

Vzorové řešení úlohy č.1 (3 body)

(a) Teplota je fyzikální veličina popisující rovnovážný stav soustavy, jejíž části jsou ve vzájemném tepelném kontaktu (tj. neexistují přepážky, které by bránily eventuální tepelné výměně mezi nimi); ve všech částech takové soustavy má stejnou hodnotu. Teplota souvisí se střední hodnotou vnitřní energie systému: systému s vyšší vnitřní energií připisujeme vyšší teplotu. Uvedeme-li do tepelného kontaktu např. dvě tělesa s různou teplotou, dochází mezi nimi k tepelné výměně: část kinetické energie neuspořádaného pohybu částic teplejšího tělesa se předává částicím chladnějšího tělesa tak dlouho, dokud se obě teploty nevyrovnají. Dá se tedy říci, že teplota soustav určuje, "jakým směrem bude probíhat případná tepelná výměna mezi nimi."

Ze zkušenosti víme, že s teplotou vzrůstá objem většiny těles, tlak plynu v nádobě daného objemu, elektrický odpor kovů (elektrický odpor polovodičů naopak klesá), mění se barva těles vyžhavených na dostatečně vysokou teplotu atd. Těchto změn v praxi využíváme k jejímu měření.

(b) V běžném životě vyjadřujeme teplotu v *Celsiově teplotní stupnici*, kterou sestavíme následovně:

- bodu tání ledu (přesněji: rovnovážnému stavu chemicky čisté vody a jejího ledu za normálního tlaku $p_n = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) přiřadíme teplotu 0°C
- bodu varu vody (přesněji: rovnovážnému stavu chemicky čisté vody a její páry za normálního tlaku) přiřadíme teplotu 100°C
- úsek teploměru mezi těmito základními teplotami rozdělíme na 100 stejných dílků.

Historickou zajímavostí je, že švédský astronom A. Celsius (1701 - 1744), jehož jméno stupnice nese, označil v roce 1742 bod varu vody 0° a bod tání ledu 100° . Do dnešní podoby byla stupnice obrácena později.

Ve fyzice se častěji setkáváme s teplotou vyjádřenou v *termodynamické* (nebo také *Kelvinově*) *teplotní stupnici* - termodynamickou (Kelvinovou) teplotou, která je jednou ze základních veličin soustavy SI; její jednotkou je kelvin. Na rozdíl od Celsiovy stupnice má termodynamická stupnice jen jednu základní teplotu: je jí teplota rovnovážného stavu soustavy led + voda + sytá pára (tzv. trojný bod vody) a připisujeme jí hodnotu 273,16 K (přesně). Kelvin definujeme jako 273,16-tou část termodynamické teploty trojného bodu vody.

Převodní vztah mezi Celsiovou teplotou t_C a termodynamickou teplotou T je

$$T = (\{t_C\} + 273,15) \text{ K},$$

kde $\{t_C\}$ je číselná hodnota Celsiovy teploty.

Termodynamickou teplotu zavedl v polovině minulého století skotský fyzik W. Thomson (lord Kelvin, 1824 - 1907) na základě termodynamických poznatků o tepelných strojích.

Fahrenheitova teplotní stupnice se v dnešní době užívá hlavně v USA. Navrhl ji v roce 1714 německý fyzik D. G. Fahrenheit (1686 - 1736) takto:

- nulový bod ($0^{\circ}F$) je dán rovnovážným stavem salmiaku a ledu
- druhý základní bod je určen teplotou zdravého lidského těla
- bod tání ledu leží v jedné třetině rtuťového sloupce mezi oběma těmito body. Celý rtuťový sloupec byl rozdělen na 96 stejných dílků, teplota tání ledu je pak $32^{\circ}F$.

Převodní vztah mezi Celsiovou teplotou t_C a Fahrenheitovou teplotou t_F je

$$t_F = \left(\frac{9}{5}\{t_C\} + 32\right)^{\circ}F.$$

V minulosti byla u nás rozšířena *Réaumurova (čti reomírova) teplotní stupnice*. Za základní body zvolil v roce 1730 francouzský přírodovědec R. A. F. Réaumur (1683 - 1757):

- bod tání ledu s teplotou $0^{\circ}R$
- bod varu vody s teplotou $80^{\circ}R$.

Převodní vztah mezi Celsiovou teplotou t_C a Réaumurovou teplotou t_R je

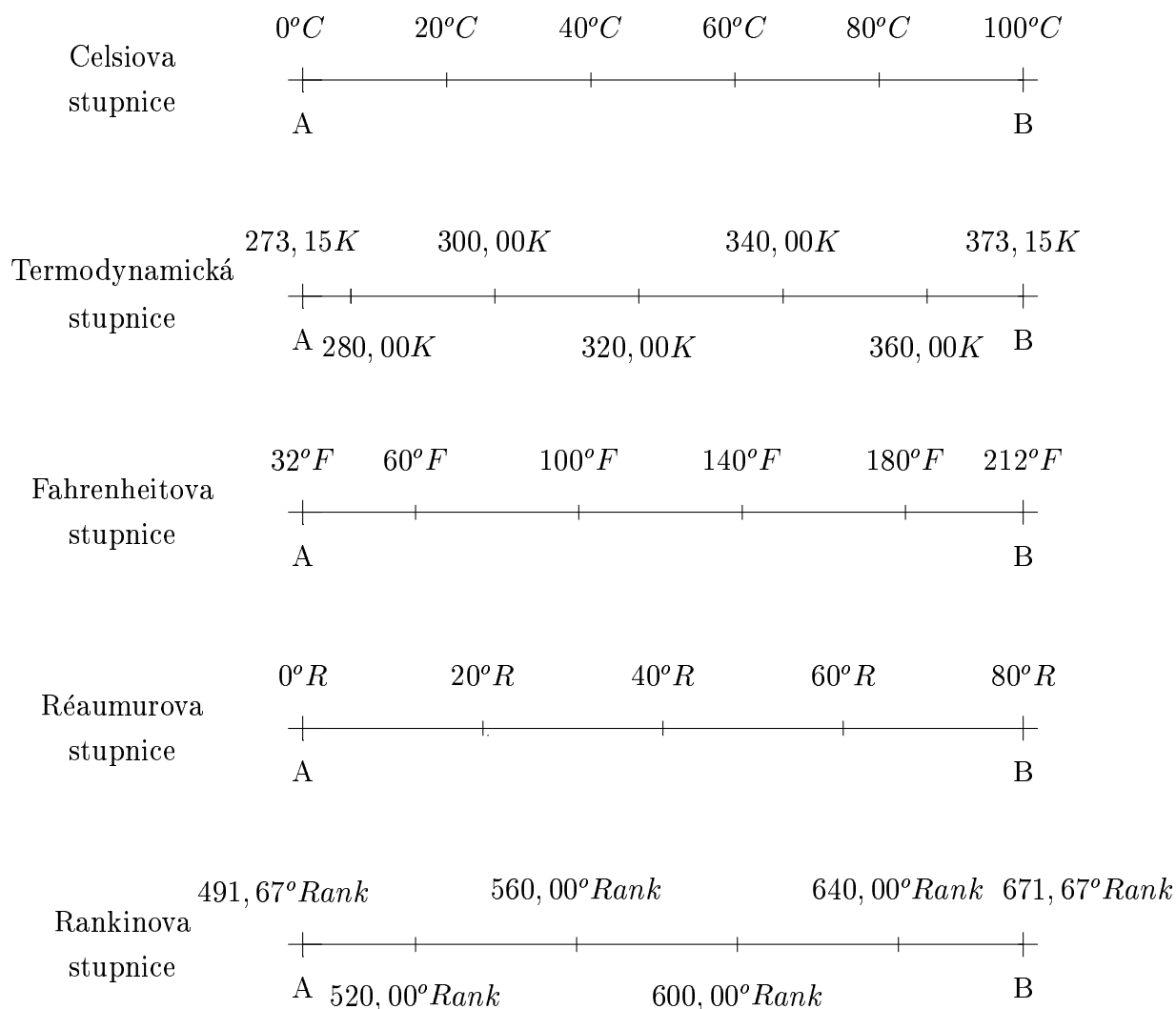
$$t_R = \left(\frac{4}{5}\{t_C\}\right)^{\circ}R.$$

