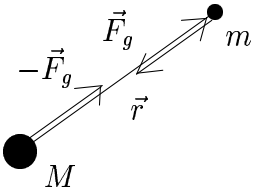
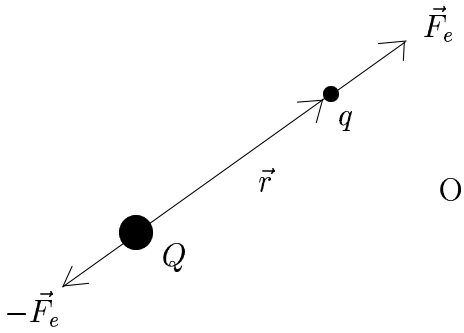
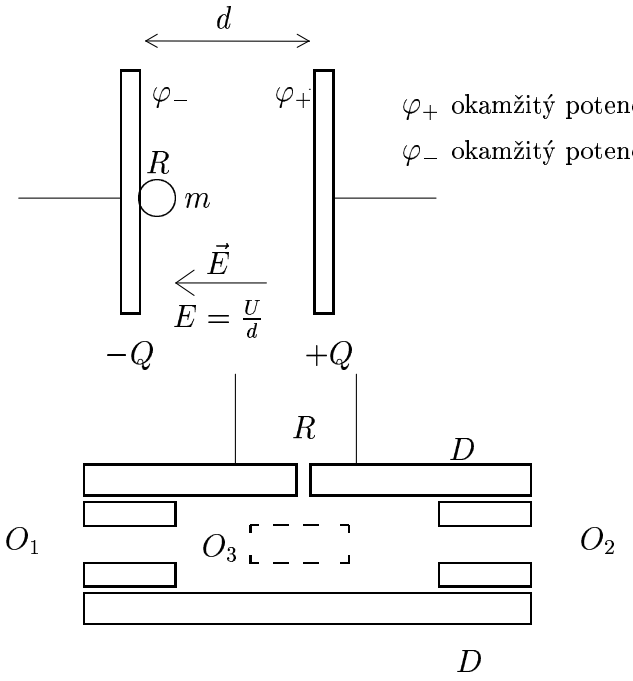


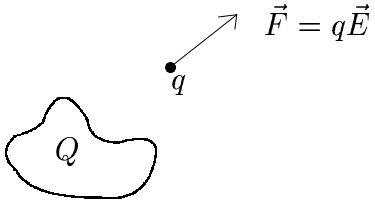


Oba náboje jsou stejného znaménka.



φ_+ okamžitý potenciál kladné desky

φ_- okamžitý potenciál záporné desky



FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy university v Brně

SOUTĚŽNÍ KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY 1995/1996

Druhá série úloh — 1. kategorie

(25 bodů)

Téměř každá fyzikální úloha či problém jsou uvedeny větou: "Mějme těleso o hmotnosti m ...". Jak by také ne, vždyť hmotnost je jednou z nejdůležitějších charakteristik každého objektu. Se samotným pojmem hmotnosti, ale zejména s číselnými údaji o hmotnosti různých předmětů i se základním zařízením pro její stanovení — vahami, se setkáváme a běžně je používáme od školních let téměř denně. Proto nás ani nenapadne o této problematice nějak hlouběji uvažovat.

V dnešní sérii úloh se zamyslíme důkladněji nad některými otázkami spojenými s hmotností, jednotkami pro její číselné vyjádření, vážením jako metodou stanovení neznámé hmotnosti i použitím vah k jiným experimentům.

Uvidíme, že ne vždy se jedná o problémy tak jednoduché, jak by se mohlo zdát na základě první úvahy, mnohdy zkreslené ne dost promyšleným uplatněním každodenní zkušenosti.

ÚLOHA č.1 (5 bodů)

Hmotnost a její jednotky

(a) Číselné hodnoty hmotnosti různých objektů v přírodě a ve vesmíru vůbec se pohybují ve velmi širokém rozmezí, od objektů s hmotností nepatrnou (mikročástice) až po giganty s obrovskými hmotnostmi (hvězdy a hvězdná seskupení). Pro získání představy o rozmezí možných hodnot hmotnosti (v rámci Sluneční soustavy) doplňte následující tabulku typickými objekty a údaji o jejich hmotnosti (podle volby objektu přesnými nebo řádovými či průměrnými.)

