

Vzorové řešení úlohy č.1

Geometrické řešení:

B' ... bod zrcadlově sdružený s bodem B , $BM = MB' = b$,

C' ... obecná poloha bodu C .

Konstrukce bodu C : čas je minimální, je-li délka letu $AC + CB$ minimální. To nastane, je-li bod $C \in AB'$.

Řešení výpočtem:

Čas letu je minimální, je-li poloha bodu C' taková, že dráha letu je minimální.

Obecně $s' = AC' + C'B = AC' + C'B'$. $s = s_{min}$, je-li spojnice $AC'B'$ přímá, tj. $\alpha = \alpha'$.

Označme $CM = y$. Pak

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad \Rightarrow \quad y = x \frac{b}{a}.$$

Protože $x + y = d$, dostaneme $x \left(1 + \frac{b}{a}\right) = d$ a odtud výsledek

$$\underline{\underline{x = \frac{ad}{a+b}}}.$$

Při výpočtu minimální délky letu $AC + CB = AC + CB'$ vyjdeme z Pythagorovy věty pro pravoúhlý trojúhelník ADB'

$$s_{min} = \sqrt{(a+b)^2 + d^2}.$$

Stejný výsledek dá samozřejmě dosazení x do vztahu

$$s_{min} = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d-x)^2},$$

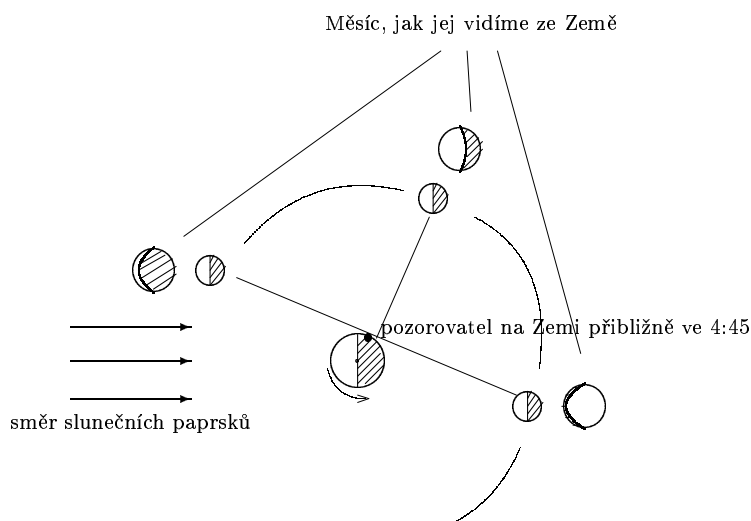
vedoucí k poměrně pracné úpravě. Pro minimální dobu letu pak platí

$$\underline{\underline{t_{min} = \frac{s_{min}}{v} = \frac{\sqrt{(a+b)^2 + d^2}}{v}}}.$$

ÚLOHA č. 5

Měsíc, stejně jako Slunce, se pohybuje po ekliptice¹ s maximální odchylkou 5 úhlových stupňů od ní (může se proto někdy stát, že Slunce, Země a Měsíc se ocitnou na jedné přímce a pak dochází k zatmění Slunce či Měsíce). Pokud se nacházíme na severní polokouli (v našem případě asi na 50. stupni severní šířky), ekliptika se nalézá nad jižním obzorem. Na jižní polokouli se naopak ekliptika nachází nad horizontem severním.

Slunce i Měsíc vychází na východě, putují po ekliptice a zapadají na západě (toto je shodné pro obě zemské polokoule, neboť Země se otáčí od západu na východ). Úhlová vzdálenost Slunce a Měsíce na obloze je dána fází Měsíce (1. čtvrt, ..., úplňk, ..., poslední čtvrt, ..., nov, ...). Z následujícího obrázku je patrné, že ve 4:45 hod. ráno lze vidět Měsíc pouze „ubývající“, ve fázích mezi úplňkem a novem (v tomto sledu), popřípadě ve fázi dorůstání, kdy však už chybí jen několik dní do úplňku. Na severní polokouli má pak ze Země viditelná část Měsíce přibližně tvar písmene C, na jižní polokouli přibližně tvar písmene D. To tedy znamená, že obrázek je naprosto v pořádku, pokud uvažujeme pozorovatele na jižní polokouli². Pokud uvažujeme jen polokouli severní, je v obrázku k dané konstalaci Země a Měsíce nevhodně zadaný čas, nebo naopak k danému času je Měsíc nesprávně osvětlen (navíc při zachování stupně osvětlení by se měl nacházet nad východním až jihovýchodním obzorem).



Pohled ze severu (na severní zemský pól); pohled na jižní pól je pouze zrcadlově převrácený

Poznámky:

Seskupení hvězd na obrázku nemělo připomínat souhvězdí Kasiopěji. Pokud se tak přesto stalo, správně bylo podotknout, že se toto souhvězdí nalézá ve vzdálenosti přibližně čtyřiceti úhlových stupňů od světového severního pólu (tedy je hodně vzdáleno od ekliptiky), takže v jeho blízkosti se Měsíc nemůže nacházet.

Zajímavá situace nastává na severním zemském pólu (podobně je tomu i na jižním), kde ke znázorněné konstalaci může dojít, ovšem je-li právě na pólu arktický den. Pak by ale na obloze muselo být i Slunce a nebyly by vidět hvězdy (ty měly na obrázku znázorňovat, že se Slunce nachází pod obzorem³).

¹Ekliptika je virtuální čára vznikající průmětem dráhy Slunce na nebeskou sféru

²zde skutečně dorůstající Měsíc má tvar písmene C a couvající tvar písmene D

³tento stav v dané hodině (4:45) odpovídá všem ročním obdobím mimo léta; ovšem jaké roční období na obrázku v zadání právě je, není vůbec důležité