{3}{2}$

4. Napište Taylorův polynom 2. stupně funkce $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y^2} - 1}$ v bodě $(2, 1)$. (2,5 bodu)

Výsledek: $2 + \frac{x}{2} - 2y - \frac{1}{8}(x - 2)^2 - (y - 1)^2$

¹Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.