	Objekt	Hmotnost v kg	(úloha (d)) Hmotnost v eV
Mikrosvět			
Svět člověka			
	Člověk		
Svět kosmických těles			
	Slunce		

(b) Jak je definován jeden kilogram, který je základní jednotkou hmotnosti?

Uveďte všechny další jednotky hmotnosti, které znáte, a vyjádřete je v kilogramech.

(c) V běžném životě jsme zvyklí, že hmotnost objektů je jejich stálou charakteristikou, která nezávisí na tom, zda jsou vůči vztažné soustavě, v níž je pozorujeme, v klidu nebo v pohybu. Tato představa klasické mechaniky je dobře použitelná, pohybují–li se objekty rychlostmi, jejichž velikosti spadají rovněž do oblasti "běžného života". Jinak je tomu například při pohybu elementárních částic rychlostmi srovnatelnými s rychlostí světla. Poznamenejme, že rychlost, jíž se šíří světelné paprsky ve vakuu, představuje tzv. mezní rychlost, která nemůže být překročena ani při pohybu hmotných objektů, ani při přenosu energie. Teorie relativity, formulovaná Albertem Einsteinem na počátku 20. století, popisuje zákonitosti pohybu velkými rychlostmi. Jedním z jejích výsledků je závěr, že hmotnost m' pohybujících se částic závisí na jejich rychlosti $\vec{v}$ takto:

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} ,$$

kde m je tzv. *klidová hmotnost*, příslušná nepohyblivé částici, c je rychlost světla ve vakuu. Nakreslete graf závislosti hmotností m' elektronu na velikosti jeho rychlosti. Jeho klidovou hmotnost m a rychlost světla ve vakuu c vyhledejte v tabulkách. Jak velkou rychlostí by se musel elektron pohybovat, aby jeho hmotnost byla

- dvojnásobkem
- desetinásobkem

hmotnosti klidové?

(d) Klidová hmotnost m elementárních částic je velmi malá. Proto je zvykem uvádět místo ní tzv. *klidovou energii* E, přepočtenou podle známého Einsteinova vztahu $E = mc^2$. V jakých jednotkách vyjde energie, dosadíme–li hmotnost v kilogramech a rychlost světla v metrech za sekundu? Hodnota klidové energie elementárních částic, získaná dosazením m [kg] a c [ms^{-1}], je stále velmi malá (ověřte to například pro elektron). Vhodnější jednotkou pro její vyjádření je tzv. *elektronvolt* [eV], představující kinetickou energii, již získá elektron, je–li urychlen

napětím jednoho voltu. Platí 1 J (joule) $\doteq 1,6 \cdot 10^{-19}$ eV. U elementárních částic resp. mikročástic, které zahrnete do tabulky v úloze (a), uveďte kromě hmotnosti také klidovou energii v elektronvoltech.

ÚLOHA č.2 (3 body)

Vážení na rovnoramenných a nerovnoramenných vahách — metoda určení hmotnosti předmětu

Poměrně přesné stanovení hmotnosti provádí například lékárník na rovnoramenných lékárnických vahách. Na jednu misku vah položí závaží o známé hmotnosti (je na každém závaží uvedena číselným údajem), na druhou misku pak takové množství chemikálie požadované pro výrobu léku, aby byly váhy v rovnováze. Hmotnost chemikálie je za předpokladu rovnováhy shodná s hmotností závaží.

Vaši rodiče ještě pamatují dobu, kdy zelináři vážili na tzv. decimálkách. Rovnováha na takové váze nastala, byla–li hmotnost závaží rovna desetině hmotnosti požadovaného zboží. Decimálka totiž představuje nerovnoramennou váhu.

