

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY

4. ročník — 1997/1998

První série úloh (25 bodů)

Mnohé jevy kolem nás vykazují tzv. *periodicitu*, tj. vyznačují se opakováním určitého základního motivu, ať již v čase nebo v prostoru. Jako příklady takových jevů poslouží třeba pohyby kyvadel, kmity pružin, šíření zvukových vln v prostředích, které lze v jednoduchých případech popsat jako periodickou změnu tlaku, světlo určité barvy, které je periodicky proměnným elektromagnetickým polem, apod. Periodické a kmitavé pohyby a periodické děje vůbec jsou zcela běžnou součástí lidského života a některé z nich přímo určují jeho rytmus — tep srdce, pohyb Země. Pochopení fyzikální podstaty těchto dějů různé povahy je často usnadněno jejich jednotným popisem. První série úloh letošního ročníku Korespondenčního semináře z fyziky je věnována popisu jevů s časovou periodicitou, mezi nimiž zauímají významné místo harmonické kmitavé pohyby.

ÚLOHA č.1 (3 body)

Pohyby Země a měření času

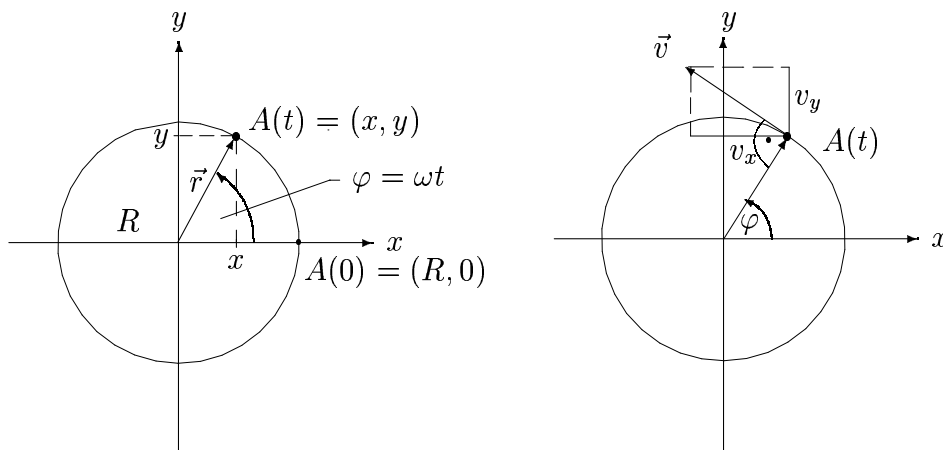
Každodenní běh lidského života je určován pohybem Země kolem Slunce i její rotací. Úzce s nimi souvisí měření času. Přestože v běžných situacích „na nějaké té minutě nesejde“, užívají astronomové, fyzikové a geografové několika druhů času: *pravý sluneční čas*, *střední místní sluneční čas*, *pásmový čas*, *hvězdný čas* a *smluvní čas*.

Pojmenujte a popište periodické pohyby Země a vysvětlete pomocí nich, je-li to možné, rozdíly mezi jednotlivými druhy času. Porovnejte jednotlivé časy za předpokladu, že by se Země kolem Slunce pohybovala rovnoměrně po kružnici. Čím jsou způsobeny odchylky od závěrů získaných pro tento zjednodušený model pohybu Země?

ÚLOHA č.2 (8 bodů)

Harmonický kmitavý pohyb

Malá kulička se pohybuje rovnoměrně po kružnici o poloměru R a vykoná jeden oběh za dobu T , zvanou *perioda*. V čase $t = 0$ s prochází kulička bodem $A(0) = (R, 0)$, přičemž soustava souřadnic $\langle O; x, y \rangle$ je volena tak, že její počátek O splývá se středem kružnice (viz obr. 1).



