

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

SOUTĚŽNÍ KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY 1996/1997

Prvá série úloh

(25 bodů)

Rovnoměrný, nebo dokonce rovnoměrný přímočarý, pohyb nám může připadat jako model natolik idealizovaný, že bychom jej mohli považovat za zcela nepřijatelný pro praktický popis skutečných pohybů. Zamyslíme-li se však hlouběji, zjistíme, že to s použitelností tohoto jednoduchého modelu zase tak špatné není: Řidič automobilu se snaží jet co nejrovnoměrněji a na dálnici, kde lze realizovat pohyb rovnoměrný přímočarý v dlouhých úsecích trati, lze docílit nejmenší spotřeby paliva. Také při přepravování zranitelných či nebezpečných nákladů je rovnoměrnost pohybu důležitá. I pohyb letadel je v podstatných úsecích jejich trasy rovnoměrný přímočarý. Daleko není třeba chodit ani pro další příklady z praktického života: Světlo se šíří ve stejnorodém prostředí rovněž konstantní rychlostí, takže jeho pohyb je v daném prostředí opět rovnoměrný přímočarý a směr přímkové trajektorie (a eventuálně velikost rychlosti) se mění jen při odrazu a lomu světla na rozhraní různých prostředí.

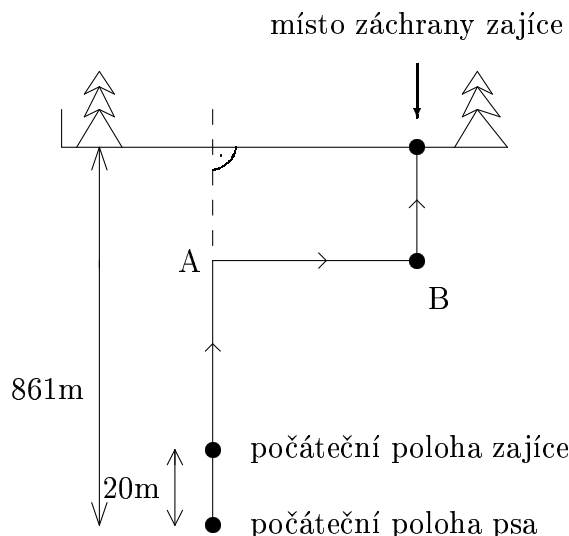
V této sérii vám předkládáme jednoduché úlohy, které souvisejí s rovnoměrným, případně rovnoměrným přímočarým pohybem hmotných objektů, nebo s problematikou šíření světla.

ÚLOHA č.1 (4 body)

Hon na zajíce

Pes pronásleduje zajíce. Jejich dráhy začínají na téže přímce, kolmé k přímému okraji lesa (viz obr. 1). Zajíc, který běží rychlostí o stálé velikosti $v_1 = 14,5 \text{ m s}^{-1}$, se může zachránit, vběhne-li do lesa dříve než pes. Pes běží rychlostí o velikosti $v_2 = 15 \text{ m s}^{-1}$. V počátečním okamžiku je pes vzdálen od okraje lesa 861 m a zajíc je k lesu o 20 m blíže. Zpočátku běží zajíc i pes kolmo k okraji lesa. V okamžiku, kdy má zajíc před psem předstih pouhý 1 m a je v bodě A, zajíc zabočí vpravo a běží rovnoběžně s okrajem lesa.

Pes přeběhne bod A , vrátí se a pokračuje v pronásledování zajíce. Z bodu A však vybíhá o 2 s později než zajíc. V bodě B se situace opakuje — zajíc má psa za sebou o pouhý 1 m a prudce zahýbá vlevo, kolmo k okraji lesa. Pes opět ztrácí 2 s.



Obr. 1

- Zachrání se zajíc? Úlohu řešte výpočtem a poté zakreslete graf dráhy psa i zajíce v závislosti na čase.
- Předpokládejte, že směr přímkové trajektorie zajíce může být libovolný, zatímco pes běží nejprve kolmo až k okraji lesa a potom podél okraje, avšak bez časových ztrát. Může se zajíc zachránit v tomto případě? Jak?
- Jakou nejvyšší časovou ztrátu může mít pes v případě (a), aby zajíce dostihl? Je rozhodující pouze celková časová ztráta psa $\tau_A + \tau_B$ v bodech A a B , nebo i poměr jednotlivých ztrát τ_A a τ_B ?

(Upraveno s použitím úlohy ze sbírky Hubeňák F. a kol.: Komplexní úlohy z fyziky. MAFY a GAUDEAMUS, Hradec Králové 1992.)