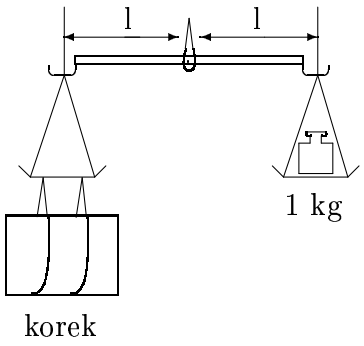
Z předchozích dvou příkladů je zřejmé, že rovnováze nemusí vždy odpovídat stejná hmotnost "vyvažovaných" předmětů (zboží a závaží). Které veličiny tedy vlastně při vážení porovnáváme? Vysvětlete podrobněji podstatu rovnováhy na rovnoramenné i nerovnoramenné váze. V jakém poměru jsou délky ramen na nerovnoramenné váze, která je modelem decimálky?

ÚLOHA č.3 (4 body)

Je těžší kilogram korku nebo kilogram oceli, aneb vážíme správně?

(a) Na otázku zdánlivě nesmyslnou snadno odpovíme, představíme–li si rovnováhu na rovnoramenných vahách, na jejichž jedné misce je zavěšen korkový kvádr a na druhé misce leží ocelové závaží s údajem 1 kg. Má korkový kvádr opravdu hmotnost 1 kg? Jestliže nikoliv, jaká je jeho hmotnost? Budete–li potřebovat další číselné údaje, vyhledejte je v tabulkách. Odpovězte také na otázku uvedenou v záhlaví úlohy — jak

to dopadne s rovnováhou na váze, je–li hmotnost korkového kvádru opravdu 1 kg?



(b) Jak by vypadaly odpovědi na předcházející otázky v případě, že bychom tentýž experiment prováděli na Měsíci?

ÚLOHA č.4 (7 bodů)

Vážení v pohybu. Umíme "zvážit Zemi"?

(a) Každý jistě zná princip pružinové váhy. Jejím modelem je například obyčejný siloměr. Stupnice siloměru je obvykle cejchována v newtonech. Jak byste museli postupovat, abyste pomocí siloměru mohli zjišťovat hmotnost předmětů? Předpokládejte, že další pomůcky, které byste ke své metodě potřebovali, jsou k dispozici (vyjmenujte je a zdůvodněte jejich použití).

(b) Předpokládejme, že máme k dispozici pružinové váhy, které jsme získali například úpravou stupnice siloměru podle úlohy (a). Jaký údaj v kg ukáže siloměr, zavěsíme–li na něj kilogramové závaží ve zdviži, která

- je v klidu vůči povrchu Země,
- rovnoměrně klesá rychlostí o velikosti $v = 2$ ms^{-1},
- rovnoměrně stoupá rychlostí o velikosti $v = 2$ ms^{-1},

- začíná klesat z výchozí klidové polohy se stálým zrychlením o velikosti
  $a = 0,5\ \mathrm{ms}^{-2}$,
- začíná stoupat z výchozí klidové polohy se stálým zrychlením o velikosti
  $a = 0,5\ \mathrm{ms}^{-2}$,
- klesá a při rychlosti o velikosti $v = 2\ \mathrm{ms}^{-1}$ začne brzdit se stálým zpožděním o velikosti $a = 0,5\ \mathrm{ms}^{-2}$,
- stoupá a při rychlosti o velikosti $2\ \mathrm{ms}^{-1}$ začne brzdit se stálým zpožděním o velikosti $a = 5\ \mathrm{ms}^{-2}$,
- padá volným pádem.

Zanedbejte nepřesnost, jíž je údaj na siloměru zatížen vlivy popsanými v úloze č. 3.

(c) Navrhněte alespoň jeden způsob, jak zjistit hmotnost Země.

ÚLOHA č.5 (6 bodů)

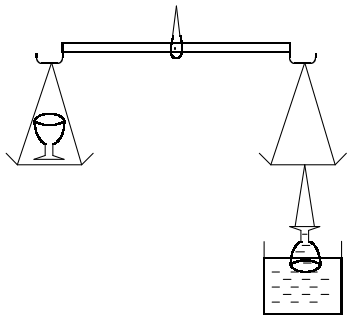
Vážení a kapaliny

Na obou miskách rovnoramenných vah jsou umístěny dvě naprosto stejné nádoby. Proveďte diskusi rovnováhy na rovnoramenných vahách v následujících případech. Své závěry vždy zdůvodněte:

(a) Levá miska: Nádoba s vodou sahající do výšky h nad dnem.
Pravá miska: Nádoba s vodou, v níž plave kousek dřeva, hladina kapaliny sahá do výšky h nad dnem.

