

1. Vyřešte uvedené diferenciální rovnice:

$$(1-x)y^2 = x^3 \frac{dy}{dx} \quad y(0) = 0$$

$$x^2 y' + y^2 = 0 \quad y(1) = 0.5$$

$$y' = 2xy + y^3$$

$$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2} \quad y(0) = 1$$

2. Při vyšších rychlostech je závislost velikosti odporové síly na rychlosti určena Newtonovým vztahem:

$$F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$$

Jak se bude měnit rychlost objektu, který se pohybuje v odporujícím prostředí, jestliže na něj působí nejen Newtonovská odporová síla, ale ještě nějaká konstantní síla působící proti směru pohybu? Reálnou situací může být "skok z věže do bazénu" – ve vodě působí na skokana odporová síla a vztlaková síla. Jak hluboký by měl být bazén, aby skokan nenarazil na dno?

Nápověda: Nejprve vyřešíte diferenciální rovnici pro rychlost

$$M\dot{v} = -\frac{1}{P + Qv^2}, \quad v(0) = v_0$$

a pak spočítáte "dolet" jako $\int_0^T v dt$, kde $v(T) = 0$