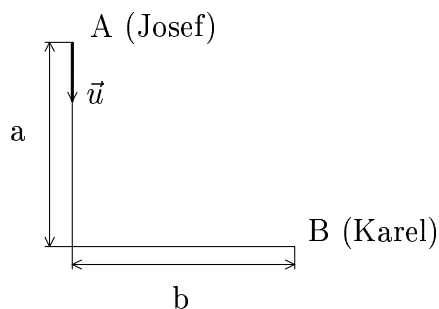
ÚLOHA č.2 (4 body)

Optimalizovaný fotbal

Dva fotbalisté, Josef a Karel, trénují na hřišti. Josef, který se nachází v bodě A (obr. 2), vykopne míč rychlostí u ve vodorovném směru, vyznačeném v obrázku. Ve stejném okamžiku vybíhá Karel z bodu B , aby míč zachytil.

- Jakou minimální rychlostí a v jakém směru musí běžet Karel, aby míč skutečně zachytil?
- Předpokládejme, že nejvyšší rychlost, kterou Karel může běžet, má velikost v_0 . Jakou maximální rychlost u_0 může Josef míči udělit, aby Karel míč neminul? Kterým směrem má Karel při tom běžet?

Předpokládejte, že velikosti všech rychlostí jsou stálé.



Obr. 2

ÚLOHA č.3 (5 bodů)

Zobrazení rovinným zrcadlem

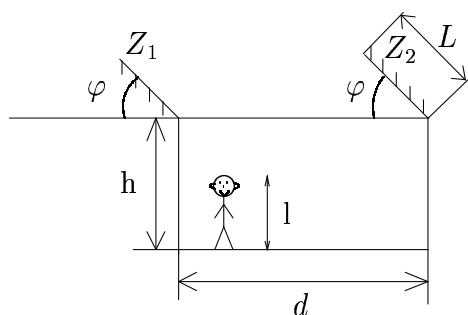
Zrcadlová síň je vyložena šikmými navzájem rovnoběžnými zrcadly Z_1 a Z_2 (obr. 3a) ve výšce $h = 3$ m nad podlahou. Zrcadla svírají úhel $\varphi = 45^\circ$ s vodorovným směrem. Vzdálenost zrcadel je $d = 5$ m, jejich délka je $L = 1$ m. Do místnosti vstoupí člověk o výšce $l = 1,8$ m.

- Uvidí člověk celý svůj obraz v zrcadle Z_1 nebo v zrcadle Z_2 ? Za jakých podmínek?
- Člověk stojí uprostřed místnosti. Kteří pozorovatelé by mohli uvidět jeho celý obraz v zrcadle Z_1 , resp. Z_2 ?

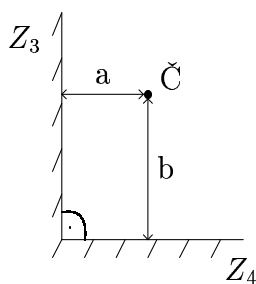
V jiné síni se kolmo stýkají dvě svislé zrcadlové stěny Z_3, Z_4 (obr. 3b).

- Kolik svých obrazů v nich člověk Č uvidí?

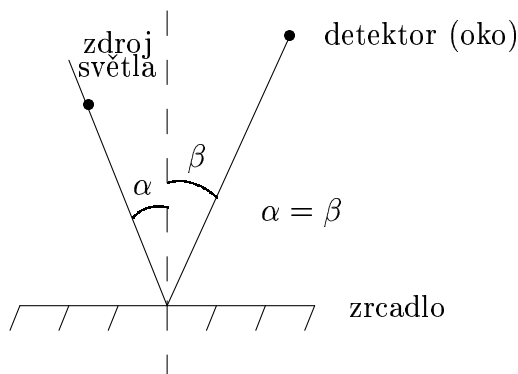
Všechny odpovědi zdůvodněte.



Obr. 3a



Obr. 3b (půdorys)



Obr. 3c

Při řešení úlohy použijte zákona odrazu (obr. 3c). Části (a) a (b) řešte konstrukcí s příslušným komentářem. Podle vlastního uvážení je doplňte výpočtem.