Velmi málo známá je *teplotní stupnice Rankinova*, užívaná ještě v USA a Velké Británii. Tato stupnice má stejnou velikost dílku jako Fahrenheitova, její nulový bod však odpovídá teplotě 0 K, tj. absolutní nule.

$$t_{Rank} = \left(\frac{9}{5}\{t_C\} + 491,67\right)^{\circ}Rank,$$

$$t_{Rank} = \left(\frac{9}{5}\{T\}\right)^{\circ}Rank.$$

Znázornění teplotních stupnic na části číselné osy (A značí bod tání ledu, B bod varu vody):



Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996
Třetí série úloh - 2. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.1 (6 bodů)

Na úvod upozorňujeme, že v zadání úlohy byla omylem uvedena hrana elementární buňky mědi $a = 35,6nm$; správně je $a = 0,356nm$. Této skutečnosti, která neovlivnila bodové hodnocení, si všiml Vlastimil Křápek a Štefan Porubský.

(a) Tzv. střední kvadratickou rychlost v_0 elektronu o hmotnosti m vyjádříme z rovnosti $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}kT$:

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (1)$$

Pro pokojovou teplotu $t = 22^\circ\text{C}$ ($T = 295\text{K}$) máme číselně $v_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{m.s}^{-1}$.

Směr tepelného pohybu elektronů je zcela náhodný. Celkový náboj, který projde libovolným řezem kovového vzorku za jednotku času, je nulový, takže pokud není na vzorek přiloženo vnější elektrické pole, neteče jím proud.

(b)

- Měrný odpor ρ kovu vyjádříme ze vztahu

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

kde R je odpor vzorku. Po dosazení $R = \frac{U}{I}$ a vyjádření máme

$$\rho = \frac{US}{Il} \quad (2)$$

Číselně $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.

- Celkový počet volných elektronů ve vodiči je dán poměrem objemu vzorku a objemu elementární buňky, násobeným počtem volných elektronů připadajících na jednu elementární buňku:

$$N = 4 \frac{Sl}{a^3} \quad (3)$$

Číselně $N = 1,8 \cdot 10^{23}$.

- Vyjdeme z definice elektrického proudu:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t},$$

kde ΔQ je celkový náboj elektronů (v absolutní hodnotě), které projdou příčným průřezem S vzorku za dobu Δt .

Za dobu Δt projdou průřezem S ty elektrony, které jsou obsaženy v objemu $S \Delta v \Delta t$; jejich počet je $\frac{N}{lS} S \Delta v \Delta t = \frac{N}{l} \Delta v \Delta t$. Celkem je $\Delta Q = |e| \frac{N}{l} \Delta v \Delta t$, tedy $I = |e| \frac{N}{l} \Delta v$. Po dosazení vztahu (3) a vyjádření dostaneme

$$\Delta v = \frac{I a^3}{4 |e| S} \quad (4)$$

Číselně $\Delta v = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{m.s}^{-1}$.

Pomocí driftové rychlosti a hustoty volných elektronů ve vodiči $n = \frac{N}{Sl} = \frac{4}{a^3}$ můžeme vyjádřit hustotu proudu $j = \frac{I}{S}$ ve vodiči. Dosazením do (4) a po úpravě dostaneme

$$j = |e| n \Delta v \quad (5)$$

Velikost driftové rychlosti $\Delta v = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{m.s}^{-1}$ je oproti velikosti rychlosti tepelného pohybu $v_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{m.s}^{-1}$ zanedbatelně malá, ale jak vyplývá z (5), určuje velikost proudu v daném vodiči.

- Na volné elektrony v kovu působí konstantní síla elektrického pole $\vec{F} = e\vec{E}$ ($\vec{E}$ je intenzita elektrického pole ve vodiči vyvolaná zdrojem elektromotorického napětí) a proti ní síla odporu prostředí způsobená převážně tepelnými kmity atomů mřížky. Tu si představujeme jako srážkový proces se střední dobou mezi dvěma po sobě následujícími srážkami τ , při kterém elektrony předávají část své energie (získané ze zdroje elektromotorického napětí) atomům mřížky.

