

# PERRINOVA ANALÝZA BROWNOVA POHYBU JAKO PRVNÍ DŮKAZ ČÁSTICOVÉ STRUKTURY LÁTEK

Lenka Czudková, Přírodovědecká fakulta MU, Brno

Úvahy o struktuře látek jsou bezmála stejně staré jako pokusy o racionální popis světa. Dospěli k nim řečtí filozofové ve snaze uspokojivě vysvětlit mnohotvárnost okolní přírody a příčinu změn, které v ní neustále probíhají. Již v pátém století před naším letopočtem tak spojoval Démokritos z Abdér (asi 460 – 370 př. n. l.) veškeré dění s pohybem základních stavebních částic látky – atomů (atomos = řecky nedělitelný) a jejich rozdílným tvarem, velikostí a uspořádáním zdůvodňoval rozmanité vlastnosti okolních předmětů. Toto pojetí, v obecné rovině překvapivě blízké dnešním experimentálně potvrzeným poznatkům, však bylo ryze spekulativní a nevycházelo z žádných pokusů či pozorování.

I když se atomistická koncepce osvědčila také později, zejména v osmnáctém a devatenáctém století při výkladu podstaty mnohých fyzikálních a chemických jevů, možnost alternativního popisu většiny z nich dávala na vědeckém poli prostor i její odvěké konkurentce – teorii o spojitě stavbě látek ([1]), opírající se především o přímé smyslové poznávání. Částicovou strukturu látek definitivně prokázala až brilantní teoretická a experimentální analýza Brownova pohybu, kterou provedl v roce 1908 francouzský fyzikální chemik Jean Baptiste Perrin (1870 – 1942). V letošním roce si připomínáme devadesáté výročí tohoto mezníku v dějinách fyziky.

Článek připomíná stěžejní body Perrinovy práce [2]: rekapituluje Perrinův teoretický rozbor prostorového rozložení Brownových částic v tíhovém poli, přibližuje jeho důmyslné experimentální ověření a závěrem vysvětluje hlavní myšlenku Einsteinova matematického popisu kinetiky Brownových částic i jeho Perrinova experimentálního potvrzení. Protože je Einsteinův přístup ke studiu Brownova pohybu vzhledem k relativní jednoduchosti svého experimentálního ověření v běžně dostupné literatuře jednoznačně preferován před způsobem Perrinovým, je závěrečná část článku koncipována stručněji s odkazy na příslušné prameny.

## 1. PERRINOVA TEORETICKÁ ANALÝZA BROWNOVA POHYBU

Brownovým pohybem rozumíme neustálý neuspořádaný pohyb malých částíček rozptýlených v kapalině nebo plynu (rozměry těchto tzv. Brownových částic jsou řádově  $10^{-6}$  až  $10^{-7}$  m). Jev byl pojmenován po skotském botanikovi Robertu Brownovi (1773 – 1858), který jej v roce 1827 náhodně pozoroval na zrnkách květního pylu ve vodě.

Brownův pohyb byl dlouho považován za analogii pohybu prachových částic, k němuž dochází vlivem slabých vzdušných proudů způsobených nepatrnými rozdíly teploty a tlaku. Výsledky experimentálního studia Brownova pohybu shromážděné různými badateli během poslední třetiny minulého století (nepřetržitost Brownova pohybu, jeho nezávislost na chemickém složení částic, konvekčních proudcích v kapalině i na vnějších podmínkách – např. elektrickém poli nebo osvětlení, růst intenzity pohybu se zvyšující se teplotou a klesající viskozitou tekutiny ([2], [4], [5], [7])) však ukazovaly, že původcem jevu je sama rovnovážná kapalina, v níž k žádnému proudění nedochází. Přijatelný

teoretický výklad, respektující tyto experimentální závěry, vycházel z předpokladu, že tekutiny jsou tvořeny pohybujícími se molekulami, které neustále z různých stran narážejí na sledovanou částici a předávají jí určitou hybnost. Čím je povrch částice menší, tím výraznější jsou nepravidelnosti nárazů molekul z různých stran, což vede při dostatečně malých rozměrech částice k jejímu nepřetržitému translačnímu a rotačnímu pohybu.