(b) Levá miska: Nádoba s vodou sahající do výšky h nad dnem, kousek dřeva ležící vedle nádoby.
Pravá miska: Závaží zvolené tak, že na vahách je rovnováha.
Dřevo vložíme do nádoby s vodou. Poruší se rovnováha? Jestliže ano, na kterou stranu?

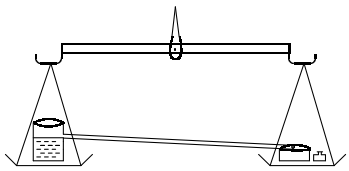
(c) Levá miska: Prázdný skleněný pohár.
Pravá miska: Stejný skleněný pohár je zavěšen na misce dnem vzhůru, naplněn vodou a vnořen ústím do nádoby s vodou stojící pod miskou. (Nevyteče voda z poháru?)



(d) Levá miska: Nádoba s vodou sahající do výšky h nad dnem, hladina vody je těsně pod ústím trubičky, jíž může kapalina z nádoby vytékat. Trubička je vedena do prázdné nádoby na pravé misce vah.

Pravá miska: Prázdná nádoba + závaží o takové hmotnosti, aby na vahách byla rovnováha.

Do nádoby na levé misce vložíme hranolek ze dřeva. Poruší se rovnováha? Jestliže ano, na kterou stranu?



ÚLOHA č.6 — prémiová

Správné vážení s nesprávnými pomůckami

Je možné správně stanovit hmotnost tělesa s nesprávným závažím nebo nesprávnými vahami? Nesprávnost závaží spočívá v jejich špatném cejchování, nesprávnost vah například v jejich odchylce od rovnoramennosti. Uvažte, že z klíčových pomůcek, nutných k provedení vážení (váhy a závaží), máte k dispozici pouze

- správné váhy a sadu nesprávných závaží,
- nesprávné váhy a sadu správných závaží.

Která z těchto situací umožňuje přes nesprávnost jedné z pomůcek správně určit neznámou hmotnost tělesa? U té ze situací, která to umožňuje, navrhněte alespoň dva způsoby správného stanovení hmotnosti. (Je–li to třeba, můžete použít dodatečných předmětů neznámé hmotnosti.)

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy university v Brně

SOUTĚŽNÍ KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY 1995/1996

Druhá série úloh — 2. kategorie

(25 bodů)

Většina z vás se již pravděpodobně setkala s informací o čtyřech základních typech vzájemného silového působení (interakce) mezi objekty v přírodě. Jedná se o interakci gravitační, elektromagnetickou, slabou a silnou. Zatímco se druhé dvě uplatňují při jaderných reakcích a vůbec při vzájemném působení nukleonů v atomových jádrech, s prvými dvěma se setkáváme neustále v každodenním životě. Gravitační interakce doslova "hýbe vesmírem", má významný podíl na chování těles makrosvěta. V pozemských poměrech jsme s ní obeznámeni velmi dobře. Velmi dobře ji také rozpoznáme — přísluší totiž každé dvojici hmotných objektů: vzájemné působení Slunce a Země, Země a Měsíce, Země a umělých družic i všech těles kolem nás, vzájemné působení (i když zcela zanedbatelné) dvou kamenů u cesty, apod. Zjednodušeně lze říci, že za ostatní jevy, které kolem sebe běžně pozorujeme, "může" interakce elektromagnetická. A nejde jen o to, proč svítí žárovka, hraje televize, nebo proč střelka kompasu ukazuje stále k severu, ale i o pravidelné uspořádání iontů sodíku a chlóru v krystalu kuchyňské soli, silové působení napjaté pružiny na závěs nebo odpor, který klade stěna při zatloukání háčku pro obraz.

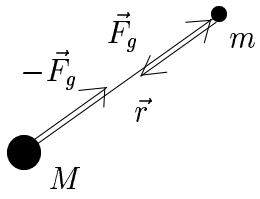
Elektromagnetické interakci, jejímu srovnání s interakcí gravitační a elektromagnetickým jevům je věnována dnešní série úloh.