V intervalu mezi srážkami je elektron urychlován, má zrychlení $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e}{m}\vec{E}$ a během střední doby τ , po kterou se pohybuje bez srážky, dojde ke změně rychlosti $\Delta\vec{v} = \frac{e}{m}\tau\vec{E}$. Vyjádříme-li velikost intenzity elektrického pole jako $|\vec{E}| = \frac{U}{l}$ a velikost driftové rychlosti podle (4), obdržíme pro střední dobu

$$\tau = \frac{Ia^3ml}{4e^2US} \quad (6)$$

Číselná hodnota je $\tau = 2,4 \cdot 10^{-14} \text{ s}$.

Tento výsledek můžeme zobecnit zavedením měrného odporu kovu ρ pomocí (2) a koncentrace volných elektronů $n = \frac{4}{a^3}$ do (6). Obdržíme vztah

$$\frac{1}{\rho} = \frac{e^2n\tau}{m}, \quad (7)$$

ze kterého vyplývá, že τ můžeme pro daný vodič určit přímo z jeho měrného odporu.

Ze znalosti τ a velikosti střední tepelné rychlosti v_0 (1) můžeme rovněž určit střední volnou dráhu elektronů L

$$L = v_0 \cdot \tau \quad (8)$$

Číselná hodnota je $L = 2,7 \text{ nm}$ a je asi 10x větší než vzdálenost mezi sousedními atomy. Ve skutečnosti je tato hodnota ještě větší, neboť plyn volných elektronů v kovu se od běžného plynu poněkud odlišuje.

Poznámka:

V řešení posledního úkolu části (b) se často objevoval názor, že "elektron se pohybuje beze srážky po dráze rovné hraně elementární buňky". Pak $\tau = \frac{a}{v_0} = \frac{a}{\sqrt{\frac{3kT}{m}}} = 3,1 \cdot 10^{-15} \text{ s}$. Vidíme ale, že získaný výsledek je o řád menší než správný výsledek vzorového řešení. Protože formulace v zadání úlohy "Elektrické pole volné elektrony urychluje, vlivem jejich srážek zejména s atomy mřížky však dochází k ustálenému stavu,..." může nechtěně vést k mylné představě, že střední volná dráha je řádově rovna hraně elementární buňky, rozhodli jsme se poslední úkol části (b) postavit mimo soutěž.

Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996

Třetí série úloh - 1. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.3 (7 body/ů)

Než přistoupíme k řešení jednotlivých úloh, uvedme nejprve číselné hodnoty veličin, s nimiž budeme pracovat:

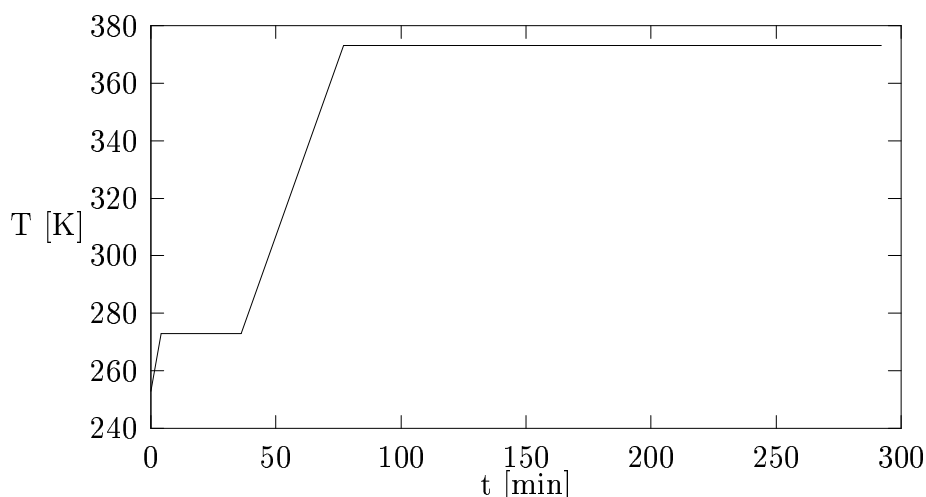
- $c_s = 670 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (měrná tepelná kapacita skla při 20°C)
- $c_v = 4182 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (měrná tepelná kapacita vody při 20°C)
- $c_l = 2090 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (měrná tepelná kapacita ledu při 0°C)
- $l_t = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$ (měrné skupenské teplo tání ledu)
- $l_v = 2,256 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ (měrné skupenské teplo vypařování vody)

- (a) Označme $m_s = 0,2 \text{ kg}$ hmotnost skleněné nádoby, $m_{lv} = 0,8 \text{ kg}$ hmotnost ledové tříště, popř. vody, $Q = 140 \text{ J.s}^{-1}$ teplo každou vteřinu přijímané systémem, $T_1 = 253,15 \text{ K}$ výchozí teplotu systému, $T_2 = 373,15 \text{ K}$ bod varu vody a $T_0 = 273,15 \text{ K}$ bod tání ledu.

Popsanou situaci můžeme v čase vyjádřit jako sled čtyř událostí popsaných jednotlivými rovnicemi:

1. systém se ohřál z teploty T_1 na T_0 : $(c_s \cdot m_s + c_l \cdot m_{lv}) \cdot (T_0 - T_1) = Q \cdot t_1$
2. led se rozpustil ve vodu: $l_t \cdot m_{lv} = Q \cdot t_2$
3. systém dosáhl teploty T_2 : $(c_s \cdot m_s + c_v \cdot m_{lv}) \cdot (T_2 - T_0) = Q \cdot t_3$
4. veškerá voda se vypařila ze skleněné nádoby: $l_v \cdot m_{lv} = Q \cdot t_4$

$t = \sum_{i=1}^4 t_i \doteq 292 \text{ min}$ představuje celkový čas trvání procesu. Pokud bychom zanedbali hmotnost nádoby vůči hmotnosti jejího obsahu, v grafu s vyobrazením závislosti teploty systému na čase by se zvýšila jeho strmost v první a třetí fázi. Předpoklad zanedbatelné hmotnosti nádoby nelze splnit ve čtvrté fázi pokusu, kdy probíhá vypařování vody a hmotnost obsahu nádoby se tedy snižuje.