Obr. 1

- Vyjádřete velikost úhlové rychlosti ω pomocí periody T a velikost postupné rychlosti v a dostředivého zrychlení a_d pomocí ω .
- Pozorovatel sleduje pohyb kuličky tak, že jeho oko je umístěno na ose x , přičemž jeho vzdálenost od středu kružnice je mnohonásobně větší než R . Vysvětlete, proč se pozorovateli jeví pohyb kuličky jako harmonický kmitavý pohyb ve směru osy y . Vyjádřete y -ovou souřadnici kuličky v závislosti na čase.
- Vyjádřete závislost y -ové složky rychlosti kuličky na čase.
- Vyjádřete závislost y -ové složky zrychlení kuličky na čase, ukažte, že je úměrná y -ové souřadnici, určete konstantu úměrnosti a ukažte, že je záporná. Z praktických důvodů označujeme tuto konstantu jako $-K$, kde $K > 0$. Vyjádřete zpětně periodu T pomocí hodnoty K .

Poznámka:

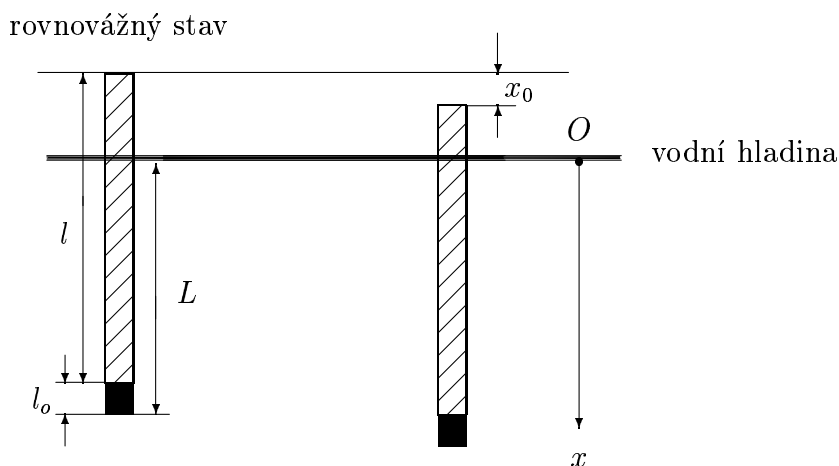
Pohyb po úsečce, při němž je zrychlení hmotného bodu úměrné jeho polohovému vektoru, avšak opačně orientované, nazýváme (*lineárním*) *harmonickým kmitavým pohybem* a hmotný bod, který takový pohyb koná, *lineárním harmonickým oscilátorem*. Výsledná síla, v důsledku jejíhož působení se hmotný bod stává lineárním harmonickým oscilátorem, je tedy rovněž úměrná jeho polohovému vektoru, ale opačně orientovaná. Jedná se o zvláště jednoduchý případ tzv. *vratné síly*, o sílu *harmonickou*. Slovo „harmonický“ se jako charakteristika působící síly či charakteristika modelu pohybující se částice i pohybu samotného užívá proto, že pohyb je popsán *harmonickými funkcemi času* $\sin \omega t$ nebo $\cos \omega t$, obecně $y = y_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, kde y_0 je *amplituda kmitů*, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ *úhlová frekvence* a φ_0 *počáteční fáze*, jejíž hodnotou je určena *počáteční výchylka* $y(0) = y_0 \sin \varphi_0$, odpovídající okamžiku $t = 0$ s.

ÚLOHA č.3 (6 bodů)

Kmitající tyč na vodní hladině

Na vodní hladině plave dřevěná tyč o délce $l = 2$ m. Hustota dřeva je $\rho_d = 650 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a hustota vody $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tyč je na jednom konci opatřena olověnou zátěží o stejném průměru a délce $l_o = 5$ cm, takže zaujímá ve vodě svislou polohu. Hustota olova je $\rho_o = 11\,300 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Zjistěte, zda alespoň část tyče stále vyčnívá nad hladinu a v kladném případě uvažujte o následujícím experimentu: Tyč vtlačíme do vody o velmi malou délku $x_0 < l + l_o - L$, kde L je délka její ponořené části v rovnovážném stavu, a pak uvolníme (viz obr. 2). Za předpokladu, že tyč zůstává stále svislá, ukažte, že její pohyb bude kmitavý harmonický a vypočtěte jeho periodu. Vzhledem k soustavě souřadnic znázorněné na obrázku запиšte závislost polohy horního konce tyče na čase, jestliže k jeho uvolnění došlo v okamžiku $t = 0$ s. Určete také maximální velikost rychlosti tyče a maximální velikost jejího zrychlení. Kterým polohám tyče při jejím kmitavém pohybu tyto hodnoty odpovídají?

