

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY

6. ročník — 1999/2000

První série úloh

(25 bodů)

Vztažné soustavy

Základním předpokladem k úspěšnému vyřešení celé řady úloh z mechaniky je volba takové vztažné soustavy, v níž je formulace problému co nejjednodušší. Ne všechny soustavy jsou však fyzikálně rovnocenné. První ze tří Newtonových zákonů zajišťuje existenci preferovaných vztažných soustav, zvaných *inerciální*. Při praktických výpočtech se potom uplatňuje především druhý Newtonův zákon, obvykle uváděný ve tvaru platném právě v inerciálních soustavách

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n,$$

kde $\vec{a}$ označuje zrychlení hmotného bodu o hmotnosti m a $\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$ síly, kterými na hmotný bod působí okolní objekty.

Vztažné soustavy, jež nás obklopují, bývají zpravidla *neinerciální* (různé dopravní prostředky, výtahy, atrakce v zábavních parcích, ale také samotná Země: v mnoha situacích ji ovšem s poměrně dobrou přesností můžeme, a dále také budeme, považovat za inerciální). V neinerciální vztažné soustavě však druhý Newtonův zákon v předchozím tvaru neplatí. Pokud se pozorovatel v neinerciální vztažné soustavě přesto nechce jeho platnosti vzdát, musí do něj formálně zavést dodatečný člen, tzv. *setrvačnou sílu* $\vec{F}^* = -m\vec{a}^*$, kde $\vec{a}^*$ je zrychlení neinerciální soustavy vzhledem k inerciální a obecně zahrnuje vliv jak translačního, tak rotačního pohybu (tj. $\vec{a}^* = \vec{a}_{\text{tr}} + \vec{a}_{\text{rot}}$). Protože setrvačná síla nemá původ v interakci s okolními objekty a objevuje se pouze jako důsledek vzájemného zrychleného pohybu vztažných soustav, nazýváme ji také silou *fiktivní*, na rozdíl od *reálných* sil $\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$. Druhý Newtonův zákon, „opravený“ na neinerciálnost vztažné soustavy, má tedy podobu

$$m\vec{a}' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i + \vec{F}^* = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n + \vec{F}^*,$$

kde $\vec{a}'$ je zrychlení hmotného bodu vzhledem k neinerciální vztažné soustavě.

Rozbor vybraných jevů z hlediska pozorovatelů v různých vztažných soustavách tvoří náplň první série letošního ročníku Korespondenčního semináře z fyziky.

Úloha č.1 (5 bodů)

1

Ve výtahu

Do výtahu nastoupil podivínský experimentátor s pružinovou váhou, na níž postavil nádobu s vodou o celkové hmotnosti M .

I. Pro jednotlivé etapy pohybu výtahu (rozjezd s konstantním zrychlením $\vec{a}$

Řešení proveďte z hlediska pozorovatele stojícího na schodišti i z hlediska experimentátora jedoucího ve výtahu.

- II. Popište situaci, která odpovídá beztížnému stavu. Jaké budou v tomto případě výsledky částí (b), (c) a (d)?

Úloha č.2 (8 bodů)

Ve vlaku

Osobní vlak se rozjíždí s konstantním zrychlením $\vec{A}$ po přímé vodorovné trati. Jeden z cestujících si veze kanystr s pitnou vodou, který poněkud nezodpovědně postavil do uličky.

- (a) Vyjmenujte všechny reálné síly působící na kanystr. Jaké okolní objekty na něj těmito silami působí?
- (b) Formulujte druhý Newtonův zákon, určete zrychlení kanystru a popište jeho pohyb.
- (c) Popište plochy spojující ve vodě místa o stejném tlaku.

Pro každý z případů (a), (b), (c) se zabývejte následujícími možnostmi:

- (α) Tření mezi kanystrem a podlahou je zanedbatelné.
- (β) Součinitel klidového tření f_0 mezi kanystrem a podlahou nabývá takové hodnoty, že je kanystr vzhledem k vagónu v klidu. Určete interval, v němž hodnota f_0 leží.
- (γ) Součinitel klidového tření neleží ve výše odvozeném intervalu a součinitel smykového tření mezi kanystrem a podlahou je f .

Jednotlivé možnosti částí (a) a (b) vyřešte jak z hlediska pozorovatele stojícího na nástupišti, tak i z hlediska cestujícího, který sedí ve vlaku. Při řešení části (c) volte vztažné soustavy následujícím způsobem: (α) – „nástupiště“, (β) – „vlak“, (γ) – „nástupiště“.

