

# FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

---

## KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY

7. ročník — 2000/2001

### Druhá série úloh

(25 bodů)

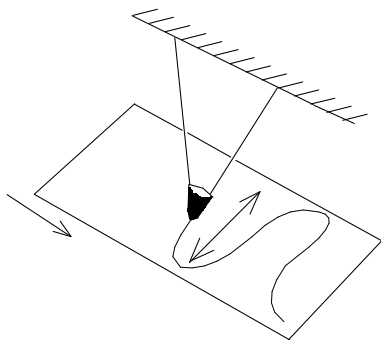
#### Kmity, vlny, akustika

Druhá série letošního Korespondečního semináře je sestavena z několika pokusů. Jejich realizace by Vám mohla pomoci při pochopení pojmů, které fyzikové běžně používají při charakterizování kmitavého pohybu a vlnění. Pro některé z Vás bude tato série branou do nové fyzikální disciplíny. Pokud si proto nebudete jisti některými vlastními závěry, můžete je srovnat s texty, uvedenými například v učebnicích fyziky, potřebné matematické vzorce pak najdete v matematicko-fyzikálních tabulkách. Hodně úspěchů a příjemnou zábavu!

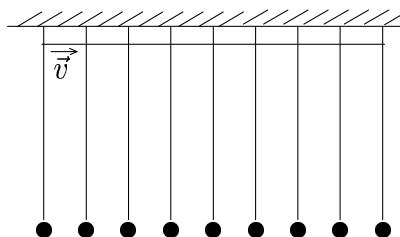
#### Úloha č. 1 (4 body)

##### Kmity kyvadla a čas

*Připravte si kyvadlo, jehož závaží bude tvořeno sypátkem, naplněným například krupicí (sypátko by mělo mít co možná největší hmotnost). Zavěste je na dva stejně dlouhé závěsy.*



Obrázek 1: Časový rozvoj pohybu kyvadla



Obrázek 2: Řada kyvadel

Vložte pod ně list papíru, mírně je vychylte z rovnovážné polohy a uvolněte. Papír posouvejte kolmo ke směru kmitání (viz Obrázek 1). Snažte se, aby posun papíru pod kyvadlem byl rovnoměrný; po chvíli experimentování se Vám to jistě podaří.

Krupice vytvoří na papíru obrazec, který lze interpretovat jako časový rozvoj kmitů kyvadla, tj. jako znázornění okamžité polohy kmitajícího tělesa v závislosti na čase. Překreslete tento obrazec na papír a označte v něm:

- a) Body, které odpovídají okamžikům, kdy je kyvadlo v rovnovážné poloze. Proložte těmito body přímkou, zvolte vhodně její orientaci a naneste na ni příslušnou fyzikální veličinu. Jaký fyzikální význam má tato přímka?
- b) Směr (včetně orientace), ve kterém se mění výchylka  $y$  z rovnovážné polohy. Tuto přímku zakreslete (s ohledem na následující části c) a e)) tak, aby protínala osu zakreslenou v části a) v bodě, který odpovídá některému z okamžiků, v němž je kyvadlo v rovnovážné poloze.
- c) Okamžitou výchylku  $y$  kyvadla z rovnovážné polohy ve Vámi zvoleném časovém okamžiku (kyvadlo by nemělo být v rovnovážné ani krajní poloze) a amplitudu  $A$  (čili velikost maximální výchylky) kmitavého pohybu.
- d) Periodu kmitu  $T$ , která je definována jako doba, za kterou proběhne jeden kmit. (Kmitem rozumíme nejmenší část kmitavého pohybu, při níž oscilátor vstoupí do zvolené počáteční polohy, projde všemi možnými polohami a vrátí se do polohy počáteční.) Definujte pojem frekvence  $f$  kmitavého pohybu a uveďte, jak ji určit.
- e) Rozhodněte, jakou matematickou funkcí lze popsat získaný rozvoj kmitů kyvadla. Pomocí této funkce napište rovnici pro závislost výchylky na čase. Použijte přitom získaný obrázek a matematicko-fyzikální tabulky.
- f) Změřte periodu kyvadla, pro které jste získali časový rozvoj. Dále vypočtěte rychlost, kterou byste museli papír posouvat, aby perioda ve Vašem obrázku byla zakreslena v měřítku  $1 \text{ s} \hat{=} 1 \text{ cm}$ , a rychlost, kterou jste skutečně pohybovali papírem. Připište k obrázku, v jakém měřítku je na něm zakreslena perioda  $T$ .
- g) Zjistěte, jak závisí perioda kmitu na délce  $l$  kyvadla (délkou rozumíme vzdálenost od těžiště sypátka k závěsu, konstanta úměrnosti ve vztahu má velikost  $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ , kde  $g$  je tíhové zrychlení). Zapište tento vztah a vysvětlete postup, kterým jste k němu dospěli. Uveďte rovněž délku Vašeho kyvadla.
- h) Proč je pro tuto úlohu výhodnější zavěsit kyvadlo na dvojitý závěs než na jedinou nit?

