

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY

4. ročník — 1997/1998

Druhá série úloh (25 bodů)

Někteří z vás se už možná setkali s populárním hrdinou fyzikální science - fiction význačného amerického fyzika 50. let George Gamowa (4. 3. 1904 – 20. 8. 1968) „Pan Tompkins v říši divů“, bankovním úředníkem a vědcem – amatérem C. G. H. Tompkinsem, jehož prostřednictvím dává autor čtenáři nahlédnout do světů nepřístupných našemu smyslovému vnímání a zábavným způsobem jej seznamuje s fyzikálními jevy, typickými pro tyto světy, s nimiž se v „pozemských“ podmínkách běžně nesetkáváme. Tak se s panem Tompkinsem dostaneme především do světa velkých rychlostí, blízkých rychlosti světelné, v němž selhávají zákony klasické Newtonovy mechaniky a nastupují pravidla teorie relativity, a do světa mikroskopických objektů na atomární a subatomární úrovni, jejichž chování se řídí zákonitostmi kvantové fyziky, zcela odlišnými od těch, které se týkají makrosvěta a zdánlivě tedy odporuje „zdravému rozumu“.

V dnešní sérii úloh se pokusme vžít se do role pana Tompkinse, který se tentokrát bude zamýšlet nad jevy souvisejícími s pozorováním mechanických objektů v neinerciálních vztažných soustavách. S některými z nich se, na rozdíl od jevů relativistických či kvantových, běžně setkáváme — neinerciálními soustavami jsou nejen všechny dopravní prostředky či zařízení v zábavních parcích, ale především sama Země. Většinou si je však téměř neuvědomujeme, ať již proto, že jsme na ně zvyklí, či proto, že nejsou kvantitativně příliš výrazné, a už vůbec nás asi nenapadne přemýšlet nad jejich podstatou. Tentokrát tedy učiníme výjimku a vypravíme se s panem Tompkinsem za neobvyklými jevy do neinerciálních vztažných soustav.

Připomeňme ještě, že za inerciální pokládáme každou vztažnou soustavu, vůči níž se každý hmotný bod oproštěný od působení okolních objektů (tzn. volný hmotný bod) pohybuje rovnoměrně přímočaře, popřípadě je v klidu. Ostatní vztažné soustavy, tj. ty, které se vůči soustavám inerciálním pohybují zrychleně (ať jde o pohyb translační či rotační), jsou neinerciální.

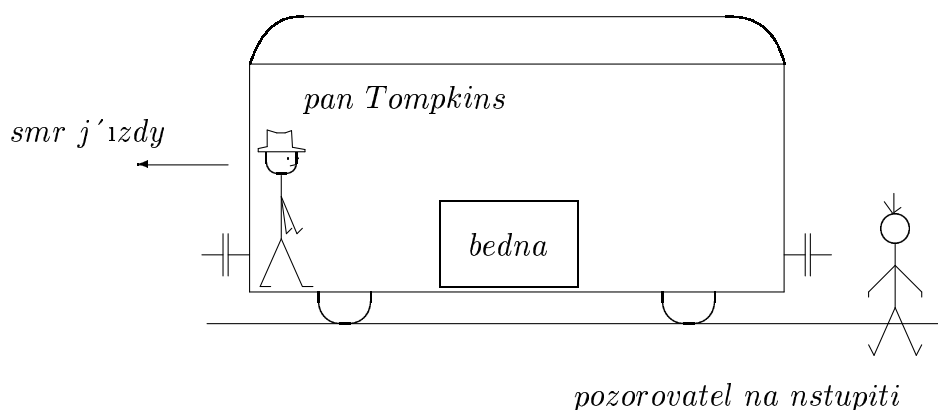
[Gamow G.: Pan Tompkins v říši divů. (Z anglického originálu Mr Tompkins in Paperback, Cambridge Univ. Press, London 1965 přeložili J. Bičák a J. Klíma.) Mladá fronta, Praha 1986.]