Perrin se podrobně seznámil s názory a výsledky svých předchůdců, avšak na rozdíl od nich si navíc uvědomil, že **existence Brownova pohybu není slučitelná s představou o spojitě stavbě látek**. Tento důležitý závěr podložil důmyslnou kvalitativní argumentací (doslovně je uvedena v [1] – [4]), kterou se pro větší přesvědčivost rozhodl doprovodit také experimentálně získanými kvantitativními údaji. Pro stručnost nebudeme v dalším sledovat původní Perrinův matematický rozbor jevu ([2] – [4]), ale uijeme jednoduššího postupu, jenž se opírá o některé výsledky statistické fyziky.

Podle ekvipartičního teorému<sup>1)</sup> připadá na každý nezávislý kvadratický člen ve výrazu pro energii libovolné částice klasické soustavy o termodynamické teplotě  $T$  střední energie  $\frac{1}{2}\kappa T$ , kde Boltzmannovu konstantu  $\kappa$  lze vyjádřit jako podíl molární plynové konstanty  $R$  a Avogadrovy konstanty  $N_A$ . Střední kinetická energie translačního pohybu částice je proto

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{1}{2}m(\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle) = 3\frac{1}{2}\kappa T = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T, \quad (1)$$

tj. závisí pouze na teplotě soustavy a nikoli na povaze (např. hmotnosti, rozměrech a chemickém složení) této částice. Při dané teplotě tedy mají tutéž střední kinetickou energii translačního pohybu nejen atomy, resp. molekuly plynů, kapalin i pevných látek (není-li teplota natolik nízká, aby se uplatnily kvantové efekty), ale také podstatně rozměrnější Brownovy částice.

Hodnota molární plynové konstanty  $R$ , vystupující ve vztahu (1), byla v roce 1908 poměrně přesně známa z experimentů se zředěnými plyny<sup>2)</sup>, Avogadrova konstanta  $N_A$  však byla v té době pouze odhadována<sup>3)</sup>. Pokud by se podařilo vyjádřit střední kinetickou energii translačního pohybu Brownových částic pomocí přímo měřitelných veličin, bylo by ihned možné experimentálně ověřit platnost vztahu (1), který je jedním z výsledků statistické fyziky vycházející z atomistické koncepce. Po provedení příslušných experimentů a vyčíslení střední kinetické energie translačního pohybu Brownových částic, resp. **po výpočtu Avogadrovy konstanty** ze vztahu (1), by mohly nastat v podstatě jen **dvě alternativy**:

— **výsledky nezávisí na povaze Brownových částic a řádově se shodují s dřívějšími odhady**

v tom případě lze považovat vztah (1) za správný, částicovou strukturu látek za experimentálně potvrzenou a použitý postup za novou metodu určování Avogadrovy konstanty,

— **výsledky se výrazně liší od předchozích odhadů, případně závisí na povaze Brownových částic**

vztah (1) je pak zcela jistě nesprávný a zůstává otázkou, zda jsou chybné jen některé výsledky statistické fyziky nebo přímo její základ – předpoklad o částicové struktuře látek.

K posouzení správnosti či nesprávnosti atomistické koncepce by tedy stačilo experimentálně určit střední kinetickou energii translačního pohybu Brownových částic. Situace však není tak jednoduchá, jak by se mohlo na první pohled zdát. Jednoduchý nápad získat tuto veličinu jako součin hmotnosti a střední hodnoty kvadrátu rychlosti částice je totiž nerealizovatelný, neboť vektor její rychlosti se mění co do směru i velikosti řádově  $10^{12}$  krát za sekundu. Perrin toto úskalí obešel velmi originálním způsobem: uvažoval **soubor identických Brownových částic** rozptýlených v tekutině.