(b) Soustava vzniklá spojením nádoby o hmotnosti M_1 s ledovou tříští o hmotnosti m_1 a teplotě T_1 s nádobou o hmotnosti M_2 s vodou o hmotnosti m_2 a teplotě T_2 může dospět do třech možných rovnovážných stavů charakterizovaným teplotou T (definice ostatních užitých veličin viz.(a)):

1. Výsledná teplota soustavy se ustálí pod bodem mrazu,

$$(c_s \cdot M_1 + c_l \cdot m_1) \cdot (T - T_1) = c_v \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_0) + l_t \cdot m_2 + c_l \cdot m_2 \cdot (T_0 - T) + c_s \cdot M_2 \cdot (T_2 - T)$$
 .
2. Led se rozmrazí a rovnovážná teplota soustavy bude vyšší než teplota tuhnutí vody: $c_l \cdot m_1 \cdot (T_0 - T_1) + l_t \cdot m_1 + c_v \cdot m_1 \cdot (T - T_0) + c_s \cdot M_1 \cdot (T - T_1) = (c_s \cdot M_2 + c_v \cdot m_2) \cdot (T_2 - T)$.
3. Soustava se ustálí při teplotě tání, kdy vedle sebe zůstanou obě fáze, přičemž obecně alespoň část ledu o hmotnosti Δm_1 nebo vody o hmotnosti Δm_2 prodělá skupenskou přeměnu. Můžeme psát: $(c_s \cdot M_1 + c_l \cdot m_1) \cdot (T_0 - T_1) + L = (c_s \cdot M_2 + c_v \cdot m_2) \cdot (T_2 - T_0)$, kde $L = l_t \cdot \Delta m_1$ nebo $-l_t \cdot \Delta m_2$.

Pokud do uvedených rovnic dosadíme hodnoty veličin ze zadání, vyjde nám v případě č.1 výsledná teplota vyšší než obě počáteční a v případě č.2 nižší než obě počáteční, což vylučuje uskutečnitelnost těchto rovnovážných stavů pro zadané hodnoty. Realizuje se tedy případ č.3, přičemž rovnováha se ustálí po rozmražení $\Delta m_1 = 0,72 \text{ kg}$ ledu.

(c) Ochlazování tělesa ohřátého na vysokou teplotu.

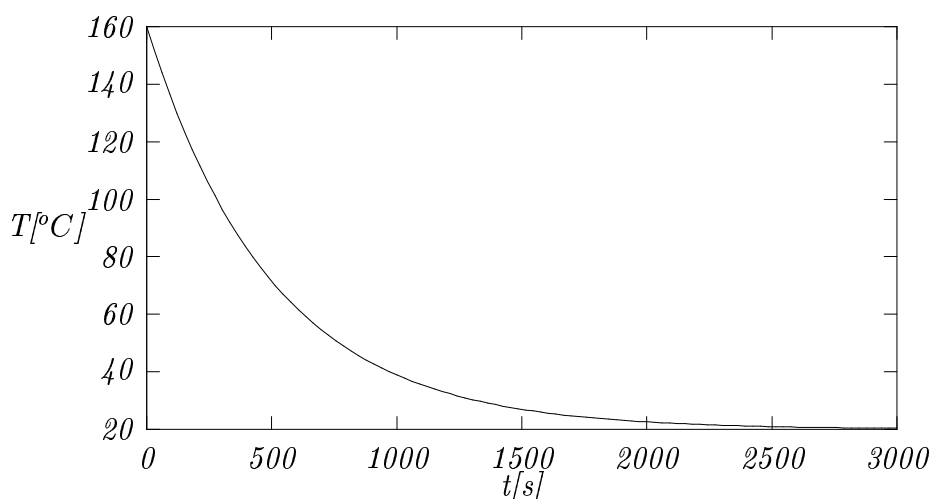
- Narozdíl od případu (a), kdy uvažujeme přítomnost tepelného zdroje trvale dodávajícího určité množství tepla, je chladnutí tělesa v prostředí se stálou teplotou samovolný proces. Předpoklad lineárního úbytku jeho tepla je nerealistický, protože s klesající teplotou se snižuje pohyblivost částic tělesa, a tak i pravděpodobnost jejich srážek s částicemi okolí, což zpomaluje proces předávání tepla tělesem okolí.
- Newtonův ochlazovací zákon zapíšeme v tomto tvaru: $\frac{\Theta(t+\Delta t) - \Theta(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \Theta(t, \Delta t)}{\Delta t} = K \cdot \Theta(t)$, kde $\Theta = T - T_O$.

Obecně by chladnoucí těleso samozřejmě ohřívalo okolí. Newtonův zákon je odvozen za předpokladu, že okolí je dostatečně veliké vůči systému a ovlivňování jeho stavu systémem můžeme zanedbat.

Kdyby znaménko konstanty K bylo kladné, znamenalo by to, že rozdíl mezi teplotou tělesa a okolí narůstá s časem; musí tedy platit $K < 0$.

Rovnice může být správně zapsaná jedině tehdy, mají-li výrazy na obou stranách stejné rozměry v jednotkách. Výraz na levé straně popisuje změnu teploty v čase (v jednotkách $^{\circ}\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$), z čehož plyne, že když Θ je vyjádřeno v $^{\circ}\text{C}$, K musí mít v soustavě SI jednotku s^{-1} .

- Pokud bude mít Δt infinitezimální velikost, přejde uvedená rovnice do diferenciálního tvaru. Zapišeme $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Theta(t, \Delta t)}{\Delta t} = \frac{d\Theta(t)}{dt} = K \cdot \Theta(t)$. Abychom výraz mohli zintegrovat, musíme upravit jeho tvar. Pak $\int_{\Theta_0}^{\Theta} \frac{d\Theta'}{\Theta'} = K \cdot \int_0^t dt'$, kde $\Theta_0 = T(0) - T_O$. Dostáváme $\ln\Theta - \ln\Theta_0 = Kt$, z čehož plyne $\Theta(t) = \Theta_0 \cdot e^{Kt}$. Po přičtení teploty okolí k oběma stranám rovnice získáváme vztah $T(t) = \Theta_0 \cdot e^{Kt} + T_O$, který popisuje závislost okamžité teploty tělesa na čase. Po dosazení číselných hodnot ze zadání ($T(t) = 140 \cdot e^{-0,002 \cdot t} + 20$) můžeme závislost vykreslit do grafu.



