KLASICKÉ EXPERIMENTY Z MECHANIKY S NEKLASICKÝM MĚŘENÍM

Zdeněk BOCHNÍČEK

Abstrakt

V příspěvku jsou ukázány příklady využití elektronického měření ve fyzikálním vzdělávání. První experiment - trhání provázku - je komentován případně vyhodnocen na všech úrovních výuky, od základní po vysokou školu. Druhý, čistě vysokoškolský experiment s kmitovými módy nabízí bohatou škálu realizací a jejich konfrontaci s teoretickým popisem.

NONSTANDARD MEASUREMENTS IN CLASSICAL EXPERIMENTS IN MECHANICS

Abstract

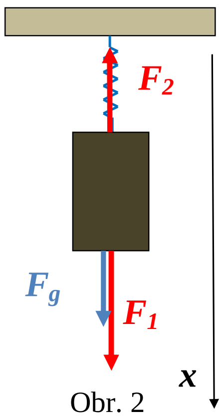
In this paper two examples of an electronic data collection are described with the respect to physical education. The first experiment – tearing of the string- is evaluated for the needs in all levels of physical education. Whereas the second one with oscillation modes is convenient just for university physical courses and provides a large number of realizations and their theoretical descriptions.

Úvod

Elektronické systémy měření fyzikálních veličin se staly již běžnou součástí fyzikálních kabinetů a laboratoří. Při vhodném použití přinášejí nesporné výhody: zobrazení reálných vlastními smysly nedostupných dat může pomoci s pochopením fyzikální situace i na nižších stupních škol. Na pokročilejší úrovni lze data numericky zpracovat a přímo konfrontovat s teoretickým popisem.

Pokus č. 1: Trhání provázku

Trhání provázku je známý experiment pro demonstraci 2. Newtonova zákona. Experimentální uspořádání je na obr. 1. Závaží o hmotnosti 0,5 - 1 kg pověsíme na provázek (nitku) a dolů připevníme druhý provázek. Odlišným tahem na dolní provázek můžeme dosáhnout toho, že se přetrhne horní (pomalé zvyšování síly) a nebo dolní (rychlé trhnutí) provázek. V některých případech se přetrhnou oba provázky.



Obr. 2

Fyzikální interpretace první situace je zřejmá a pro objasnění výsledku pokusu stačí použít skládání sil stejného směru. Ve statickém případě je horní provázek napínán součtem síly, kterou působí ruka na dolní provázek, a tíhové síly působící na těleso. Přetrhne se tedy jako první.

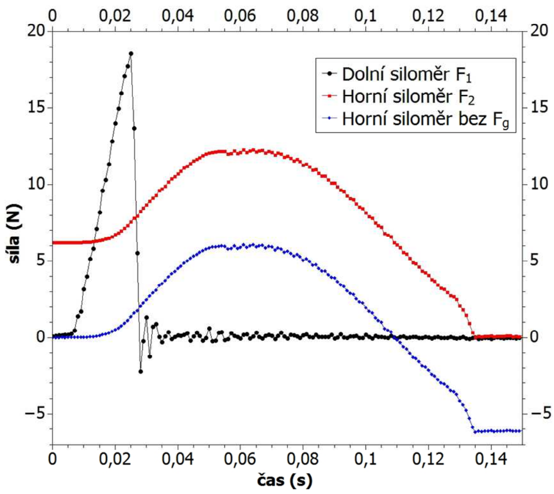
Ve druhé situaci je vysvětlení obtížnější a je nutné použít 2. Newtonův zákon. Při prudkém trhnutí velmi rychle narůstá síla na dolní provázek, v krátkém čase dosáhne meze pevnosti a provázek se přetrhne. Malý impulz síly udělí tělesu jen malou výslednou rychlost, horní provázek dokáže propružením pohybující se těleso zastavit a po několika tlumených zákmitech je vrátit do klidu v rovnovážné poloze.

Experiment

Pro měření sil napínajících provázky byla použita čidla síly firmy Pasco. Oba provázky byly doplněny krátkými tuhými pružinkami z následujících důvodů:

1. Pružinka na horním provázku umožňuje z měřené síly a tuhosti pružiny určit polohu tělesa.
2. Pružinka na dolním provázku prodlužuje čas před přetržením dolního provázku, což usnadňuje měření časové závislosti síly.