Pohybující se Brownovy částice neustále narážejí na stěny nádoby, což se projevuje určitým tlakem. Analogickým postupem jako v případě ideálního plynu (viz učebnice molekulové nebo statistické fyziky, např. [10]) odvodit vztah pro tlak částic o střední objemové koncentraci  $n$

$$P = \frac{2}{3}n\langle\mathcal{E}\rangle.$$

Porovnáním se vztahem (1) máme

$$P = n\kappa T. \quad (2)$$

Protože je **soubor Brownových částic** popsán stejnou stavovou rovnicí (2) **jako ideální plyn**, platí pro něj i boltzmannovské rozdělení částic s výškou (viz učebnice molekulové nebo statistické fyziky, např. [10], [11])

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{\kappa T}},$$

kde  $n_0$ , resp.  $n$  je střední objemová koncentrace částic ve výšce  $h_0 = 0$ , resp.  $h$ ,  $g$  je tíhové zrychlení a  $m$  je zdánlivá hmotnost Brownovy částice v tekutině. Po dosazení  $m = \Phi(\Delta - \delta)$ , kde  $\Phi$  označuje objem jedné částice,  $\Delta$  její hustotu a  $\delta$  hustotu tekutiny, dostaneme s využitím vztahu (1)

$$\langle\mathcal{E}\rangle = \frac{3}{2} \frac{\Phi(\Delta - \delta)gh}{\ln \frac{n_0}{n}}, \quad (3)$$

což je hledané vyjádření střední kinetické energie translačního pohybu Brownovy částice pomocí přímo měřitelných veličin.

## 2. EXPERIMENTÁLNÍ STUDIUM ROZLOŽENÍ BROWNOVÝCH ČÁSTIC V TÍHOVÉM POLI

Základní potřebou ke studiu rozložení Brownových částic v tíhovém poli je **homogenní emulze** o takových parametrech (objem a hustota Brownových částic, hustota okolní tekutiny), aby byla dobře měřitelná změna koncentrace částic s výškou. Po několika pokusech se Perrinovi osvědčily jako nejvhodnější vlastnoručně zhotovené emulze gumiguty a mastixu (pryskyřice tropických stromů *Garcinia morella* a *Pistacia lentiscus*). Z těchto emulzí původně obsahujících různě velké sférické částice o průměru většinou menším než  $1 \mu\text{m}$  připravil metodou mnohonásobného odstředování ([2] – [4]) vzorky tvořené sférickými částicemi přibližně téhož poloměru  $a$ .

Po dosažení  $\Phi = \frac{4}{3}\pi a^3$  do vztahu (3) nabývá konečný výsledek Perrinova matematického rozboru Brownova pohybu tvaru

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{2\pi a^3 (\Delta - \delta) gh}{\ln \frac{n_0}{n}}. \quad (4)$$

Nyní již bylo možné přistoupit k postupnému stanovení veličin, pomocí nichž je ve vztahu (4) vyjádřena střední kinetická energie translačního pohybu Brownovy částice.

### Určení hustoty částic $\Delta$

Hustota částic byla změřena dvěma různými způsoby založenými na vypařování kapaliny z emulze.

První spočíval v zahřátí emulze na teplotu  $130$  až  $140^\circ\text{C}$ , při níž byla kapalina z emulze vypařena a pryskyřice roztavena. Po následném ztuhnutí měla podobu pevného průhledného skla, jehož hustotu lze stanovit obvyklými metodami. Protože ovšem nebylo jisté, zda má pryskyřice ve větším kusu, získaném radikálním tepelným zásahem – roztavením a opětovným ztuhnutím, stejnou hustotu jako v drobných Brownových částicích, určil Perrin, pro kontrolu, hustotu částic i jinou, přesnější metodou.

Nejprve zjistil hmotnosti  $m_v$  vody a  $m_e$  emulze o stejném objemu  $V_0$  a po vypaření kapaliny z emulze pak hmotnost  $m_p$  pryskyřice. Označuje-li  $\rho_v$  hustotu vody, je  $V_0 = \frac{m_v}{\rho_v}$  a objem vody v emulzi  $V_v = \frac{m_e - m_p}{\rho_v}$ . Celkový objem pryskyřice je tedy  $V_p = V_0 - V_v = \frac{m_v - (m_e - m_p)}{\rho_v}$  a hustota částic pak  $\Delta = \frac{m_p}{V_p}$ .

Obě popsané metody vedly ke stejným výsledkům.