Poznámka: Pohyb, pro nějž lze najít rovnovážnou polohu a definovat periodu, nazýváme *periodický kmitavý pohyb*. Je-li navíc pohyb kmitajícího tělesa popsán rovnicí, kterou jste odvodili v bodě e), nazveme ho *harmonickým pohybem*.

## Úloha č. 2 (6 bodů)

### Kmity a vlny – rozdíly a souvislosti

Na delší tyč zavěste ve vzdálenosti asi tři centimetry od sebe nitě stejné délky, na nichž jsou připevněny zátěže. Všechna takto vytvořená kyvadla pevně svažte v blízkosti tyče napnutou nití nebo gumovým vláknem (viz Obrázek 2). Celá řada by měla mít délku alespoň jeden metr. Levé krajní kyvadlo uveďte do pohybu tak, aby rovina malých kmitů byla kolmá k rovině řady kyvadel. Zvolte soustavu souřadnic, jejíž počátek bude v rovnovážné poloze levého krajního kyvadla. Osa  $x$  nechť je rovnoběžná s tyčí a směr osy  $y$  zvolte rovnoběžně se směrem, v němž dochází k výchylce z rovnovážné polohy.

Předpokládejte, že působení spojovací nitě na kyvadla je takové, že všechna kyvadla řady kmitají harmonicky se stejnou amplitudou.

- a) Napište rovnici závislosti výchylky na čase pro pohybující se levé krajní kyvadlo. Uveďte, k čemu slouží nit spojující kyvadla a jaký je její fyzikální význam.
- b) Nakreslete:
  - (A) Graf závislosti výchylky na čase pro libovolné zvolené kyvadlo.
  - (B) Graf závislosti výchylky jednotlivých kyvadel na vzdálenosti od krajního kyvadla ve zvoleném časovém okamžiku.

Na základě prvního obrázku zaveďte pojmy amplituda  $A$  a perioda  $T$  vlnění, na základě druhého obrázku pojem vlnová délka  $\lambda$  vlnění. Jak souvisí vlnová délka s periodou? Jak byste fyzikálně interpretovali oba obrázky?

- c) Uvažujte kterékoliv kyvadlo v řadě, jež se nachází v nenulové vzdálenosti  $x$  od levého krajního kyvadla. Napište rovnici závislosti výchylky na čase pro toto kyvadlo za předpokladu, že v čase  $t$  procházelo levé krajní kyvadlo určitou, například rovnovážnou polohou a velikost rychlosti šíření rozruchu v řadě kyvadel je  $v$  (v rovnici by se měl objevit člen na  $v$  závislý; připomínáme, že počátek měření času si můžete zvolit libovolně). Jaký tvar by měla tato rovnice v případě, že byste rozkmitali nikoliv levé, ale pravé krajní kyvadlo? Počátek soustavy souřadnic nyní posuňte tak, aby se nacházel v rovnovážné poloze pravého krajního kyvadla, ale orientaci os ponechejte.

**Poznámka:** Pokud místo o kyvadle uvažujete o libovolném bodě přímky určené řadou kyvadel, popisují rovnice získané v části c) šíření vlnění podél této přímky – v kladném a záporném směru osy  $x$ . (Povšimněte si, že okamžitá výchylka je určena jak časem, tak i místem, ve kterém vlnění zkoumáme.)

Až dosud jste popisovali vlnění *příčné*, tedy vlnění, při němž částice prostředí, ve kterém se vlnění šíří, kmitají v rovině kolmé („napříč“) ke směru šíření vlnění.

- d) Jak se liší vlnění *podélné* od vlnění *příčného*? Navrhněte zařízení, pomocí kterého by šlo demonstrovat šíření podélného vlnění (jeho nákres přiložte k řešení.) Liší se nějak zavedení pojmů amplituda, perioda a vlnová délka pro příčné

a podélné vlnění? Určete, jak se bude lišit rovnice podélné vlny od rovnice vlny příčné, a vysvětlete význam použitých symbolů.