ÚLOHA č.1 (3 body)

Gravitační interakce dvou hmotných částic o hmotnostech m a M je popsána Newtonovým gravitačním zákonem:

$$\vec{F}_g = -\kappa \frac{mM}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) ,$$

$\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \mathrm{Nm^2 kg^{-2}}$ je univerzální gravitační konstanta, $\vec{r}/r$ je jednotkový vektor ve směru $\vec{r}$ (viz obr. 1).

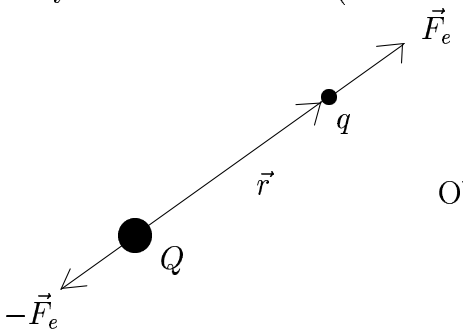


Obr. 1.

Interakci elektrostatickou, příslušející částicím nesoucím náboje q a Q, vyjadřuje kvantitativně zákon Coulombův

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon}\,\frac{qQ}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) ,$$

$\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ je tzv. permitivita prostředí, která charakterizuje jeho dielektrické vlastnosti. $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ N^{-1} m^{-2} C^2 je permitivita vakua, ϵ_r je relativní permitivita prostředí, která má pro vakuum hodnotu 1. $\vec{r}/r$ je opět jednotkový vektor ve směru $\vec{r}$ (viz obr. 2).



Oba náboje jsou stejného znaménka.

Obr. 2.

(a) Proveďte diskusi společných a rozdílných rysů uvedených silových zákonů.

(b) Uvažujte o atomu vodíku. Jeho jádro je tvořeno jedním protonem a elektronový obal obsahuje jeden elektron. Určete poměr velikostí gravitační a elektrostatické síly, jimiž na sebe obě částice působí.

(c) Kolikanásobně by bylo nutné změnit hmotnost elektronu a protonu při zachování jejich poměru, aby se velikost gravitační síly rovnala velikosti síly elektrostatické?

Potřebné číselné údaje vyhledejte ve fyzikálních tabulkách.

ÚLOHA č.2 (5 bodů)

Jeden z modelů vodíkového atomu (klasický planetární model) využívá představy elektronu obíhajícího po kruhové dráze kolem jádra. Poloměr této dráhy (tzv. Bohrův poloměr) má přibližnou hodnotu $r_B = 5,29 \cdot 10^{-11}$m.

(a) Určete periodu oběhu. Která z obou interakcí (gravitační, elektrostatická) je pro hodnotu periody rozhodující?

(b) Jak se změní perioda oběhu, uvažujeme–li o atomu těžkého vodíku (deuteria), v jehož jádře je kromě protonu ještě jeden neutron?

(c) Změnila by se perioda oběhu, kdyby hmotnost obíhající částice (elektronu) byla dvojnásobná?

(d) Odpovězte na otázky (a), (b), (c) za předpokladu, že by se jednalo o soustavu tvořenou neutrálními částicemi, takže by se uplatnila interakce gravitační.

ÚLOHA č.3 (5 bodů)

(a) Zdůvodněte kvalitativně následující vlastnosti izolovaného nabitého vodiče:

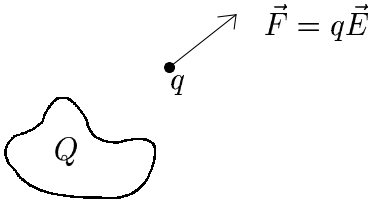
- Náboj je rozložen pouze na povrchu vodiče.
- Intenzita elektrického pole uvnitř vodiče je nulová.
- Potenciál je ve všech místech vodiče, tj. na povrchu i uvnitř, stejný.

(b) Dvě nabité vodivé koule o poloměrech r a R, $r < R$, jsou spojeny velmi dlouhým tenkým vodičem a vzdáleny natolik, že elektrické pole kterékoliv z nich ovlivňuje rozložení náboje druhé koule jen zanedbatelně. Soustava je v rovnovážném stavu (náboje jsou v klidu) a považujeme ji za jediný nabitý vodič. Určete

- Poměr celkových nábojů q/Q na povrchu menší a větší koule.
- Poměr velikostí intenzit E_r/E_R na površích koulí.
- Poměr kapacit koulí.

