

Počtení praktikum 2

1a. jarní zápočtová písemka¹

doba řešení - 60 minut

1. Dokažte platnost vektorové identity:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}. \quad (2,5 \text{ bodu})$$

Výsledek: Na obou stranách bude vektor

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_x, \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) A_y, \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) A_z \right].$$

2. Vypočítejte plošný integrál 1. druhu:

$$\iint_S x^2 z \, dS, \quad \text{kde } S = \{x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0\}. \quad (2,5 \text{ bodu})$$

Výsledek: $\frac{\pi R^5}{4}$

3. Vypočítejte polohu středu hmotnosti plochy:

$$S = \{x^2 + y^2 - z^2 = 0, z \in (0, H)\},$$

jejíž plošná hustota σ je dána funkcí $\sigma = x^2 + z^2$. (2,5 bodu)

Výsledek: $x_T = 0, y_T = 0, z_T = \frac{4H}{5}$

4. Plášť vodojemu ve tvaru kužele, stojícího „špičkou“ dolů, o poloměru horní vodorovné plochy $R = 3 \text{ m}$ a výšce $H = 4 \text{ m}$ je dimenzován tak, aby odolal celkové tlakové síle 10^6 N . Je dimenzován dostatečně, nedostatečně, nebo je přibližně na hranici konstrukční odolnosti? Pro vyčíslení uvažujte zaokrouhlené hodnoty konstant $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, násobky π spočítejte přibližně. Vliv atmosférického tlaku zanedbejte. (2,5 bodu)

Výsledek: $F_p \approx 6,3 \times 10^5 \text{ N}$. Plášť vodojemu je dimenzován dostatečně.

¹Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.