### Úloha č. 3 (7 bodů)

#### Rázy

Zvuk vzniká periodickým kmitáním zdroje zvuku, například ladičky. Prostorem se šíří jako podélné vlnění. K zajímavému akustickému jevu dochází, nasloucháme-li současně dvěma tónům velmi blízké, nikoliv však stejné frekvence.

*Pozvěte si ke spolupráci dva pomocníky a naslouchajte dvěma stejným, současně rozezvučeným ladičkám<sup>1</sup>, píšťalám, či tónům, které vydávají dvě stejné PET lahve při foukání přes hrdlo. Promyslete si, jak realizovat malou změnu frekvence jedné z ladiček, píšťal či lahví. Experiment uspořádejte tak, aby oba zdroje zvuku byly velmi blízko u sebe.*

- a) Jak vypadá časový rozvoj získaného zvuku? Podle Návodu proveďte výpočet.

Návod: Napište nejprve rovnici vlnění, které se šíří ze zdroje 1, jenž kmitá na frekvenci  $f_1$  s amplitudou  $A$  (okamžitou výchylku označte  $y_1$ ) a rovnici vlnění, které se šíří ze zdroje 2, jenž kmitá na frekvenci  $f_2 = f_1(1 + e)$  se stejnou amplitudou  $A$  (okamžitou výchylku označte  $y_2$ )<sup>2</sup>. Pro zjednodušení předpokládejte, že se oba zdroje nacházejí ve stejném místě prostoru ve vzdálenosti  $l$  od detektoru zvuku. Nyní využijte Principu superpozice.

Princip superpozice: Obě vlnění se skládají tak, že okamžitá výchylka  $y$  výsledného vlnění je součtem okamžitých výchylek skládaných vlnění, tj.:

$$y_v = y_1 + y_2. \quad (1)$$

Získaný vztah je potřeba použitím matematicko-fyzikálních tabulek upravit do tvaru součinu dvou funkcí.

Poznámka: Dříve, než začnete se vztahem (??) pracovat, uvědomte si, že je pro nás důležitý pouze časový průběh získaného vlnění v jednom konkrétním bodě. Napište, jaký pohyb koná konkrétní bod prostředí, ve kterém se šíří vlnění; vyberte si z rovnice vlny pouze tu část, kterou doopravdy potřebujete (formálně můžete dosáhnout odstranění „nepotřebné“ části posunem počátku soustavy souřadnic).

- b) Načrtněte (např. na milimetrový papír) graf alespoň dvou period získaného vlnění (v daném místě prostoru). Frekvenci  $f_1$  a amplitudu  $A$  zvolte libovolně,  $e$  například jako  $e = 0, 1$ .

---

<sup>1</sup>Dvě ladičky stejné frekvence Vám jistě rád zapůjčí Váš vyučující fyziky. Požádejte ho i o zapůjčení třetí ladičky, jejíž frekvence je vyšší než  $500 \text{ s}^{-1}$  (např.  $1024 \text{ s}^{-1}$ , což je frekvence tónu  $C^3$ ), a dlouhého skleněného válce. Realizace experimentu popsaneho ve čtvrté úloze bude s těmito pomůckami daleko jednodušší.

<sup>2</sup>Pro reálné číslo  $e$  platí  $0 < e \ll 1$ .

- c) Vyhledejte v literatuře, jak je charakterizován jednoduchý a složený tón. Rozhodněte, jestli zvuk, kterému jste v této úloze naslouchali, lze jako tón označit.

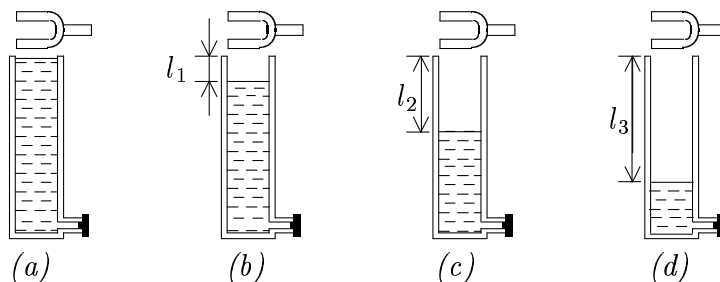
#### Úloha č. 4 (8 bodů)

##### Určení frekvence zdroje zvuku

*Přichystejte si dlouhý úzký skleněný válec, nejlépe s vypouštěcím kohoutkem u dna (nebo si vyrobte podobnou nádobu pomocí několika štíhlejších PET lahví), ladičku vyšší frekvence (alespoň  $500\text{ s}^{-1}$ ) či píšťalku a vodu.*