Úloha č.3 (7 bodů)

Na kolotoči poprvé ¹ aneb Držte si klobouky!

Z dopravních prostředků se nyní přesuneme do zábavního parku, v němž budeme obdivovat dvě podobné atrakce určené pouze odvážným jedincům. První spočívá

¹... a možná také naposledy

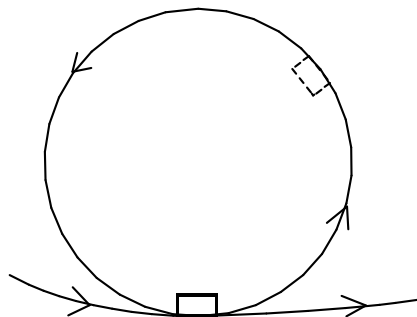
v průjezdu vozičku „spirálou smrti“ (svislou kruhovou smyčkou, viz obr. 1A), druhá v pohybu „kladiva“ (kabinky upevněné na tyči, která se otáčí kolem vodorovné osy, viz obr. 1B). Předpokládejme, že obě trajektorie mají stejný poloměr R , voziček (resp. kabinka) se po počátečním rozjezdu pohybuje volně, tj. bez zásahu obsluhy, a odpor prostředí je zanedbatelný.

- Vyjmenujte všechny reálné síly působící na voziček (resp. kabinku). Které okolní objekty na ně těmito silami působí?
 - Jakou nejmenší rychlost v_A (resp. v_B) musí mít voziček (resp. kabinka) v nejnižším bodě, aby prošel (resp. prošla) celou kružnicí? Výsledky porovnejte a interpretnujte. (Pro jednoduchost předpokládejte, že spojovací tyč má oproti kabině zanedbatelnou hmotnost.)
- Poznámka 1:
- Mimo soutěž se můžete pokusit vyjádřit rychlost v_B i v reálné situaci, kdy hmotnost tyče zanedbat nelze, případně alespoň posoudit, zda bude skutečná hodnota rychlosti větší nebo menší než hodnota idealizovaná.
- Stručně popište pohyb vozičku (resp. kabinky) v případě, že jeho (resp. její) rychlost v nejnižším bodě je menší než hodnota v_A (resp. v_B) vypočtená v předchozí části. (Předpokládejte, že voziček není ke kolejnici nijak připevněn.)
 - Porovnejte subjektivní pocity pasažéra
 - při rychlém a pomalém průjezdu nejvyšším bodem svislé kružnicové trajektorie,
 - při rychlém a pomalém rovnoměrném průjezdu vozičku horské dráhy ostrou horizontální zatačkou.

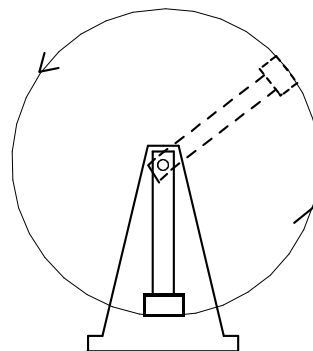
Které reálné síly tvoří v jednotlivých případech dostředivou sílu? Kdy je nutné pasažéra pevně připoutat k sedadlu?

Poznámka 2:

Nezapomeňte uvést, v jaké vztažné soustavě jste se rozhodli úlohu řešit.



Obr. 1A



Obr. 1B

Úloha č.4 (5 bodů)

Na návštěvě v laboratoři

K základnímu vybavení některých laboratoří patří odstředivka, která slouží k rychlému oddělování složek kapalných směsí nebo směsí kapalných a pevných látek.

- (a) Vysvětlete fyzikální podstatu této separační metody, tzv. metody odstředování, a uveďte konkrétní příklady jejího praktického použití (ve zdravotnictví, v průmyslu atd.).
- (b) Lze odstředováním oddělit jakoukoliv směs kapalin, resp. kapalin a pevných látek?

Úloha č.5 – prémiová

Na kolotoči podruhé aneb Kdo dá koš, jede zadarmo...