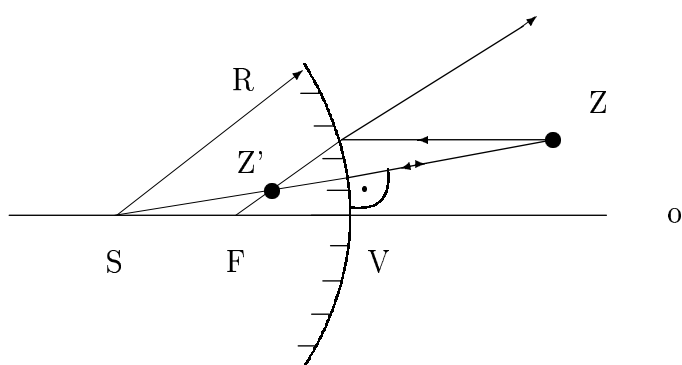
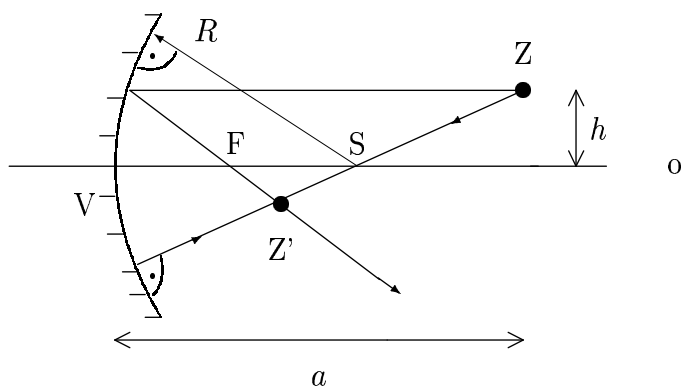
ÚLOHA č.4 (7 bodů)

Zobrazení kulovým zrcadlem

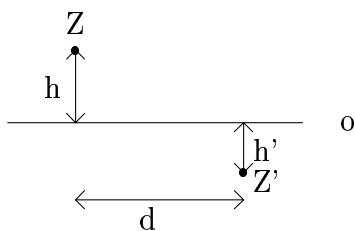
Paprsky, vycházející z bodového zdroje světla Z , dopadají na kulové zrcadlo o poloměru křivosti R (obr. 4a). Pokud není zdroj příliš vzdálen od optické osy o , užívají se pro jejich odraz následující tři jednoduchá pravidla:

1. Paprsek směřující ze zdroje do středu křivosti zrcadla S změní při odrazu svůj směr na opačný.
 2. Paprsek postupující ze zdroje rovnoběžně s optickou osou se odráží tak, že paprsek odražený na dutém zrcadle, resp. prodloužení paprsku odraženého na vypuklém zrcadle, směřuje do ohniska F , které leží uprostřed mezi vrcholem zrcadla V a jeho středem S .
 3. Průsečík paprsků, odražených podle pravidel 1. a 2., je obrazem Z' zdroje Z a všechny ostatní paprsky, vycházející ze zdroje Z , směřují po odrazu do bodu Z' .
- (a) Která z pravidel 1., 2., 3. platí vždy a která pouze za předpokladu, že zdroj je blízko optické osy? Zdůvodněte užitím konstrukce a výpočtem. Jak lze zdůvodnit deformaci obrazu svislého přímého předmětu při zobrazení kulovým zrcadlem?
 - (b) Vypočtěte přesnou polohu bodu F_0 na optické ose, do něhož směřuje po odrazu paprsek jdoucí ze zdroje rovnoběžně s optickou osou. Vzdálenost zdroje od optické osy označte h , jeho vodorovnou vzdálenost od vrcholu zrcadla označte a .
 - (c) Proč je obraz zdroje vzniklý na dutém zrcadle v některých situacích zdánlivý a obraz na vypuklém zrcadle vždy zdánlivý? Jak to, že jej přesto můžeme vidět?
 - (d) V obrázku 4b je vyznačen bodový zdroj Z a jeho obraz Z' vzniklý odrazem na kulovém zrcadle. Vhodnou konstrukcí i výpočtem najděte vrchol a střed zrcadla. Je zrcadlo duté nebo vypuklé? Předpokládejte při tom, že obraz Z' je skutečně bodový.

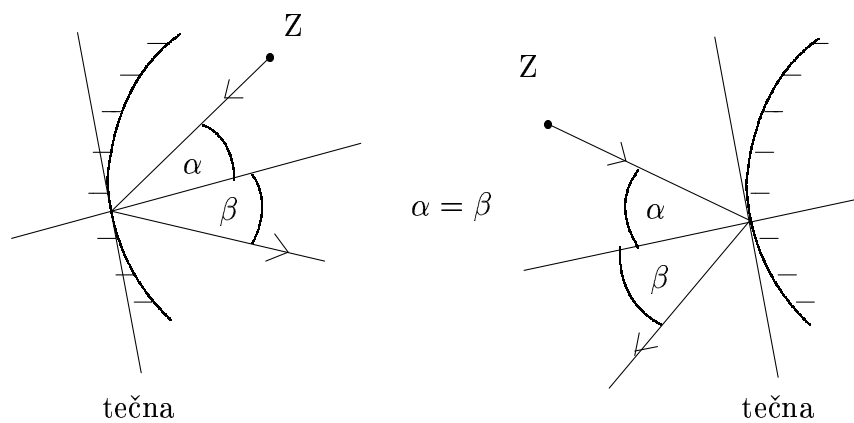
Při řešení úlohy použijte opět, kromě zákona přímočarého šíření světla ve stejnorodém prostředí, zákona odrazu (viz obr. 4c).