ÚLOHA č.1 (7 bodů)

Pan Tompkins se setkává s neznámými silami

Pan Tompkins se rozhodl navštívit přednášku o zákonitostech pohybu v neinerciálních vztažných soustavách, která se konala v sousedním městě. Nastoupil do vlaku a pohodlně se usadil zády ke směru jízdy. Trať je v těch místech rovná a jízda klidná, takže ji lze dobře popsat jako pohyb rovnoměrný přímočarý. Vlak jel rychlostí $\vec{v}$. Pan Tompkins začal přemýšlet o tom, co si před přednáškou o neinerciálních soustavách přečetl a po chvíli usnul. Zdálo se mu, že ve vlaku se přepravuje velká těžká bedna, která je vůči vlaku v klidu a leží na podlaze uprostřed vagónu. Tření mezi bednou a podlahou vagónu je tak malé, že lze jeho vliv zanedbat. Najednou pan Tompkins vidí, že vlivem nějaké neznámé síly se bedna dává do pohybu směrem k protější stěně se stálým zrychlením o velikosti a . Bedna nabývá velké rychlosti, odráží se od protější stěny a směřuje přímo na pana Tompkinse. Pan Tompkins, celý vystrašený, naštěstí procitl. Napadaly ho tyto otázky:

- (a) Je vůbec možné, aby k situaci viděné ve snu skutečně došlo? Jak by ji popsal pozorovatel na nástupišti, které lze považovat za inerciální vztažnou soustavu?
- (b) Kde se vzala neznámá síla $\vec{F}^*$, která urychlovala bednu směrem k protější stěně a jaká byla její velikost? Přesvědčil by pan Tompkins o existenci této síly pozorovatele na nástupišti? Jak запиše druhý Newtonův zákon pro bednu (ještě před její srážkou se stěnou) pan Tompkins a jak pozorovatel na nástupišti?
- (c) Podle třetího Newtonova zákona (zákona akce a reakce) existuje ke každé síle působící na těleso také reakce, která vzniká a zaniká současně s touto silou, je stejně velká a opačně orientovaná. Platí to i pro sílu $\vec{F}^*$?
- (d) Byla obava pana Tompkinse z nebezpečné srážky s bednou odraženou od protější stěny oprávněná? Popište pohyb bedny vůči vagónu i vůči pozorovateli na nástupišti. Předpokládejte, že srážka bedny se stěnou vagónu je pružná (bez ztráty energie).



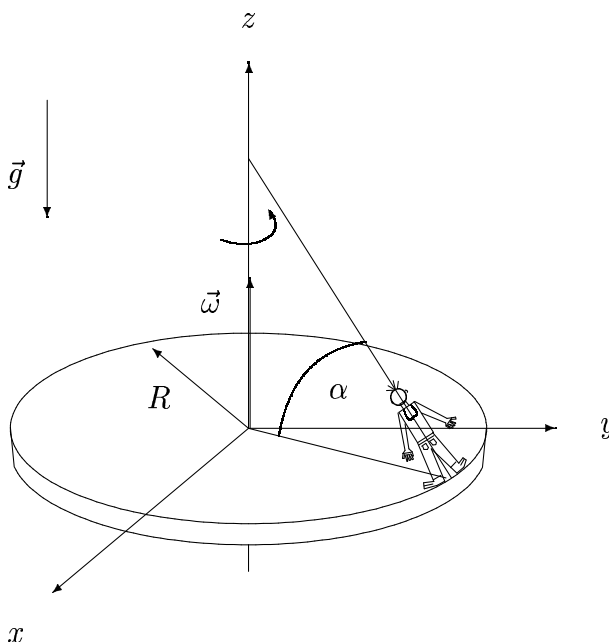
Obr. 1

ÚLOHA č.2 (6 bodů)

Na točně

Přednášející se rozhovořil o popisu pohybu těles z hlediska pozorovatele v rotující vztažné soustavě a předložil posluchačům tuto úlohu: Je možné, aby se člověk o hmotnosti $m = 80$ kg stojící na obvodu rotující vodorovné točny o poloměru $R = 10$ m udržel vůči ní v klidu? Pod jakým úhlem vůči podložce musí stát skloněn? Točna se otáčí kolem svislé osy stálou úhlovou rychlostí o velikosti $\omega = 0,5 \text{ rad s}^{-1}$ (viz obr. 2), koeficient statického tření mezi podešvemi bot a točnou je $f_0 = 0,36$, velikost tíhového zrychlení je $g = 10 \text{ m s}^{-2}$.