### Určení koncentrace částic v různých vrstvách emulze $n_0, n$

Hledaný poměr středních objemových koncentrací  $\frac{n_0}{n}$  Brownových částic ve dvou horizontálních rovinách vzdálených o  $h$  je roven poměru středních počtů částic, které jsou v těchto rovinách pozorovány pod mikroskopem.

Aby mohl dobře sledovat pokles počtu Brownových částic s výškou, nakapal Perrin studovanou emulzi do malé prohlubně o známé výšce  $H$  (okolo  $100 \mu\text{m}$ ). Po přiložení krycího skla soustavu hermetizoval parafínem nebo fermeží; vzorek pak nevysychal a bylo možné zkoumat jej několik dní či týdnů (viz obr. 1).

Takto připravený preparát pozoroval pod mikroskopem s velkým zvětšením a malou hloubkou ostrosti, což umožňovalo zřetelně vidět a počítat pouze ty částice, které se nacházely v horizontální vrstvě tloušťky řádu mikrometru, zatímco obrazy ostatních částic

byly neostré. Výškový rozdíl sledovaných vrstev byl odečítán na mikrometrickém šroubu mikroskopu.

### Určení poloměru částic $a$

K určení poloměru částic bylo použito tří různých metod.

První se opírala o platnost Stokesova zákona, podle něhož působí na kouli o poloměru  $a$  pohybující se v tekutině o dynamické viskozitě  $\eta$  rychlostí  $v$  odporová síla o velikosti  $F_o = 6\pi\eta av$ . Pokud koule volně padá, dojde po určité době k vyrovnání výslednice tíhové a vztlakové síly s odporovou silou a koule se dále bude pohybovat konstantní rychlostí  $v_0$ , která je dána vztahem

$$6\pi\eta av_0 = \frac{4}{3}\pi a^3(\Delta - \delta)g.$$

Ke zjištění  $v_0$  a tím poloměru částic z tohoto vztahu naplnil Perrin emulzí vysoký válec a po důkladném protřepání jej hermeticky uzavřel. Protože emulze ve válci nebyla v rovnovážném stavu, jednotlivé částice pozvolna klesaly a horní vrstva se zřetelně pročišťovala. Její tloušťka dělená dobou pozorování pak vyjadřovala hledanou rychlost  $v_0$ .

Uvedený způsob stanovení poloměru částic je sice elegantní, ale snadno zpochybnitelný. Stokesův zákon byl totiž odvozen pro makroskopickou kouli pohybující se v tekutém prostředí považovaném za kontinuum, zatímco Brownův pohyb je naopak indikátorem nespojitě struktury tohoto prostředí. Kromě toho je rychlost  $v_0$  skutečnou rychlostí makroskopické koule, ale okamžitá rychlost jednotlivých Brownových částic neustále mění směr i velikost a nijak nesouvisí s rychlostí, kterou jako celek klesá jejich soubor. Proto Perrin použil ke stanovení poloměru částic i jiných metod.

Jedna z nich spočívala v určení počtu  $\mathcal{P}$  částic ve známém objemu  $V$  emulze, pro niž byla předem titrací stanovena celková hmotnost  $M$  pryskyřice v určitém objemu  $V_M$ . Potom

$$\frac{M}{V_M} = \frac{\mathcal{P}m}{V} = \frac{\mathcal{P}\Phi\Delta}{V} = \frac{\mathcal{P}\frac{4}{3}\pi a^3\Delta}{V}.$$

Objem  $V$  reprezentovaly kvádříky o známé výšce  $H$  prohlubně (viz obr. 1) a čtvercových základnách o hraně  $50 \mu\text{m}$  vyrytých do skla tvořícího dno preparátu.

Postupné proostřování vzorku a počítání částic v jeho jednotlivých vrstvách by jistě nebylo možné. Perrin si však všiml, že ve slabě kyselém prostředí (např. 0,01 molu kyseliny na litr) se částice gumiguty i mastixu postupně shromažďují na skleněných stěnách ohraničujících preparát a mohou tedy být po zaostření na dolní a horní základnu zkoumaných kvádříků snadno spočítány.

