

ZMMF 3: domácí úloha 2A

1a) Najděte jednostranný Laplaceův obraz $F(z)$ funkce $f(t) = t^2 \cos bt$. Vypočtěte jeho reálnou a imaginární část.

1b) Je dána funkce $F(z) = \frac{a - iz}{(a - iz)^2 - b^2}$. Určete podmnožinu Gaussovy roviny, v níž je zadaná funkce jednostranným Laplaceovým obrazem jistého předmětu, a vypočtěte tento předmět.

1c) Pomocí Laplaceovy transformace řešte diferenciální rovnici při zadaných počátečních podmínkách: $f''(t) + 3f'(t) + 2f(t) = t + e^{-t}$, $f(0_+) = 0$, $f'(0_+) = 0$.

2) Uvažujme o systému volných elektronů s objemovou koncentrací N_0 ve vakuu. Nejjednodušším klasickým mikroskopickým modelem pohybu tohoto systému v elektrickém poli s časovou závislostí $E = E_0 e^{-i\omega t}$ je *model Drudeho*, založený na pohybové rovnici $m\dot{v} + m\Gamma v = eE_0 e^{-i\omega t}$, kde m a e představují hmotnost a náboj elektronu, v jeho rychlost, Γ parametr charakterizující tlumení. Vyjádřete závislost Laplaceova obrazu $\tilde{\alpha}(\omega)$ polarizovatelnosti uvedeného systému na frekvenci elektrického pole a parametrech systému a vyjádřete tzv. *komplexní permitivitu* systému. Předpokládejte příčinný vztah mezi polarizací a intenzitou elektrického pole ve tvaru konvoluce $\vec{P}(t) = \epsilon_0 \int_0^\infty \alpha(\tau) \vec{E}(t - \tau) d\tau$.

Řešení rozepište podrobně, včetně explicitního vyjádření dílčích operací, například výpočtu nevlastních limit, a podobně.

Úlohu odevzdejte do 31. října 2023