Návod:

- V okolí jakéhokoliv nabitého tělesa nesoucího celkový náboj Q je elektrostatické pole, které působí na testovací bodový náboj q silou $\vec{F}$. Podíl $\vec{F}/q$ není na testovacím náboji závislý a představuje *intenzitu elektrostatického pole* uvažovaného nabitého tělesa.

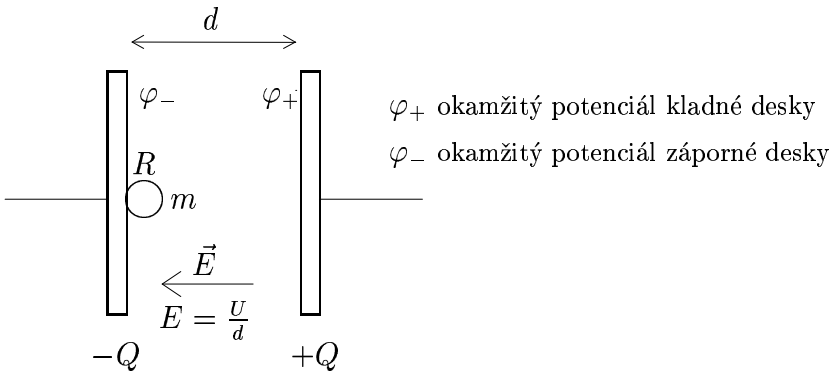


Obr. 3.

- Intenzita elektrostatického pole ve vzdálenosti $a \geq R$ od nabité koule o poloměru R, nesoucí celkový náboj Q, je stejná jako intenzita pole od stejně velkého bodového náboje umístěného ve středu koule. Tento výsledek je stejný pro vodivou i nevodivou kouli.
- Práce, kterou musíme vykonat, abychom kladný testovací náboj o velikosti 1 C vzdálili od povrchu koule o poloměru R do nekonečna, opatřena záporným znaménkem, definuje *potenciál* na povrchu koule:
$$\varphi = E_R R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$
- Jsou–li uvedeny do styku dva vodivé objekty, na jejichž površích je různý potenciál, dochází k přesunu náboje z jednoho vodiče na druhý, až do okamžiku ustavení rovnováhy.
- Kapacita osamoceného vodiče je definována vztahem $C = Q/\varphi$, kde Q je náboj a φ potenciál na jeho povrchu.

ÚLOHA č.4 (7 bodů)

Desky rovinného vzduchového kondenzátoru mají plochu S a jejich vzdálenost je d. Náboje na deskách jsou $+Q$ a $-Q$. Na jednu z desek umístíme malou vodivou kuličku o poloměru R a hmotnosti m (kulička se dotkne desky). Kulička není zpočátku nabitá.



Obr. 4.

(a) Jaký náboj získá kulička při dotyku s deskou?

(b) Popište kvalitativně další pohyb kuličky. Odpor prostředí zanedbejte.

(c) Za jak dlouho doletí kulička k druhé desce?

(d) Po kolika odrazech kuličky od desek klesnou náboje na deskách na poloviční hodnotu?

(e) Předpokládejte, že srážka kuličky s deskou je pružná, tj. velikost rychlosti kuličky je stejná po odrazu jako při dopadu. Určete kinetickou energii kuličky po n odrazech.

Poznámky:

- Napětí (rozdíl potenciálů) mezi deskami $\varphi_+ - \varphi_- = U \ = Ed$, $\vec{E}$ je intenzita elektrického pole mezi deskami, $C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{Q}{U}$ je kapacita kondenzátoru.
- Pro potenciál na povrchu kuličky platí vztah z Úlohy 3: $\varphi_k = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$, q je okamžitý náboj kuličky.
- Uvědomte si vztah mezi potenciálem na povrchu kuličky a na povrchu desky při jejich dotyku (platí jen přibližně).