Poslední metoda použitá k určení poloměru Brownových částic byla nejjednodušší, ale také nejméně přesná. Vycházela ze skutečnosti, že ve slabě kyselém prostředí se částice shromažďují na skleněných okrajích preparátu v podobě ostrůvků, v nichž jsou patrně lineární řetízky po třech až pěti částicích (viz obr. 2). Délku těchto řetízků lze změřit (např. na fotografii nebo v projekčním mikroskopu) a z ní pak stanovit poloměr jedné částice. Hodnota získaná tímto způsobem je přesnější než odhad rozměru osamocené částice, jejíž obraz je značně zkreslen difrakcí.

Všechny tři metody stanovení poloměru Brownových částic dávaly stejné výsledky. Z toho lze usuzovat, že Stokesův zákon je aplikovatelný i na pohyb částic konajících

Brownův pohyb (ukazuje se, že jeho platnost je narušena až tehdy, když jsou rozměry částic srovnatelné se vzdálenostmi molekul v tekutině ([2])).

#### Určení Avogadrovy konstanty $N_A$

Hodnoty Avogadrovy konstanty získané porovnáním vztahů (1) a (4) pro emulze gumiguty o různých parametrech (poloměr  $a$  nabýval hodnot 0,14; 0,212; 0,29; 0,30 a 0,45  $\mu\text{m}$ , rozdíl hustot částic a kapaliny  $\Delta - \delta$  hodnot 0,2067, 0,21 a 0,30  $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) a jednu emulzi mastixu ( $a = 0,52 \mu\text{m}$ ,  $\Delta - \delta = 0,063 \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) se navzájem shodovaly a řádově odpovídaly dřívějším odhadům. Tím byla potvrzena správnost vztahu (1) a v důsledku toho i předpokladu o částicové struktuře látek. Z výsledků všech provedených experimentů byla statistickým zpracováním získána pro Avogadrovu konstantu hodnota

$$N_A = 7,05 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \text{ s chybou nepřevyšující 15\%}.$$

### 3. EINSTEINŮV MATEMATICKÝ POPIS KINETIKY BROWNOVA POHYBU A JEHO EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘENÍ

Během svých prvních experimentů se Perrin dozvěděl, že již dříve, v roce 1904, provedl polský fyzik Marian Smoluchowski (1872 – 1917) teoretický rozbor kinetiky Brownova pohybu, který o rok později na základě obecnějších úvah dovedl do konečné podoby německý fyzik Albert Einstein (1879 – 1955). Protože velmi rychlé změny rychlosti částice neumožňují přesně zaznamemat její trajektorii, lze uvažovat pouze o vektorech posunutí této částice za delší časové intervaly  $\tau$  (viz obr. 3). Je zajímavé, že Einstein přistupoval k problému čistě teoreticky a o jeho možných širších souvislostech, alespoň zpočátku, příliš neuvažoval. V úvodu své práce *O pohybu částic suspendovaných v klidných kapalinách, postulovaném molekulárně – kinetickou teorií tepla* z roku 1905 totiž píše: ”Je možné, že zde diskutovaný pohyb je tzv. Brownovým molekulárním pohybem. Informace, které o něm mám, jsou však natolik neúplné, že to nemohu potvrdit.”

Při svých úvahách Einstein vyšel, stejně jako později – nezávisle na něm – Perrin, z představy o částicové struktuře látek a užitím ekvipartičního teorému aplikovaného na pohyb sledované Brownovy částice (1) dospěl mj. ke vztahu pro **střední hodnotu kvadrátu vektoru posunutí částice** v časovém intervalu délky  $\tau$  ([2], [4] – [10])

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2RT}{N_A} \frac{\tau}{3\pi\eta a} \quad (5)$$

Tento vztah se ihned pokusili experimentálně ověřit švédský fyzikální chemik Theodor Svedberg (1884 – 1971) a francouzský chemik Victor Henri (1872 – 1940). Svedbergovi se však nepodařilo dospět k jednoznačnému závěru o jeho správnosti a výsledky Henriho s ním byly dokonce v rozporu. Dočasně tedy převládl názor, že Einsteinův matematický popis Brownova pohybu je neúplný nebo nepřesný.