Posuvy vodní hladiny při pohybu tyče i tlumení kmitů vlivem vnitřního tření v kapalině zanedbejte.

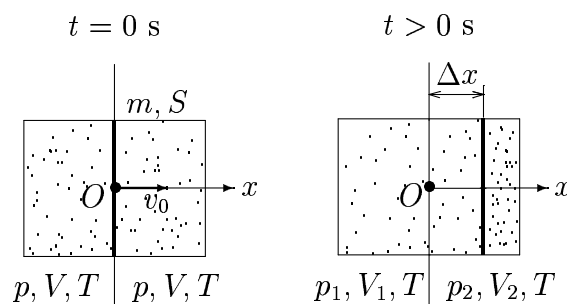


Obr. 2

ÚLOHA č.4 (8 bodů)

Kmity pístu v nádobě s plynem

V nádobě o celkovém objemu $2V$ rozdělené pohyblivým pístem o hmotnosti m , ploše S a zanedbatelné tloušťce je ideální plyn o teplotě T . V rovnovážném stavu dělí píst nádobu na dvě stejné části (viz obr. 3). Píst se může v nádobě pohybovat bez tření, avšak plyn nemůže kolem něj proudit z jedné části do druhé. Při experimentu je zajištěna dokonalá výměna tepla plynu s jeho okolím, takže změny v něm probíhající lze považovat za izotermické.



Obr. 3

Vnější zásahem udělíme pístu v okamžiku $t = 0$ s malou rychlost $\vec{v}_0$. Ukažte, že pohyb pístu bude harmonickým kmitavým pohybem a vypočtěte jeho periodu. Zapište závislost polohy pístu x na čase a určete, podobně jako v úloze č. 3, maximální velikost rychlosti a maximální velikost zrychlení pístu.

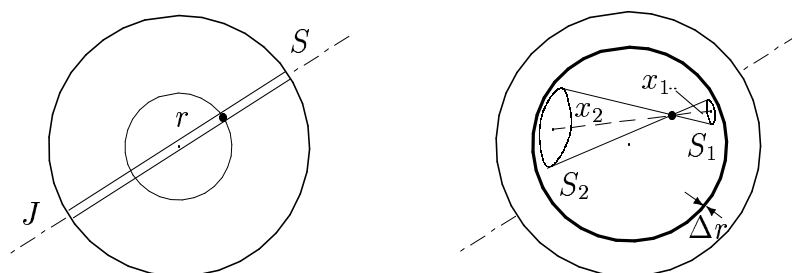
ÚLOHA č.5 — prémiová

Kámen v tunelu

V jednom z vědeckofantastických románů je popisováno dobrodružství cestovatelů do nitra Země. Představme si, že by skutečně bylo možné spojit například severní a jižní pól úzkým přímým tunelem, do něhož bychom pustili kámen o hmotnosti m s nulovou počáteční rychlostí. Předpokládejte, že Země je homogenní koule s průměrnou hustotou ρ a poloměrem R . Ukažte, že pohyb kamene by byl kmitavý harmonický, a určete jeho periodu, rovnovážnou polohu, amplitudu i maximální velikost rychlosti a zrychlení.

Návod:

Představte si, že kámen je právě ve vzdálenosti r od středu Země (viz obr. 4). Užitím Newtonova gravitačního zákona vyjádřete sílu, kterou na kámen působí vnitřní koule o hustotě ρ a poloměru r . Vnější „slupku“ si představte rozdělenou na velmi tenké sféry o tloušťce Δr . Ukažte, opět pomocí Newtonova gravitačního zákona a s využitím schematického obr. 4, že výsledné silové působení každé ze sfér vnější „slupky“ na kámen je nulové.



Obr. 4

- [1] J. I. Perelman: Zajímavá astronomie. Mladá fronta, Praha 1955.
- [2] O. Hlad, J. Pavlousek: Přehled astronomie. SNTL, Praha 1990.
- [3] Z. Mikulášek, Z. Pokorný: Záludné otázky z astronomie. Rovnost, Brno 1993–1994.
- [4] M. Macháček: Encyklopedie fyziky. Mladá fronta, Praha 1995.