Uvažte, zda obecně bude výsledek záviset na tom, jak je člověk vysoký. Výpočet však proveďte za předpokladu, že výška člověka je velmi malá ve srovnání s rozměry točny, nebo jsou podmínky takové, že je velmi malá potřebná odchylka člověka od svislého směru. Mohlo by se stát, že při zvyšování úhlové rychlosti rotace točny by se člověk na jejím obvodu neudržel při největším náklonu? Co by v takovém případě musel udělat, aby nemusel točnu nedobrovolně opustit?



Obr. 2

Úlohu řešte

- z hlediska pozorovatele stojícího mimo točnu v inerciální vztažné soustavě,
- z hlediska člověka vezoucího se na točně, tj. v neinerciální vztažné soustavě.

Nezapomeňte na žádnou ze sil, kterými na člověka působí okolní objekty, ani na to, že v neinerciální soustavě je třeba počítat ještě s dalšími silami, svou povahou podobnými „neznámé síle“ z úlohy č. 1.

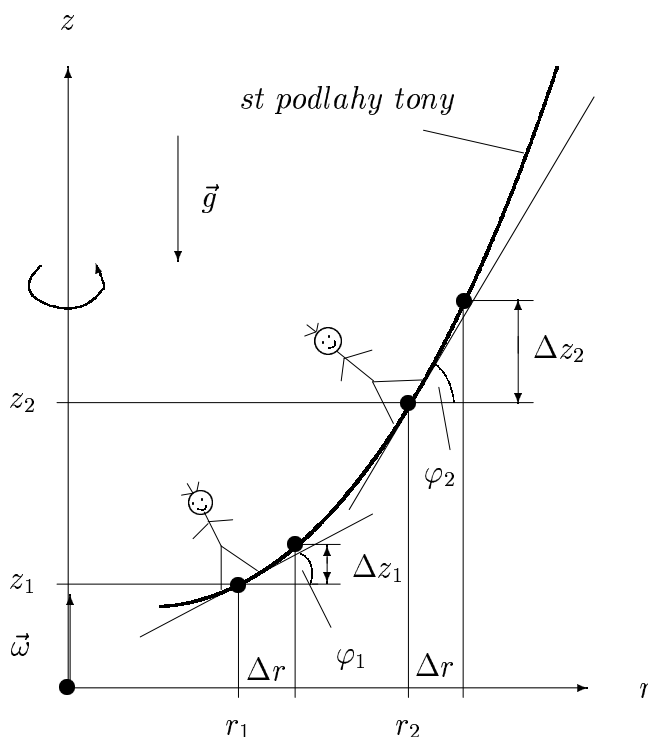
ÚLOHA č.3 (7 bodů)

Na točně se dějí divné věci

Jak pan Tompkins usilovně přemýšlel o úloze, jíž se zabýval přednášející, stalo se mu opět to, co obvykle. Usnul. Ve snu byl oním experimentátorem, který se udržováním vhodného sklonu na vodorovné točně snažil setrvat vůči ní v klidu. Najednou se stalo něco divného: Původně šikmá podlaha se začala pod panem Tompkinsem naklánět a ustálila se v takové poloze, že se panu Tompkinsovi jevila pod jeho nohama jako vodorovná. Pohledem na ostatní předměty mimo točnu pan Tompkins zjistil, že točna stále rotuje toutéž konstantní úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$. Okolní předměty však byly podivně nakloněny. Pan Tompkins se velmi, velmi opatrně a pomalu začal přemísťovat ke středu točny. Podlaha bezprostředně pod ním byla stále vodorovná. Nepříjemný náklon okolních předmětů se však bohudíky stále zmenšoval a když pan Tompkins dosáhl středu točny, zcela zmizel. Vysvětlete panu Tompkinsovi co se odehrálo a jaký tvar ve skutečnosti zaujala podlaha točny? Kdyby stál pan Tompkins na pružinové váze, jaký údaj by ukazovala na obvodu točny a v jejím středu, je-li hmotnost pana Tompkinse $m = 80 \text{ kg}$?