Výsledek měření je na obr. 2. Je zcela zřejmé, že síla působící na dolní provázek ve velmi krátkém čase přesáhne mez pevnosti, zatímco maximální síla působící na horní provázek meze pevnosti zdaleka nedosáhne.



Obr. 2

Interpretace experimentu pro základní školu

Síla dolního provázku těleso urychluje, její působení je však velmi krátké a výsledná rychlost tělesa je malá, Díky pružnosti horního provázku se působení horní síly prodlouží a na zabrzdění tělesa stačí jen menší síla. Je dobré uvést i jiné příklady, ve kterých je situace obdobná a které žáci dobře znají. Například sklenice se nárazem na dlažbu rozbije, ale dopadne-li ze stejné výšky na měkkou podušku, nic se nestane. Měkká podložka propružením prodlouží čas na zastavení sklenice, a tak sníží velikost působící brzdné síly.

Interpretace experimentu pro střední školu - základní úroveň

Na střední škole můžeme předešlou argumentaci rozšířit o použití 2. Newtonova zákona ve tvaru.

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v,$$

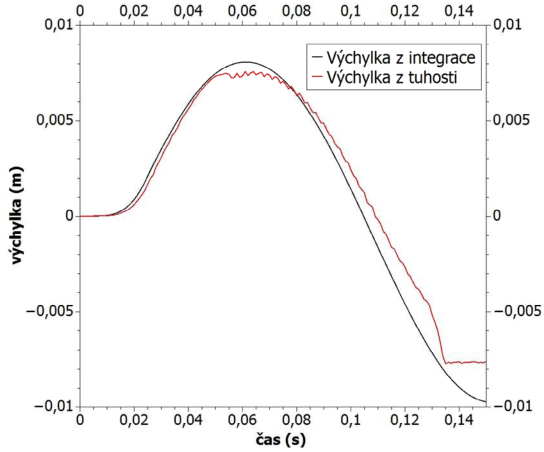
odkud je zřejmé, že stejné změny rychlosti je možné dosáhnout působením velké sílu po krátkou dobu, a nebo naopak malé síly po dlouhou dobu. Další komentář kopíruje výklad pro základní školu.

Fyzikální model pro střední školu - pokročilá úroveň

Z 2. Newtonova zákona pro zavěšené těleso plyne:

$$ma = F_1 - F_2 + F_g.$$

Tuto diferenciální rovnici lze jednoduše numericky integrovat přímo z měřených dat za předpokladu, že v intervalu mezi jednotlivými vzorkováními jsou všechny síly konstantní a těleso se pohybuje



Obr. 3

rovnoměrně zrychleným pohybem. Postupně počítáme:

$$a_i = \frac{F_{1,i} - F_{2,i} + F_g}{m}, \quad v_i = v_{i-1} + a_i \Delta t, \quad x_i = x_{i-1} + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a_i \Delta t^2$$

Výpočet lze velmi snadno provést i v tabulkovém procesoru, například Excelu, bez znalosti programování. Výsledek je na obrázku 3, kde je výchylka z numerické integrace 2. Newtonova zákona srovnána s výchylkou vypočtenou z experimentálně určené síly F_2. Přes jednoduchost použitého modelu je souhlas velice dobrý.

Interpretace experimentu pro vysokou školu

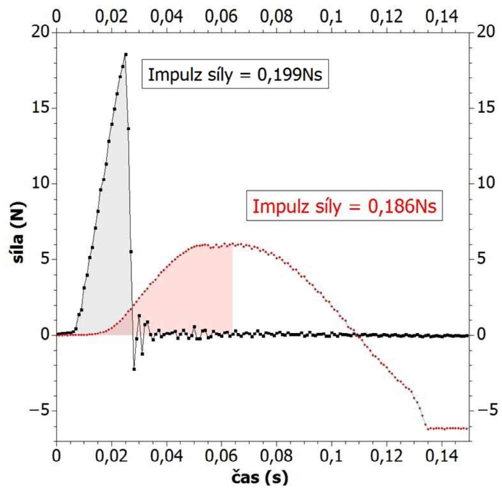
Středoškolská interpretace může být rozšířena o prvky diferenciálního počtu. Na základě 2. Newtonova zákona můžeme psát:

$$F \cdot dt = m \cdot dv \Rightarrow \int F \cdot dt = \int m \cdot dv \Rightarrow \int F \cdot dt = m \cdot \Delta v$$

Impulz síly dolního provázku udělí tělesu jistou rychlost, která musí být zbrzděna impulzem síly horního provázku. Tedy musí platit

$$\int_0^{utržení\ nitky} F_1 dt = \int_0^{bod\ obratu} \left(F_2 - F_g\right) dt$$

Numerickou integraci experimentálních dat lze velmi snadno provést v některém programu na zpracování grafů, například QtiPlot. Výsledek je na obrázku 4.