ÚLOHA č.5 (3 body)

Také magnetická síla má svůj původ v interakci elektrických nábojů. Zcela korektní vysvětlení chování magnetických látek je fyzikálně i matematicky poměrně komplikované. Jedná se totiž o interakci mikročástic, které nemůžeme popisovat klasickým způsobem. Často však lze chování magnetických látek vysvětlit pomocí jednoduchých mikroskopických modelů alespoň kvalitativně:

(a) Vysvětlete chování střelky kompasu.

(b) Proč je magnet zdrojem magnetického pole ve svém okolí?

(c) Proč hřebíky přiskakují k magnetu?

(d) Lze magnet zbavit jeho typických magnetických vlastností? Jak?

ÚLOHA č.6 (2 body)

(a) Vysvětlete kvalitativně, jak se při silovém působení napjaté pružiny na závěs uplatňuje elektromagnetická interakce.

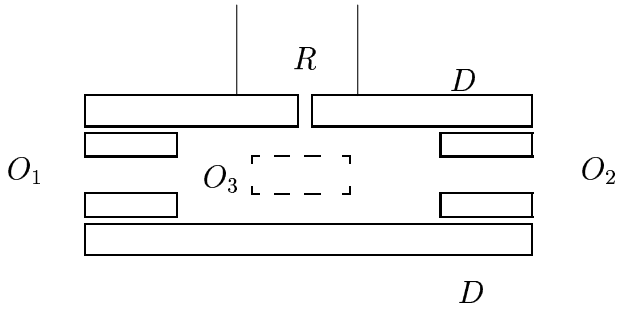
(b) Kovová pružina je stlačena o délku l a svázána drátkem tak, aby se nemohla dostat zpět do nenapjatého stavu. Stlačené pružině přísluší

energie pružnosti $E_p = \frac{1}{2}k\ l^2$, kde k je konstanta (tuhost pružiny). Pružinu ponoříme do kyseliny, v níž se "rozpustí". Kam se poděla její energie? Jaký je rozdíl mezi popsanou situací a případem, kdy do kyseliny ponoříme stejnou pružinu, avšak nestlačenou?

ÚLOHA č.7 - prémiová

Pohyb nabité částice v elektrostatickém poli v odporujícím prostředí

V roce 1911 provedl R. A. Millikan experimenty, jimiž přímo prokázal diskrétní povahu elektrického náboje a poprvé přesně změřil elementární náboj. Metoda byla založena na stanovení náboje malých olejových kapek pohybujících se ve vzduchu v homogenním elektrostatickém poli mezi deskami kondenzátoru. Zařízení je schematicky znázorněno na obr. 5.



Obr. 5.

Otvorem R jsou mezi vodorovné desky kondenzátoru D rozprášeny kapky oleje o hustotě ρ. Rozprašováním získají kapky elektrický náboj. Síla charakterizující odpor prostředí proti pohybu kapek je dána Stokesovým vztahem $\vec{F}_{odp} = -6\pi\eta r\vec{v}$, r je poloměr kapky, $\vec{v}$ její rychlost, η dynamická viskozita a σ hustota prostředí (vzduch). Okénkem O_1 vcházejí do prostoru mezi deskami světelné paprsky, které osvětlují kapky, okénkem O_2 paprsky vystupují. Okénko O_3 je pozorovací.

(a) Rozhodněte, jaký bude obecně pohyb kapek v odporujícím prostředí, je–li napětí na deskách kondenzátoru nulové.

(b) Ukažte, že kapky se mohou za vhodných podmínek pohybovat rovnoměrně přímočaře a určete jejich poloměr pro danou konstantní rychlost $\vec{v}$. Potřebné veličiny charakterizující prostředí vyhledejte v tabulkách.

(c) Kapka vstoupí mezi desky kondenzátoru s nulovou rychlostí. Jak velké rychlosti v_0 může nejvýše dosáhnout?

(d) Předpokládejte, že kapka nese náboj q a intenzita elektrostatického pole mezi deskami kondenzátoru, které lze v dobrém přiblížení považovat za homogenní, má velikost E. Lze dosáhnout toho, aby se kapka pohybovala vzhůru stálou rychlostí o velikosti v_0'? Na základě znalosti hodnot v_0 a v_0', které lze pomocí popsaného zařízení měřit, určete náboj kapky q.