Perrinovy experimenty popsané v předchozím paragrafu však potvrdily správnost jeho výchozích předpokladů – částicovou strukturu látek i ekvipartiční teorém. Henriho závěry přitom Perrina nepřesvědčovaly a protože navíc zjistil, že Svedbergovy pokusy vycházely

z nesprávné interpretace vztahu (5), rozhodl se jej i další výsledky Einsteinových výpočtů ([2], [4] – [6]) znovu pečlivě prověřit.

Potřebný datový soubor získal (ve spolupráci se studentem M. Chaudesaiguesem) záznamem poloh částic emulze gumiguty o poloměru  $0,212 \mu\text{m}$  a mastixu o poloměru  $0,52 \mu\text{m}$  na projekčním mikroskopu v intervalech délky 30 s (použité preparáty byly připraveny způsobem popsaným v paragrafu 2). Opakovaná měření prováděná s různě viskózními kapalinami vedla k hodnotě

$$N_A = 7,15 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1},$$

jež dobře souhlasí s hodnotou určenou studiem rozložení Brownových částic v tíhovém poli. Tím byla, až napodruhé, potvrzena správnost matematického popisu kinetiky Brownova pohybu, který mohl posloužit k experimentálnímu důkazu částicové struktury látek již o tři roky dříve.

Perrinova teoretická a experimentální analýza Brownova pohybu, publikovaná v jediném souhrnném sdělení [2], vedla k všeobecnému uznání částicové struktury látek širokou vědeckou obcí. V roce 1926 byla odměněna Nobelovou cenou "za práce o nespojitě struktuře hmoty, zvláště za objev sedimentační rovnováhy".

## Poznámky:

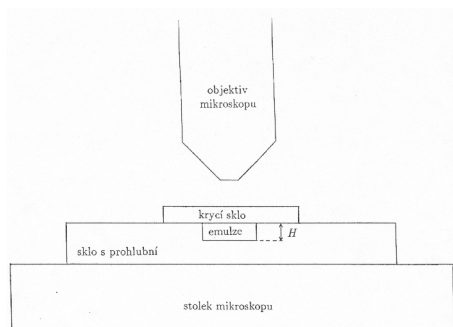
<sup>1)</sup> Ekvipartiční teorém, jehož obecné odvození se dá najít v učebnicích statistické fyziky (např. [11]), lze aplikovat na termodynamicky rovnovážné soustavy sestávající z částic, které se řídí zákony klasické fyziky (tzv. klasické soustavy).

Vnitřní energii takové soustavy lze vyjádřit jako součet členů, z nichž některé mají jednoduchý tvar kvadrátu souřadnic nebo rychlostí jednotlivých částic, vynásobeného nějakou konstantou. Pokud již tyto veličiny nevystupují ve sčítancích dalších, mluvíme o nezávislých kvadratických členech ve výrazu pro energii.

Ekvipartiční teorém (někdy nazývaný také větou o rovnoměrném rozložení energie) tvrdí, že na každý nezávislý kvadratický člen ve výrazu pro energii soustavy o termodynamické teplotě  $T$  připadá střední energie  $\frac{1}{2}\kappa T$ , kde  $\kappa$  je Boltzmannova konstanta. O střední energii příslušející případným dalším členům ve výrazu pro energii, které jednoduchý tvar nezávislého kvadrátu nemají, však ekvipartiční teorém nevyovídá nic.

<sup>2)</sup> Molární plynovou konstantu bylo možné experimentálně určit ze stavové rovnice pro  $n$  molů ideálního plynu  $pV = nRT$  (viz např. [12]). Jedním molem se přitom obecně rozumělo takové množství látky, které zaujímá v plynném skupenství při dané teplotě a tlaku stejný objem jako 2 g vodíku.

<sup>3)</sup> Metody odhadů Avogadrovy konstanty známé na počátku našeho století jsou uceleně shrnuty v [2]. Jeden z prvních odhadů, jenž vycházel z výsledků kinetické teorie plynů a byl zatížen chybou nejméně 30%, je rovněž podrobně popsán v [4]. Běžné učebnice molekulové a statistické fyziky se však touto problematikou většinou buď nezabývají, nebo ji komentují velmi povrchně.