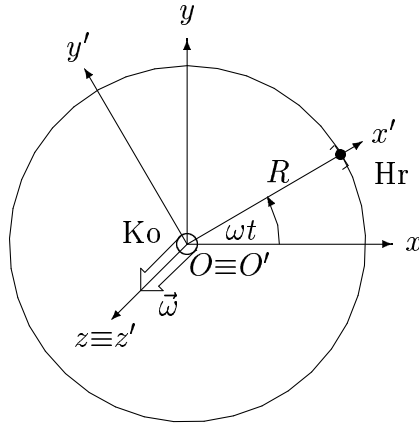
Řada atrakcí z kategorie „Pro žaludek téměř neškodné“ bývá zpestřena různými zábavnými hříčkami. Nejznámější představitelkou je tzv. Lochneska, kde je úkolem zasáhnout míčem koš upevněný ve středu kruhového disku, na jehož obvodu jsou rozmístěny sedačky. Účastníci jízdy brzy zjistí, že tento úkol vůbec není jednoduchý: míč jakoby letěl jinak než v tělocvičně! Jelikož štěstí přeje připraveným, zamysleme se nad pohybem míče podrobněji. Pro jednoduchost předpokládejme, že kolotoč leží ve vodorovné rovině², hráč střílí rychlostí o velikosti v_0 , vzdálenost koše od sedaček je R a odpor prostředí lze zanedbat.

- (a) Jakým směrem musí hráč mířit, aby zasáhl koš, je-li kolotoč v klidu?
- (b) Jakým směrem musí hráč mířit, aby zasáhl koš, otáčí-li se kolotoč konstantní úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$?
- (c) Zakreslete průmět trajektorie správně mířeného míče do vodorovné roviny pro $v_0 = 8 \text{ m.s}^{-1}$, $R = 6 \text{ m}$, $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$:
 - vzhledem k Zemi;
 - vzhledem ke kolotoči.

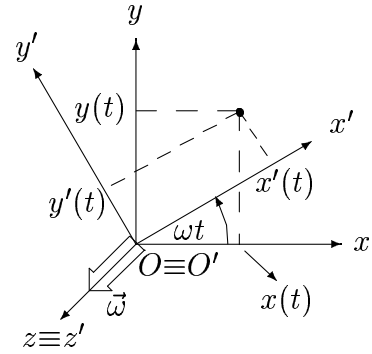
Návod:

²Ve skutečnosti svírá disk s vodorovnou rovinou určitý malý úhel, aby se „neúspěšný“ míč mohl skutálet k dalšímu hráči.

- (1) Zavedte kartézskou soustavu souřadnic $\mathcal{S} = \langle O; x, y, z \rangle$ spojenou se Zemí a $\mathcal{S}' = \langle O'; x', y', z' \rangle$ otáčející se s kolotočem podle obr. 2A. Odvoďte vztah mezi okamžitou polohou míče v čase t $(x(t), y(t), z(t))_{\mathcal{S}}$ v soustavě $\mathcal{S}$ a odpovídající polohou $(x'(t), y'(t), z'(t))_{\mathcal{S}'}$ v soustavě $\mathcal{S}'$ (tzv. transformační vztahy mezi souřadnicemi – viz obr. 2B).



Obr. 2A



Obr. 2B

(pohled shora)

- (2) Předpokládejte, že v čase $t = 0$ vyhodí hráč správným směrem míč (viz část (b) úlohy). Zapište závislost polohy míče na čase $(x(t), y(t), z(t))_{\mathcal{S}}$ v soustavě $\mathcal{S}$.
- (3) Z transformačních vztahů mezi souřadnicemi vypočtete okamžitou polohu míče $(x'(t), y'(t), z'(t))_{\mathcal{S}'}$ v soustavě $\mathcal{S}'$.

[Pro Vaši informaci:

Pokud chce pozorovatel spojený s kolotočem použít k posouzení tvaru trajektorie míče Newtonových zákonů, musí do svých úvah zahrnout kromě reálné síly tíhové $\vec{F}_G$ a fiktivní síly setrvačné odstředivé F_{SO}^* ještě další fiktivní sílu, tzv. sílu Coriolisovu $\vec{F}_C^*$. Její velikost závisí na hmotnosti m míče, okamžité rychlosti $\vec{v}$ míče a na úhlové rychlosti $\vec{\omega}$ kolotoče vztahem $F_C^* = m v \omega \sin \alpha$ (α je úhel sevřený vektory $\vec{v}$ a $\vec{\omega}$), směr je kolmý k vektorům $\vec{v}$ i $\vec{\omega}$. Platí $\vec{F}^* = \vec{F}_{SO}^* + \vec{F}_C^*$.

Mimo soutěž se pokuste schematicky zakreslit směr obou fiktivních sil do obrázku z části (c).]