Obr. 4a



Obr. 4b



Obr. 4c

ÚLOHA č.5 (5 bodů)

Lom světla na vodní hladině

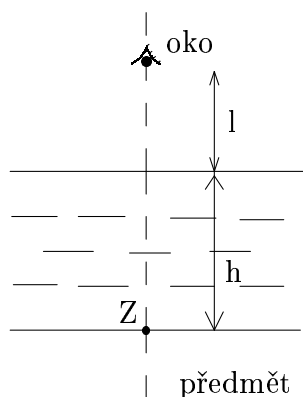
Na dno bazénu s čistou vodou o hloubce h spadl malý kovový předmět Z . (Vzhledem k tomu, že dochází k odrazu světla z okolí na tomto předmětu, považujeme jej za bodový světelný zdroj.) Dítě pozoruje předmět tak, že jeho oko O je ve výšce l nad hladinou (obr. 5a).

- (a) Směr, v němž dítě předmět vidí, je kolmý k hladině. V jaké zdánlivé hloubce h' se mu bude předmět jevit? Řešte konstrukcí i výpočtem. Pro konstrukci zvolte vhodné vzdálenosti. Má výška oka nad hladinou vliv na výsledek?
- (b) Směr, v němž dítě předmět vidí, svírá úhel $\varphi < 90^\circ$ s hladinou. Jaká je zdánlivá poloha předmětu v tomto případě? Je obraz předmětu bodový? Může se stát, že dítě předmět vůbec neuvidí?

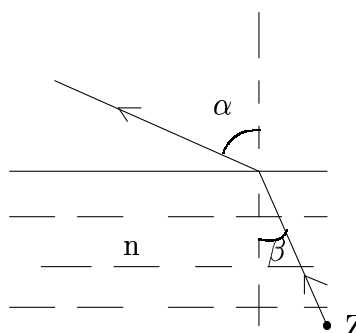
Použijte zákon lomu světla ve tvaru

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

tzn. $n = 1,3$ je index lomu vody vůči vzduchu, který udává, kolikrát větší rychlostí se šíří světlo ve vzduchu než ve vodě (viz obr. 5b).



Obr. 5a

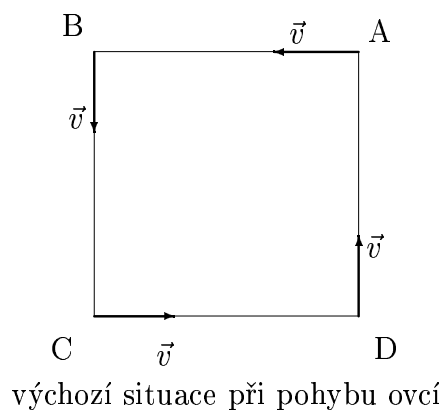


Obr. 5b

ÚLOHA č.6 — prémiová

Problém čtyř ovcí

Známe úsloví praví, že každá ovce ve stádu směřuje při svém pohybu vždy ke své nejbližší sousedce. Uvažujme o čtyřech ovcích, které jsou zpočátku v rozích čtverce $ABCD$ o straně a . Všechny se pohybují rychlostí o stálé velikosti v tak, že každá z nich směřuje v každém okamžiku k té, která je nejbližší proti směru hodinových ručiček (obr. 6). Jak tento pohyb ovcí skončí? Setkají se někde? Pokud ano, kdy a kde?



Obr. 6

Poznámka:

Podrobné vyšetření pohybu ovčí spočívá v nalezení tvaru křivek, po nichž půjdou. To je však úloha, jejíž řešení vyžaduje použití vyspělého matematického aparátu (diferenciální a integrální počet). Zadání je proto formulováno skromněji: zajímá nás jen místo a okamžik případného setkání ovčí. K tomu stačí rozvážit, jak by viděl pohyb jednotlivé ovce pozorovatel, umístěný ve středu čtverce, jenž by se spolu s ní otáčel tak, aby v každém okamžiku hleděl přímo na ni (vyjádřeno geometricky: jedna z os souřadnicové soustavy spojené pevně s tímto pozorovatelem — dejme tomu osa x — směřuje ze středu čtverce neustále k vybrané ovci). Je asi zbytečné připomínat, že vzhledem k symetrii problému přitom na výběru sledované ovce nezáleží.

(Zadání převzato ze soutěže SEZAM základních škol v Žilině.)