Obr. 4

Fyzikální model pro vysokou školu

S využitím pokročilejšího matematického aparátu lze za jistých předpokladů řešit celý problém analyticky. Ve shodě s experimentem lze předpokládat, že tažná síla dolního provázku roste lineárně s časem. Pak lze pro těleso psát pohybovou rovnici ve tvaru

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = At + mg - kx$$

kde A je konstanta popisující časový nárůst síly F_1 a k tuhost pružiny spojené s horním provázkem. Tato nehomogenní diferenciální rovnice má obecné řešení

$$x(t) = x_o \sin(\omega t + \varphi) + \frac{A}{k}t + \frac{mg}{k}$$

Integrační konstanty x_o a φ určíme z počátečních podmínek

$$x(0) = \frac{mg}{k}, \qquad v(0) = 0$$

a dostaneme

$$x(t) = -\frac{A}{k\omega}\sin\omega t + \frac{A}{k}t + \frac{mg}{k}$$

Po utržení dolního provázku koná těleso harmonické kmity podle vztahu

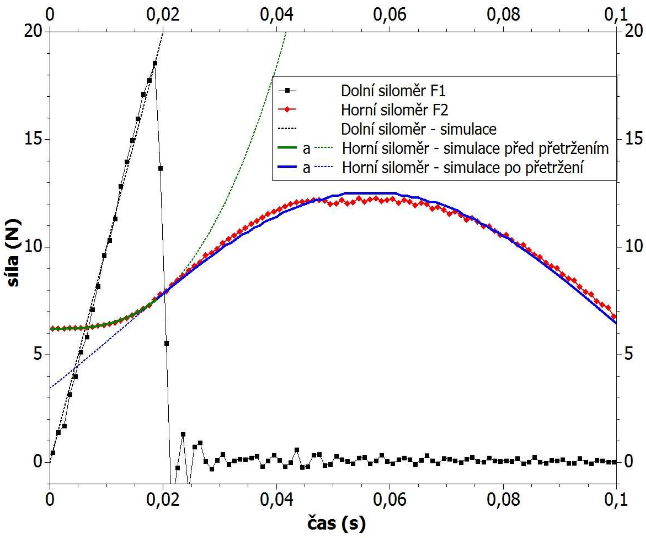
$$x_2(t) = D\sin(\omega t + \Phi) + \frac{mg}{k}.$$

Integrační konstanty určíme z polohy x_p a rychlosti v_p tělesa v okamžiku odtržení dolního provázku

$$D = \sqrt{\left(x_p - \frac{mg}{k}\right)^2 + \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^2},$$

$$\Phi = \mathrm{arctg}\left[\left(x_p - \frac{mg}{k}\right)\frac{\omega}{v_p}\right] - \omega t_p$$

Při vyhodnocení experimentu byla nejprve lineární regresí získána časová konstanta síly A, pohyb tělesa byl pak modelován výše uvedenou teorií. Výsledek je na obr. 5, kde jsou experimentální data srovnána s výsledkem modelu. Souhlas je velmi dobrý.



Obr. 5

Pokus č. 2: Kmitové módy

Dvě hmotná tělesa na třech pružinkách tvoří klasický systém vázaných oscilátorů, který má v čistě podélných kmitech dva stupně volnosti, viz obrázek 6. Zavedením tzv. normálních souřadnic

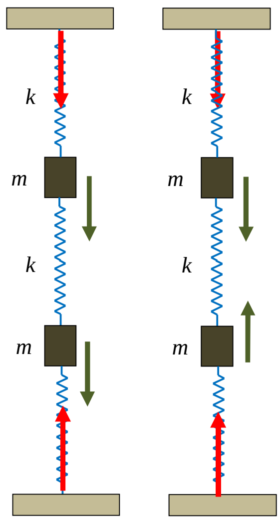
$$y_1 = x_1 + x_2, \quad y_1 = x_1 - x_2$$