*Válec naplňte po okraj vodou. Ladičku rozezvučte úderem gumového kladívka a držte ji těsně nad horním okrajem skleněného válce. Z válce odebírejte vodu (není-li válec opatřen kohoutem, použijte např. násosku), až dojde k zesílení tónu vydávaného ladičkou. V této chvíli změřte vzdálenost  $l_1$  horní hrany válce od vodní hladiny (viz Obrázek 3). Pokračujte v odebírání vody, dokud nedojde k dalšímu zesílení zvuku. Postup opakujte, dokud neodeberete veškerou vodu.*

*Ve válci se skládá dopadající a odražená zvuková vlna. Dopadající zvuková vlna nechť má frekvenci  $f$  a amplitudu  $A$ . Odražená zvuková vlna má stejnou frekvenci a šíří se stejnou rychlostí, ale v opačném směru než vlna dopadající. Navíc vzniká odrazem na vodní hladině a v tomto místě má stejně velkou, ale opačnou výchylku než vlna dopadající ( $y_{odr} = -y_{dop}$ ).*



Obrázek 3: Počáteční poloha (a) a polohy zesílení tónu ladičky ((b),(c),(d))

- Napište rovnice vlny dopadající a vlny odražené.
- Pomocí Principu superpozice, uvedeného v předchozí úloze, složte obě vlnění. Nezapomeňte, že tentokrát je důležité i místo, v němž se vlnění setkávají. Výsledek opět upravte do tvaru součinu dvou funkcí.
- Určete, v kterých místech se nacházejí body prostředí, jejichž výchylka z rovnovážné polohy je v každém časovém okamžiku nulová – tzv. *uzly*. Dále určete polohu tzv. *kmiten*, v nichž je výchylka z rovnovážné polohy maximální.

**Poznámka:** Vlnění, jenž obsahuje uzly a kmitny, se nazývá *stojaté*. Jeho vlnová délka je rovna dvojnásobku vzdálenosti mezi dvěma sousedními uzly (kmitnami).

- Rozhodněte, nachází-li se v situaci, kdy dojde k zesílení zvuku, na vodní hladině a na okraji válce uzel či kmitna. Popište rozložení kmiten a uzlů ve válci, nakreslete obrázky pro první, druhé a třetí zesílení zvuku (viz Obrázek 3, obrázky musíte samozřejmě nakreslit tak, jako by se jednalo o vlnění příčné).

- e) Jak souvisejí vzdálenosti  $l$ , pro které došlo k jednotlivým zesílením zvuku, s vlnovou délkou stojatého vlnění? Napište vztah, pomocí kterého určíte frekvenci Vašeho zdroje zvuku z naměřených hodnot  $l$  a výpočet proveďte. Udejte tyto hodnoty a vypočtenou hodnotu frekvence zvuku. Rychlost zvuku ve vzduchu najděte v matematicko-fyzikálních tabulkách.

## Úloha č. 5 – prémiová

### Dopplerův jev

*Pozorováním ověřte existenci následujícího jevu: Pokud se k Vám bude přibližovat jakýkoliv zdroj zvuku vydávající tón stálé frekvence (nejlépe píšťala lokomotivy či troubící automobil), uslyšíte tón, jehož frekvence se změní v okamžiku, kdy vás bude tento zdroj míjet. Frekvence tónu, který uslyšíte při vzdalování zdroje, bude nižší než frekvence, kterou budete vnímat při jeho přibližování.*

Popsaný jev se nazývá Dopplerův <sup>3</sup>. Ve všech následujících úlohách pro zjednodušení předpokládejte, že pohyb pozorovatele i zdroje je rovnoměrný a probíhá na přímce.

- a) Předpokládejte, že zdroj vysílá zvuk o frekvenci  $f_0$  a tento zvuk se šíří stejnorodým prostředím rychlostí o velikosti  $c$ . Určete frekvenci  $f_P$ , kterou vnímá pozorovatel, který je vůči zdroji v klidu, a frekvence  $f_{P1}, f_{P2}$ , které vnímá pozorovatel, ke kterému se zdroj blíží (vzdaluje) rychlostí o velikosti  $v$ .
- b) Je pro pozorovatele posun frekvence stejný v situacích, kdy se zdroj přibližuje k pozorovateli rychlostí o velikosti  $v$  a kdy se pozorovatel přibližuje ke zdroji rychlostí o velikosti  $w$  (např.  $w = v$ )? Ověřte výpočtem i pro situace, při nichž se pozorovatel a zdroj vzájemně vzdalují.

---

<sup>3</sup>Christian Johann Doppler (1803 – 1853), profesor pražského Vysokého učení technického.