Poznámka:

Tvar podlahy točny nemusíte popsat přesně matematicky. Stačí, vypočtete-li její odklon φ od vodorovné roviny v závislosti na vzdálenosti r od středu točny a tvar pouze odhadnete, například užitím následujícího obrázku:

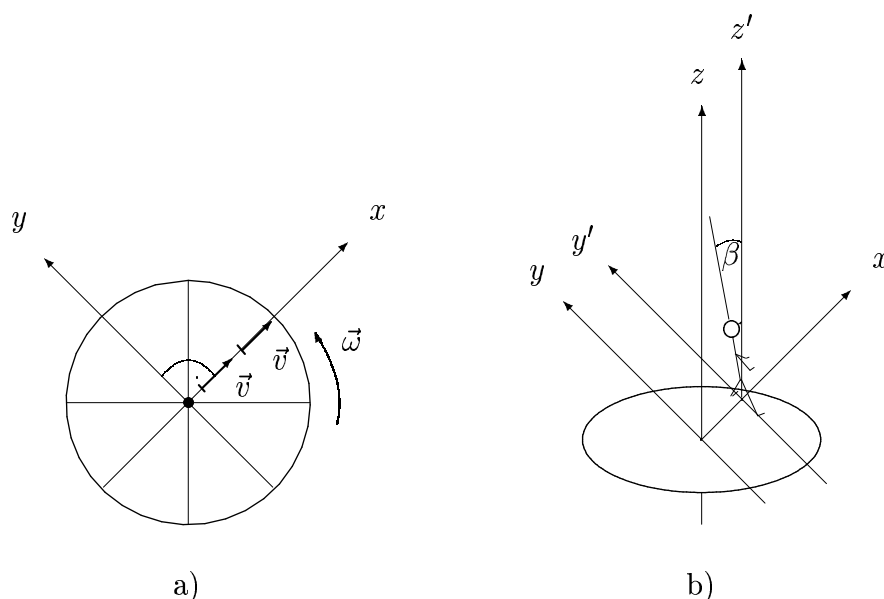


Obr. 3

ÚLOHA č.4 — prémiová

Záhady pokračují

Pan Tompkins stál uprostřed točny a kolem něj se do výšky zvedala její podlaha. Lekl se. Vždyť když se od obvodu točny pomalu přibližoval k jejímu středu, jevila se podlaha stále vodorovná. Řekl si, že točnu rychle opustí, i kdyby měl z jejího okraje seskočit. Rozběhl se proto co nejrychleji zpět k obvodu. Běžel podél jedné z přímek, (označme ji například x), které byly na podlaze nakresleny a spojovaly jako paprsky její střed s body na obvodu. Rychlost pana Tompkinse vůči točně byla stálá a rovna $\vec{v}$ (viz obr. 4a). Podlaha točny, zvednutá před jeho očima do výšky, se pod jeho nohama znovu vyrovnávala, ale co to?

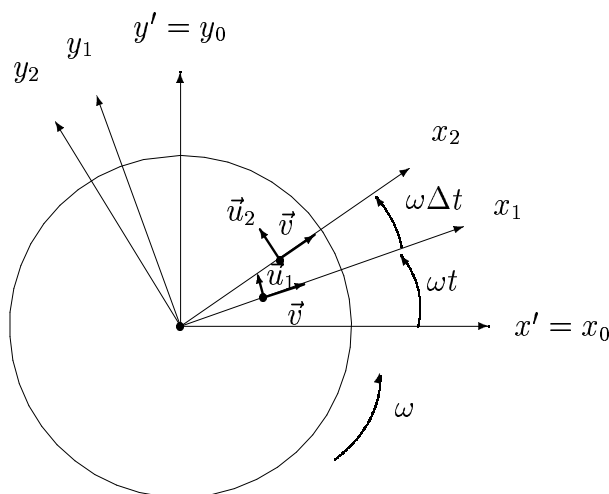


Obr. 4

Pan Tompkins měl dojem, že na něj působí opět nějaké neznámá síla, která mu znesnadňuje rovnoměrný pohyb podél přímky x a snaží se jej odchýlit kolmo od ní. Aby neupadl, musel se odklonit o úhel β od směru kolmého k podlaze, tentokrát však v rovině kolmé k ose x (viz obr. 4b). Vysvětlete původ „neznámé síly“ a určete její směr a velikost. Vypočtete úhel β , jestliže se točna otáčí, stejně jako v úloze 2, stálou úhlovou rychlostí $\omega = 0,5 \text{ rad s}^{-1}$, hmotnost pana Tompkinse je $m = 80 \text{ kg}$ a jeho rychlost vůči točně má velikost $2,5 \text{ m s}^{-1}$. Neuklouzne pan Tompkins, je-li koeficient statického tření mezi jeho botami a podlahou $f_0 = 0,25$?