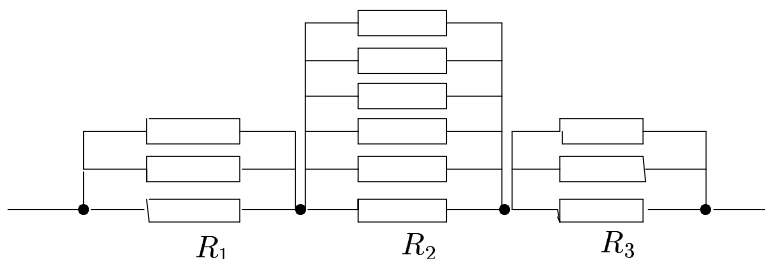
Situaci, kdy tepelný rozdíl mezi tělesem a okolím klesl na polovinu původní hodnoty, zapišeme matematicky $\frac{1}{2}\Theta_0 = \Theta_0 \cdot e^{Kt}$. Pak $t = -\frac{\ln 2}{K} \doteq 350\text{s}$ představuje dobu poklesu na poloviční hodnotu rozdílu.

Má-li se teplota tělesa rovnat teplotě okolí ($T = T_O$), musí být $\Theta_0 \cdot e^{Kt} = 0$. To je splněno pro $t \rightarrow \infty$, což je nerealistický výsledek. Newtonův ochlazovací zákon představuje zjednodušený model skutečnosti neuvažující vliv tepelných fluktuací. Ty jsou při přenosu tepla z jednoho objektu na druhý vždy přítomny a způsobují oscilaci teploty objektu kolem její střední hodnoty. Po jisté konečné době ochlazující se těleso tedy dosáhne teploty tak blízké teplotě okolí, že v důsledku fluktuací je již nejsme schopni rozlišit.

Vzorové řešení úlohy č.3 (4 body/ů)

Při řešení úloh, kdy počítáme výsledný odpor dané části el. obvodu, je důležité přeskřítnout si zadání do vhodného schématu, z něhož je možné jednoznačně určit způsob spojení (paralelní, sériový) jednotlivých odporů. Naši úlohu zjednodušuje symetrie související se shodnou velikostí odporů všech hran drátěné krychle (tj. žádná větev sítě odporů není dominantní).

Z počátečního uzlu na jednom konci tělesové úhlopříčky vycházejí tři větve. Na všech dochází ke stejnému úbytku napětí a pokud je na jejich koncích spojíme, nepoteče mezi nimi žádný proud. Můžeme si tedy takové myšlené spojení zobrazit ve schématu a představit si, že se větve na konci scházejí do jednoho uzlu. Obdobně můžeme postupovat zpětně z uzlu na druhém konci tělesové úhlopříčky. Úloha se nám pak převede do tvaru, kdy dostáváme jen dva vnitřní uzly a přes ně propojené tři systémy paralelních odporů. Nyní podle pravidla pro součet paralelních odporů krok za krokem vypočteme nezávisle celkové odpory tří vytvořených částí R_1 , R_2 a R_3 . Nejprve vždy paralelně sečteme odpory dvou hran a k jejich výslednému odporu paralelně přičteme odpor další hrany. Operaci opakujeme, dokud nejsou ve výsledku zahrnuty odpory všech hran každé z částí. Tři získané odpory R_1 , R_2 a R_3 pak sériově sečteme.



Dostáváme: $R_1 = \frac{1}{3}\Omega$, $R_2 = \frac{1}{6}\Omega$ a $R_3 = \frac{1}{3}\Omega$. Celkový odpor drátěné krychle

$$R = \sum_{i=1}^3 R_i = \frac{5}{6}\Omega .$$

Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996

Třetí série úloh - 2. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.5 (6 bodů)

1. Ručička galvanoměru se rozkmitá, protože vodič protíná indukční čáry magnetického pole magnetu a mění se magnetický indukční tok plochou vodiče. Proto se na koncích vodiče indukuje indukované napětí U_i . Jeho velikost je dána Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

kde $\Delta\Phi$ označuje změnu magnetického indukčního toku a Δt je časový interval, ve kterém tato změna nastala. Toto napětí způsobí, že vodičem začne téci elektrický proud. Směr indukovaného proudu určíme pomocí Lenzova pravidla. Jestliže se drát pohybuje směrem ke galvanoměru, dochází ke snižování magnetického indukčního toku v ploše obvodu. Směr proudu v obvodu musí být tedy takový, aby indukované pole bylo souhlasně orientované s polem magnetu (tj. aby svými účinky působilo proti snižování magnetického indukčního toku). Ampèrovým pravidlem pravé ruky určíme, že směr proudu je od bodu B do bodu A. (Elektrony se pohybují v opačném směru.) Kontrolu tohoto tvrzení můžeme provést pomocí směru magnetické síly působící na nosiče elektrického náboje ve vodiči. Směr této síly určíme pomocí Flemingova pravidla levé ruky. Při opačném pohybu (tj. od galvanoměru) se zvětšuje plocha smyčky obvodu a taky magnetický indukční tok. Z toho důvodu teče proud opačným směrem.

2. Na obrázku k této podúloze směr magnetických indukčních čar neodpovídá směru proudu v cívce. V tomto vzorovém řešení předpokládáme, že směr magnetických siločar je v souladu s obrázkem v zadání úlohy a polarita zdroje a směr proudu jsou opačné.

Galvanoměrem opět protéká proud, protože se mění magnetický indukční tok plochou smyčky, a to proto, že měníme velikost magnetické indukce přibližováním a vzdalováním cívky. Směr proudu určíme stejně jako v předcházejícím případě z Lenzova pravidla a Ampèrova pravidla pravé ruky. Při přibližování cívky ke smyčce se ve smyčce indukuje elektrický proud takového směru, aby takto vzniklé magnetické pole bylo opačné než je magnetické pole cívky. Směr proudu tedy bude při pohledu ze strany, kde je cívka proti směru hodinových ručiček. Při tomto řešení předpokládáme, že se magnetický indukční tok smyčkou při přibližování cívky stále zvětšuje. Ve skutečnosti však tento předpoklad nemusí být vždy splněn, protože v případě, že plocha smyčky je větší než plocha závitů cívky, mohou se některé indukční čáry uzavírat takovým způsobem, že procházejí plochou smyčky dvakrát, což způsobuje pokles magnetického indukčního toku ve smyčce. Při vzdalování cívky teče proud v důsledku Lenzova pravidla opačným směrem.

3. Situace je obdobná jako v předešlém případě, jen s tím rozdílem, že nyní magnetický indukční tok měníme změnou proudu v cívce. Při vypnutí proudu je tedy situace analogická jako v případě, kdy se smyčka vzdaluje od cívky (magnetický indukční tok v obou případech klesá) a zapnutí proudu odpovídá přibližování cívky (indukční tok roste).

Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996
Třetí série úloh - 1. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.5 - prémiová

1. Svítíme-li na matnou i lesklou stranu lopatek stejnou intenzitou, bude začerněná strana více pohlcovat záření, neboť má vyšší relativní absorpci, která je definována jako poměr pohlcené energie a celkové energie elektromagnetického vlnění dopadajícího na povrch tělesa. To, že matné těleso pohltí více energie, způsobí, že se zahřeje

na vyšší teplotu. V důsledku toho se bude více zahřívat i okolní vzduch. Molekuly plynů teplejšího vzduchu mají větší střední kinetickou energii E_k a střední kvadratickou rychlost v_k , než molekuly plynů vzduchu chladnějšího. To plyne ze vztahů:

$$E_k = \frac{3}{2}kT$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

kde m je hmotnost jedné molekuly vzduchu, T je teplota vzduchu a k je Boltzmanova konstanta. Při vyšší teplotě T bude také vyšší tlak vzduchu na lopatky mlýnku, což plyne ze vztahu

$$p = \frac{1}{3}\rho v_k^2,$$

kde ρ je hustota vzduchu. Při kvantitativním výpočtu bylo nutno uvážit, že vzduch v baňce je silně zředěn. Mlýnek se tedy bude otáčet tak, že matná strana se bude pohybovat ve směru záření.

2. Po vypnutí žárovky bude matná část chladnout rychleji než lesklá, tj. pokles rozdílu teplot mezi matnou povrchovou vrstvou lopatky a okolím za jednotku času bude větší než v případě povrchu lesklého. Po určité době tedy bude teplota lesklé části a jejího okolí větší než teplota matné části. To způsobí, že nyní bude výsledná tlaková síla působící na lopatky opačného směru než v předchozím případě. Vlivem působení této síly dochází k brzdění roztočeného mlýnku a po zastavení i k jeho zpětnému pohybu.

Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996

Třetí série úloh - 2. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.6 - prémiová

Na počátku solenoidem netekl žádný proud a disk byl v klidu (neměl žádný moment hybnosti). Po zapojení baterie začal solenoidem protékat proud, čímž v okolí cívky vzniklo časově proměnné magnetické pole. Vlivem elektromagnetické indukce vzniklo také pole elektrické. Tuto skutečnost matematicky popisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

kde U_i je indukované elektromotorické napětí a $\Delta\Phi$ je změna magnetického indukčního toku. Indukované elektrické pole, jehož intenzita má směr tečny ke kružnici, na které leží koule, působí elektrickou silou na elektricky nabitou koule, což způsobí roztočení disku. Směr rotace závisí na znaménku elektrického náboje nabitých kuliček a na směru změny magnetického pole cívky. V zadání úlohy je pokusné zařízení ve stavu, kdy solenoidem prochází stacionární proud a disk je v klidu. Toho lze dosáhnout působením vnější síly. Po přerušení proudu klesá magnetický indukční tok v důsledku čehož dojde k roztočení disku. Směr rotace je v tomto případě opačný než při zapnutí proudu, protože změna magnetického indukčního toku $\Delta\Phi$ má opačné znaménko.

Fyzik B se ve své úvaze dopustil omylu v tom, že neuvažoval moment hybnosti elektromagnetického pole. Bez jeho započtení nelze aplikovat zákon zachování momentu hybnosti.

Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996

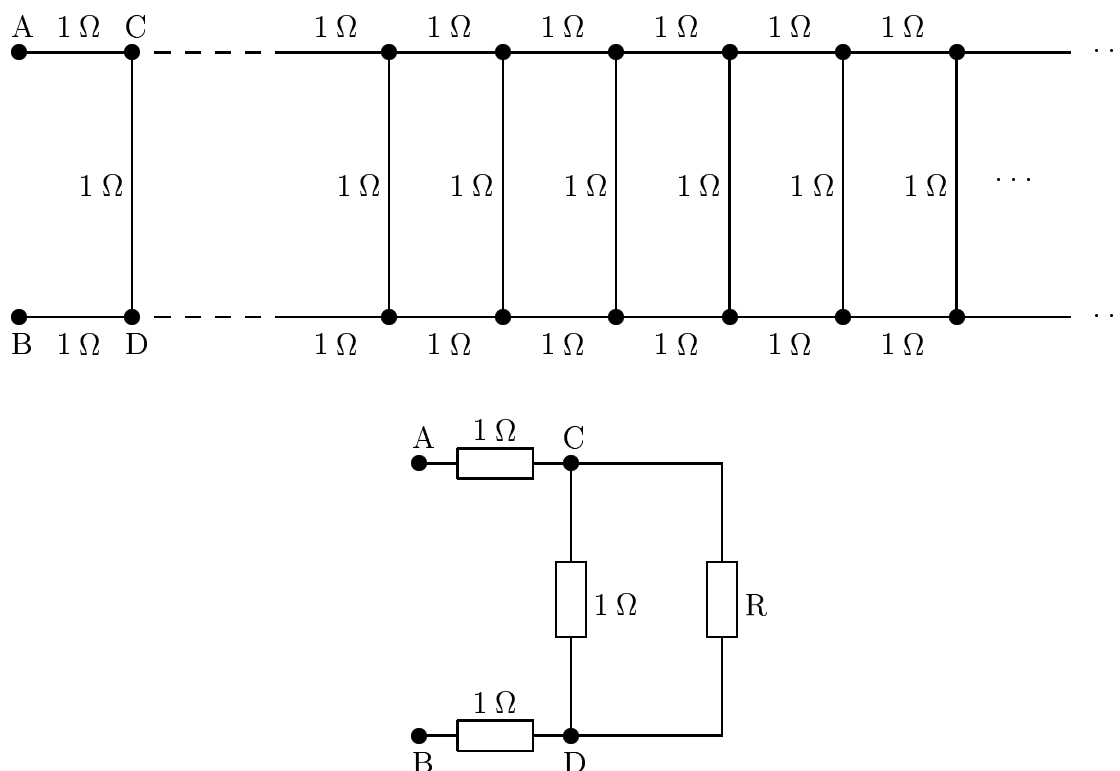
třetí série úloh - 2. kategorie

Vzorové řešení úlohy č.4 (5 bodů)

Předloženou úlohu lze řešit dvěma rozdílnými postupy:

1.