oddělíme čistě harmonické kmitové módy s frekvencemi

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{m}}.$$

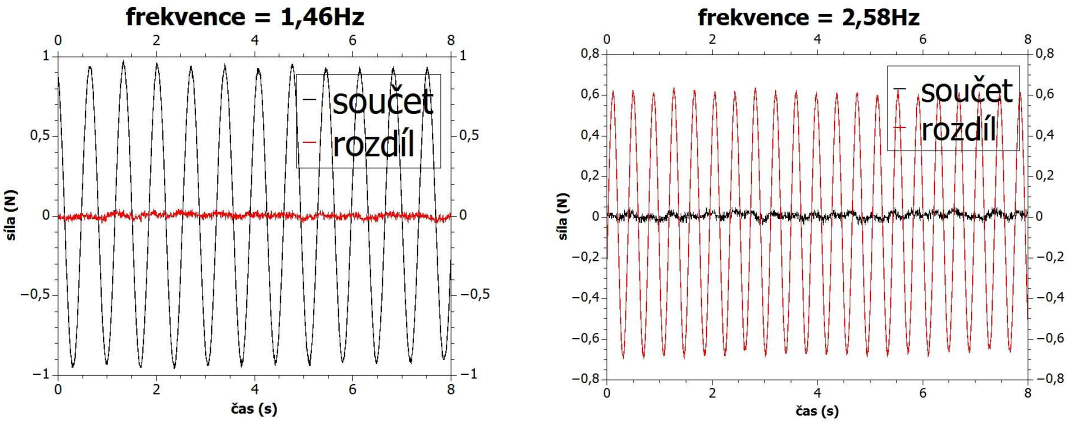
Pokud umístíme do krajních upevnění siloměry (červené šipky na obr. 6), můžeme se znalostí tuhostí pružin určit okamžité polohy obou těles.

Systém nabízí řadu experimentů s různými počátečními podmínkami: čisté kmitové módy nebo různé realizace obecných kmitů, které mohou být porovnány s teoretickými výpočty. Příklady jsou na obrázcích 7 a 8.

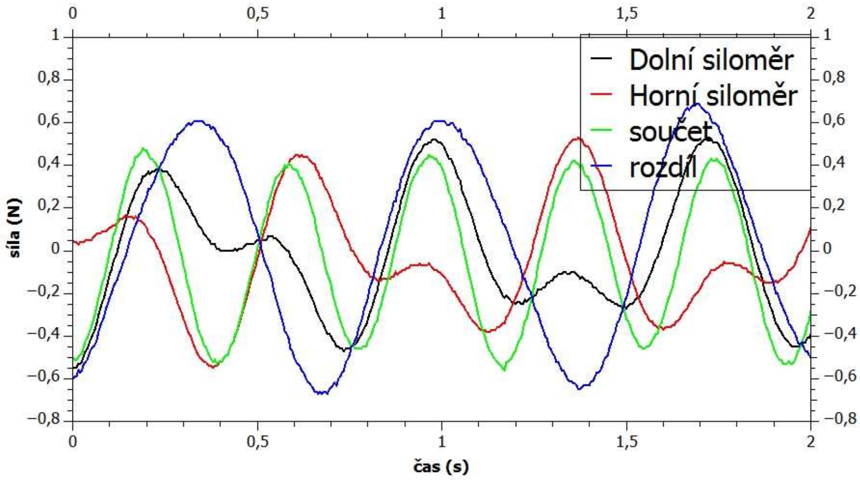


Obr. 6

Experimentální poznámka: Čisté kmitové módy lze nabudit tímto způsobem. Obě tělesa svážeme tenkou nitkou, která je trochu kratší, než rovnovážná délka střední pružiny. Zatáhnutím za jedno těleso se o stejnou vzdálenost vychýlí i druhé těleso a nabudí se mód y_1. Když při tělesech v klidu nitku přepálíme, nabudíme mód y_2.



Obr. 7



Obr. 8

Závěr

Uvedené experimenty jsou pouze příklady, jak lze využít reálná experimentální data z elektronických čidel ve fyzikálním vzdělávání. Zejména na vyšších stupních škol, kde je možné data pokročilejším způsobem vyhodnotit, přináší tato měření ve srovnání s klasickými pouze kvalitativními pokusy nespornou přidanou hodnotu.

Kontaktní adresa

doc. RNDr. Zdeněk Bochníček, Dr.
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2, 611 37, Brno
Telefon: +420 54949 3221
E-mail: zboch@physics.muni.cz