Poznámka 1:

Při výpočtu velikosti „neznámé síly“ (tzv. *síly Coriolisovy*) a stanovení jejího směru uvažte, jak se za dobu Δt změní rychlost pana Tompkinse vůči vnějšímu pozorovateli v inerciální vztažné soustavě, určete jeho zrychlení vůči této soustavě a sílu, která toto zrychlení způsobila (viz obr. 4c).



Obr. 4c

x', y'	...	souřadnicové osy ve vztažné soustavě vnějšího pozorovatele v čase $t = 0$ splývají s osami x_0, y_0 v soustavě spojené s točnou
x_1, y_1	...	souřadnicové osy v soustavě spojené s točnou v čase t
x_2, y_2	...	souřadnicové osy v soustavě spojené s točnou v čase $t + \Delta t$
$\vec{u}_1, \vec{u}_2$	...	rychlosti míst na točně, v nichž se nachází pan Tompkins v čase t resp. $t + \Delta t$, měřené vůči soustavě vnějšího pozorovatele
$\vec{v}$	...	rychlost pana Tompkinse vzhledem k soustavě spojené s točnou

Poznámka 2:

V souvislosti s představou existence Coriolisovy síly, jejímž zahrnutím do formulace druhého Newtonova zákona pro hmotné body, jejichž pohyb je sledován v neinerciálních vztažných soustavách, lze vysvětlit důležité charakteristiky pohybu těchto hmotných bodů, si lze představit celou řadu dalších problémů, například:

- Jak by museli mířit dva sokové stojící při souboji na protilehlých místech obvodu točny? Změnila by se situace, kdyby jeden z nich stál na obvodu točny a druhý uprostřed?
- Jaký je pohyb matematického kyvadla zavěšeného nad zemským pólem, uvedeme-li je do pohybu tak, že je nejprve zavěsíme do rovnovážné polohy a pak mu udělíme rychlost $\vec{v}$, např. ve směru nultého poledníku? Změní se situace, jestliže kyvadlo nejprve vychýlíme z rovnovážné polohy o určitý úhel, podržíme vůči Zemi v klidu a pak volně vypustíme? Takové pokusy provedl poprvé francouzský fyzik Jean Foucault (1819 – 1868) v roce 1851, nikoliv však na pólu, nýbrž v kopuli pařížského Panthéonu. Kyvadlo mělo hmotnost 30 kg a závěs délky 67 m.
- Jaká bude odchylka světelného paprsku vyslaného z geostacionární družice obíhající ve výšce 40 000 km nad rovníkem od místa dopadu stanoveného bez uvážení zemské rotace?

(Nad těmito otázkami se můžete zamyslet mimo řádnou i prémiovou soutěž a komentář k nim nám také zaslat.)

ÚLOHA č.5 (5 bodů)

Na cestě domů

Panu Tompkinsovi se šťastně podařilo opustit točnu, když se probudil v prázdném auditoriu. Dokonce se mu podařilo stihnout poslední vlak, kterým se mohl vrátit domů. Vlak jel jako obvykle stálou rychlostí $\vec{v}$. Pan Tompkins, ještě rozrušený fyzikálními zážitky, po něm nervózně přecházel. Náhle si uvědomil další problém: Představil si, že se pohybuje se stálým zrychlením $\vec{a}$ ve směru jízdy vlaku. Jeho svaly přitom vykonají za dobu Δt práci ΔW , která je rovna přírůstku jeho kinetické energie za tuto dobu. Pan Tompkins se však nedokázal rozhodnout, zda jde o přírůstek jeho kinetické energie vůči vlaku nebo vůči nástupišti. Rozhodněte tento problém vy, a to tak, že vypočtete jednak práci ΔW , jednak oba přírůstky kinetické energie. Rozdílu těchto přírůstků rovněž odpovídá jistá práce, kterou označíme $\Delta W'$. Jaká síla ji vykoná? Vypočtete práci $\Delta W'$ a ukažte, že je skutečně rovna rozdílu uvedených přírůstků kinetické energie.