Základ prvního řešení spočívá v následující úvaze : Jelikož žebřík se skládá z nekonečného počtu odporů, jeho odpor se nezmění „odříznutím“ konečného počtu odporů. Provedeme-li



odříznutí tak, jak je to zobrazeno na výše uvedeném obrázku (zde je použito tzv. „náhradního“ schématu), můžeme psát:

$$R = 1 + 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{R}}$$

Z čehož po úpravě dostáváme kvadratickou rovnici pro celkový odpor

$$R^2 - 2R - 2 = 0$$

Po vyřešení dostáváme

$$R_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

Jelikož výsledný odpor žebříku jistě nemůže být záporný, dostáváme výsledek:

$$R = (1 + \sqrt{3}) \Omega$$

2.

Pokud někoho první způsob řešení nenapadl, mohl postupně počítat odpor žebříku s konečným, zvyšujícím se počtem příček. Provedeme-li označení jako na druhém obrázku, dostáváme pro odpor $n+1$ členů rekurentní vztah

$$R_{n+1} = 1 + 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{R_n}}$$

Jelikož žebřík je ukončen, je zřejmé, že $R_0 = 3 \Omega$ a postupným výpočtem jednotlivých členů dostáváme:

$$R_1 = 2.750000000 \Omega$$

$$R_2 = 2.733333333 \Omega$$

$$R_3 = 2.732142857 \Omega$$

$$R_4 = 2.732057416 \Omega$$

$$R_5 = 2.731051282 \Omega$$

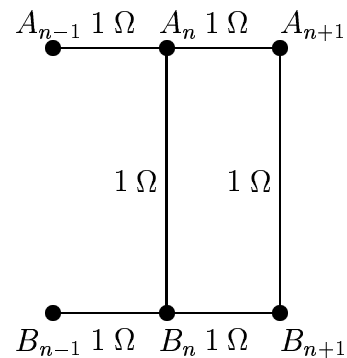
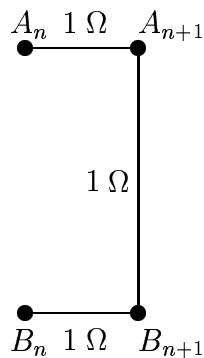
$$R_6 = 2.732050842 \Omega$$

$$R_7 = 2.732050810 \Omega$$

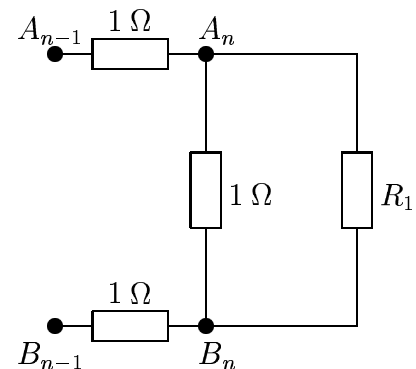
$$R_8 = 2.732050808 \Omega$$

$$R_9 = 2.732050808 \Omega$$

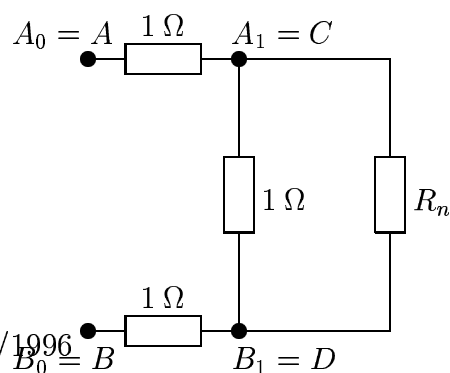
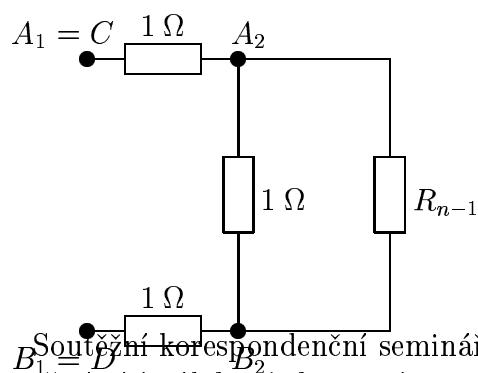
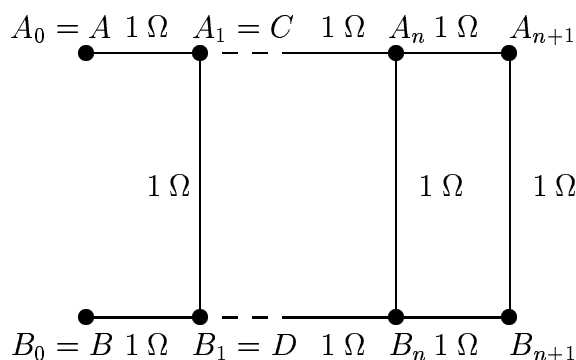
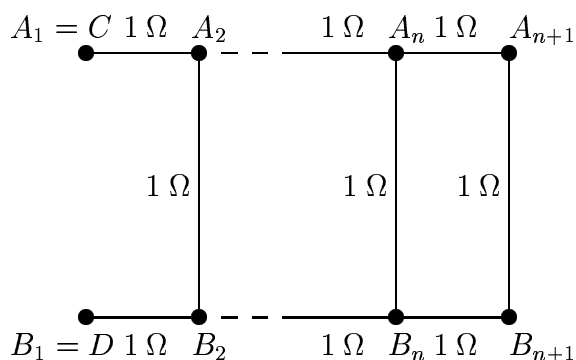
Z výpočtu několika prvních členů lze odhadnout, že uvedená rekurentní řada konverguje a její součet je patrně roven hodnotě $R = (1 + \sqrt{3}) \Omega$.



$$R_1 = 3 \Omega$$



$$R_2$$



Soutěžní korespondenční seminář z fyziky 1995/1996
třetí série úloh - 1. kategorie

R_n

R_{n+1}

Vzorové řešení úlohy č.4 (8 bodů)

1. Přenos tepla se může realizovat třemi základními způsoby:

- (a) vedením
- (b) prouděním
- (c) zářením

Jestliže se nacházíme v prostředí, které má nízkou teplotu a kde nedochází k proudění vzduchu, je přenos tepla mezi námi a prostředím zprostředkován jen vedením tepla. Pokud ale nastává proudění vzduchu (vane vítr), dochází k výměně otepleného vzduchu v blízkosti těla a to navíc způsobí snažší odpařování potu z povrchu těla (v nehybném prostředí se vrstva okolo těla nasytí parami a další odpařování je pomalejší). Tepelné ztráty organismu jsou tedy daleko větší. Proto máme i větší pocit chladu.