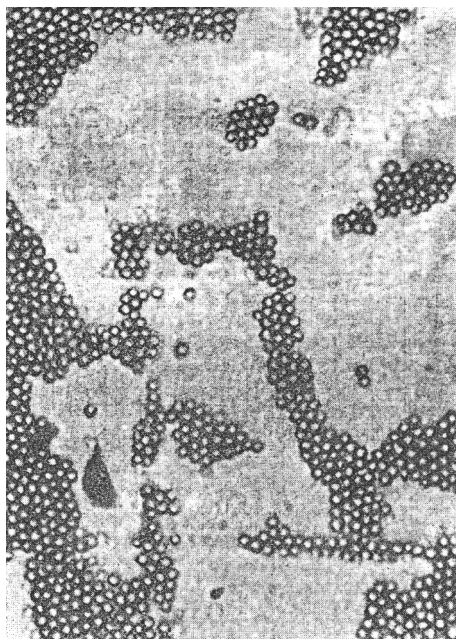
Obrázek 1: Experimentální uspořádání pro studium prostorového rozložení Brownových částic v tíhovém poli.

Přehled jak moderních, tak i některých dříve užívaných postupů při určování Avogadrovy konstanty lze nalézt např. v [12].

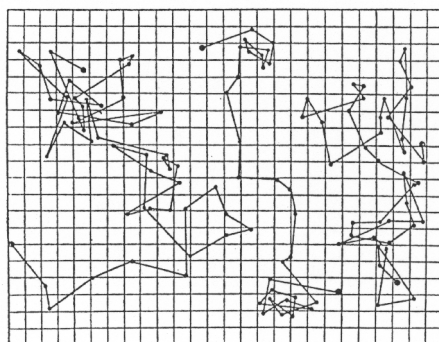
## Literatura:

- [1] Lacina, A.: Atom – od hypotézy k jistotě. [On-line.]  
URL <http://www.physics.muni.cz/kof/clanky/atom.pdf>.
- [2] Perrin, J.: Brownian Movement and Molecular Reality. Taylor and Francis, London 1910, anglický překlad původní publikace v *Annales de Chimie et de Physique* **18** (1909) 1 – 114.
- [3] Trigg, G. L.: *Crucial Experiments in Modern Physics*. Van Nostrand, New York 1971.  
ruský překlad Trigg, G. L.: *Rešajuščije eksperimenty v sovremennoj fizike*. Mir, Moskva 1974.
- [4] Czudková, L.: Perrinova analýza Brownova pohybu. Diplomová práce, PřF MU, Brno 1997.
- [5] Einstein, A.: *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Dover Publications, 1956.
- [6] Einstein, A.: *Sobranie naučnych trudov III*. Nauka, Moskva 1966.
- [7] Zajac, R., Chrapan, J.: *Dějiny fyziky (skripta)*. Univerzita Komenského, Bratislava 1986.
- [8] Zajac, R., Pišút, J., Šebesta, J.: *Historické pramene súčasnej fyziky 2*. Univerzita Komenského, Bratislava 1997.
- [9] Machalický, J.: O Brownově pohybu. *Rozhledy mat. fyz.* **68**, č. 4 (1989 – 1990) 156 – 164.
- [10] Svoboda, E., Bakule, R.: *Molekulová fyzika*. Academia, Praha 1992.
- [11] Lacina, A.: *Základy termodynamiky a statistické fyziky (skripta)*. SPN, Praha 1990.
- [12] Brož, J., Roskovec, V.: *Základní fyzikální konstanty*. SPN, Praha 1987.





Obrázek 2: Fotografie částic gumiguty shromážděných na skleněném okraji preparátu ([2]).



Obrázek 3: Záznam poloh tří částic mastixu o poloměru  $0,50 \mu\text{m}$  v časových intervalech délky 30 s na projekčním mikroskopu; strana čtverce má skutečnou velikost  $1,7 \mu\text{m}$  ([2]).