Podobná je situace i v parném létě. Pocit tepla je způsobován především vysokou intenzitou slunečního záření. Je-li teplota vzduchu nižší než $37\text{ }^{\circ}\text{C}$, pak v případě proudění vzduchu se povrch těla intenzivněji ochlazuje než v případě bezvětří. Proto také máme příjemnější pocit.

2. Odpověď na tuto otázku plyne už z výše popsané situace. K uvedené situaci dochází tehdy, je-li teplota okolního prostředí vyšší než $37\text{ }^{\circ}\text{C}$. Proudění vzduchu způsobuje

opět intenzivnější výměnu tepla mezi prostředím a organismem. V tomto případě se však povrch našeho těla prouděním vzduchu neochlazuje, ale naopak ohřívá, což způsobuje nepříjemný pocit tepla (výměna vzduchu v blízkosti povrchu těla sice opět usnadňuje odpařování potu, ale ohřívání teplým vzduchem převažuje). Jeden z možných způsobů, jak tomuto pocitu zabránit je pravidelné ochlazování těla (koupání atd.).

3. Teplokrevní živočichové, mezi které samozřejmě patří i člověk, udržují stálou tělesnou teplotu několika způsoby. Všechny však mají společnou podstatu. V případě, že se organismus nachází v prostředí o nižší teplotě, než je teplota těla, dochází ke zvyšování intenzity metabolických přeměn a k zvýšené „chemické“ tvorbě tepla. V opačném případě se organismus snaží udržet stálou teplotu ochlazováním povrchu těla. Většinou se to realizuje vylučováním potu. Tělo se pokryje vrstvou kapaliny, která se vypařuje. K vypařování kapaliny je nutné určité množství tepla, které je při vypařování odebráno z povrchu těla. Tím se samozřejmě povrch těla ochlazuje. Jak je tento způsob ochlazování organismu účinný, záleží samozřejmě na okolních podmínkách. V případě vysoké koncentrace vlhkosti okolního prostředí, tj. přítomnosti částečně nebo úplně nasycených par v blízkosti organismu, je odpařování potu z povrchu těla méně intenzivní a tělo se tak méně ochlazuje. V případě 100 % vlhkosti nemůže udržování stálé tělesné teploty tímto způsobem vůbec pracovat. Z toho hned plyne odpověď na druhou část otázky.
4. Vyjdeme ze stavové rovnice pro ideální plyn $pV = NkT$. Je-li $V = konst$, tj. jde o izochorický děj, pak p je lineární funkcí T . Měření můžeme tedy provést tak, že do nádoby uzavřeme vhodný plyn a spojíme s barometrem. Pak již stačí provést měření několika vhodných dvojic p a T a provést ocejchování stupnice barometru ve $^{\circ}C$.
5. CO_2 a H_2O vznikají při hoření jako plyny o velmi vysoké teplotě. Vzhledem k relativně nízké okolní teplotě mají tyto plyny nižší hustotu než je hustota okolí a rychle stoupají směrem vzhůru, kde se teprve za jistou dobu ochladí a H_2O zkondenzuje. V té době však již nemohou ovlivňovat hoření. Naopak, chceme-li plamen uhasit, shora do něj foukáme. Tím „srazíme“ k plameni nehořlavé zplodiny a plamen zhasne.
6. Voda, jak známo patří mezi látky s velmi vysokou tepelnou kapacitou ($c_{H_2O} = 4,2 \text{ kJkg}^{-1}K^{-1}$). Pokud voda o relativně nízké teplotě (např. $20^{\circ}C$) je ve styku s ohněm, velice rychle mu odebírá teplo a sama se ohřívá. Při dosažení teploty varu odebírá voda ohni skupenské teplo potřebné k vypařování a navíc takto vzniklá pára hořící předmět obklopí, čímž zamezí přístupu vzduchu potřebného pro hoření. dojde tak k poklesu teploty hořící látky pod zápalnou teplotu a k uhašení ohně.
7. Pokus ukáže, že k varu vody ve vnitřní nádobě opravdu nedojde. Tuto na první pohled zajímavou skutečnost lze vysvětlit následovně. Jestliže voda vře, uvolňovaná pára odvádí značné množství tepla do okolí (skupenské teplo varu). Je tedy nutné k udržování varu dodávat kapalině značné množství tepla. Voda ve vnitřní nádobě se sice zahřeje na $100^{\circ}C$ (tuto teplotu má okolní vroucí voda), ale aby sama vřela, musela by přijímat skupenské teplo vypařování. To ale nelze, když přijímá teplo pouze od okolní vody a teploty jsou vyrovnány.

8. Jakmile zkumavku zazátkujeme vytvoří se ve zkumavce po jisté době rovnovážný stav nasycené páry a kapaliny. Tato pára má jistý tlak. Po prudkém ochlazení se pára díky nízké tepelné kapacitě ochladí daleko rychleji než kapalina a její tlak prudce poklesne a to dokonce pod normální tlak atmosferický. Za těchto podmínek má bod varu nižší hodnotu a kapalina tak začne ještě na krátkou dobu vřít.
9. Teplota varu vody je funkcí tlaku. Za normálního tlaku $p = 101325 \text{ pa}$ je bod varu vody roven $100 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Při nižším tlaku má i bod varu nižší hodnotu. O této skutečnosti se můžeme přesvědčit, vložíme-li pod vakuovou vývěvu vlažnou vodu a začneme vyčerpávat vzduch. Po jisté době pozorujeme, že voda začne vařit. Ke srážení bílkovin (čímž je podmíněno uvaření vejce) dochází při teplotě zhruba $55 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Jestliže tedy dosáhneme takového tlaku vzduchu, aby bod varu vody poklesl pod tuto hodnotu, vejce se neuvaří ani po sebedelší době.
10. Postavíme-li nádobu na led, ochladí se nejdříve jen dno nádoby a vrstva obsahu u dna. Naopak, leží-li led na pokliče, obklopí chladný vzduch, který klesá celou nádobu.