

FYZIKÁLNÍ SEKCE

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně

KORESPONDENČNÍ SEMINÁŘ Z FYZIKY

9. ročník — 2002/2003

První série úloh (25 bodů)

Zdroje energie

Je jisté, že civilizace potřebuje energii a bude ji potřebovat stále. Reálná hrozba vyčerpání fosilních zdrojů a riziko nepříznivých klimatických změn na Zemi nutí člověka hledat a využívat jiné energetické zdroje. Jednou z možností jsou tzv. obnovitelné zdroje, které se stávají stále více populárními. Často jsme ovšem svědky jejich glorifikace, kdy jsou, zejména při argumentaci proti jaderným zdrojům, líčeny jako ideální a dokonalé řešení.

První série letošního Korespondenčního semináře z fyziky umožní v několika jednoduchších příkladech vám samotným odhadnout reálný potenciál obnovitelných zdrojů České republiky a porovnat jej se současnou energetickou spotřebou země.

Úloha č. 1 (7 bodů)

Voda

Zkuste odhadnout teoretický potenciál vodních toků (tedy střední výkon) získaný pomocí malých vodních elektráren. Odhad může být založen na výpočtu změny potenciální energie vody ve všech vodních tocích ČR. Předpokládejte, že úbytek vody odpařováním z vodních ploch je zanedbatelný, a tedy střední průtok všech vodních toků je roven součtu středních průtoků u ústí z našeho území: Labe $308 \text{ m}^3/\text{s}$, Morava $120 \text{ m}^3/\text{s}$, Odra $60 \text{ m}^3/\text{s}$. K výpočtu budete potřebovat některé další zeměpisné údaje, které se pokuste zjistit, nebo je alespoň odhadněte.

Roční energetický potenciál malých vodních elektráren na území ČR asi $1600 \text{ GWh}/\text{rok}$. Porovnejte toto číslo s vaším výsledkem a zdůvodněte případný nesoulad.

Úloha č. 2 (8 bodů)

Vítr

Výkon větrné elektrárny P s průměrem vrtule d při rychlosti větru v je dán vztahem

$$P = 0.4 \frac{\pi}{8} d^2 \rho v^3,$$

kde ρ je hustota vzduchu. Odvoďte tento vztah pomocí zákona zachování mechanické energie.

I když jste byli úspěšní, nepodařilo se vám nejspíš získat ve vztahu pro P číselný koeficient 0.4. Jaký je jeho význam?

Úloha č. 3 (5 bodů)

Biomasa

Na jednom hektaru smrkového lesa narostou za jeden rok asi 4 tuny těžitelné dřevní hmoty. Výhřevnost sušeného dřeva je asi 19 MJ/kg. Jaderná elektrárna Dukovany (EDU) vyrobila v roce 2001 13593 GWh elektrické energie. Předpokládejte, že by dřevo bylo spalováno v tepelných elektrárnách, které by vyráběly elektrickou energii s účinností 35%. Vypočítejte plochu lesa potřebnou k výrobě stejného množství energie jako v EDU.

V roce 1997 bylo v ČR spotřebováno asi 50000 GWh elektrické energie. Jak velkou plochu lesů bychom potřebovali při výrobě elektrické energie pouze spalováním dřeva?

Poznámky:

- V ČR je 27700 ha lesa.
- Smrkové dřevo není pro „pěstování energie“ nejvýhodnější. Některé dřeviny (topol, vrba) mohou dosáhnout téměř desetinásobného výnosu.
- V této úloze jsme se věnovali pouze elektrické energii. Ta však tvoří jen zlomek celkové spotřeby energie země (cca 15%). Většina spotřeby energie slouží k výrobě tepla a pro dopravu. Tato část je prakticky bezvýhradně zajištěna spalováním fosilních paliv – uhlí, ropy a zemního plynu.

Úloha č. 4 (5 bodů)

Slunce

Na plochu 1 m² zemského kotouče (kolmo na směr záření) dopadá 1326 W zářivého výkonu Slunce (tzv. solární konstanta). Porovnejte celkovou energii, kterou Země získá ze Slunce, s celosvětovou výrobou energie v roce 1995 (100 PWh za rok).

Na území ČR dopadá ročně asi 1000 kWh sluneční energie na 1 m². Jak velkou plochu by musela mít solární sluneční elektrárna, aby pokryla celou spotřebu elektrické energie ČR? Potřebné údaje naleznete v zadání předchozích úloh. Účinnost solárních článků je asi 15%.

Poznámky:

- Ze Slunce k nám přichází energie opravdu velmi mnoho, přeměnit ji na elektrickou energii však vůbec není jednoduché ani laciné. Paradoxně to není ani ideální řešení z hlediska ochrany přírody a rizika pro člověka. Výroba křemíku pro solární články je energeticky velmi náročná a jako každý chemický průmysl je možným zdrojem ohrožení přírody a člověka.
- Množství křemíku nutné pro výstavbu skutečné velké solární elektrárny je obrovské. Například jediná solární elektrárna srovnatelná s EDU by vyžadovala mnohaletou produkci všech světových výrobců křemíku.
- Velkým problémem solární a také větrné energetiky je nerovnoměrnost výkonu a z toho vyplývající nutnost „skladovat“ velké množství energie, pokud bychom chtěli, aby solární a větrná energetika dosáhla významného podílu v produkci energie.

Úloha č. 5 - prémiová

Ještě jednou vítr

Znalost výkonu větrné elektrárny za daných podmínek ještě sama o sobě nepostačuje k odhadu energie, kterou je elektrárna s to v určité lokalitě vyrobit. Jak již víme z Úlohy 2, výkon elektrárny závisí na rychlosti větru velmi strmě – se třetí mocninou – a rychlost větru je v přírodě velmi proměnná¹.

Kdyby výkon větrné elektrárny závisel na rychlosti větru lineárně (v první mocnině), pak bychom mohli počítat průměrný (střední) výkon větrné elektrárny $\langle P \rangle$ z průměrné (střední) rychlosti větru $\langle v \rangle$. Třetí mocnina rychlosti však tento postup neumožňuje. Sami se o tom můžete přesvědčit v následujících dvou úkolech.

- (a) Dokažte, že pro lineární závislost výkonu elektrárny na rychlosti větru by bylo možné určit střední hodnotu jejího výkonu přímo ze střední hodnoty rychlosti větru.
- (b) Dokažte, že pro kubickou závislost není postup z úkolu (a) možný (tedy střední hodnota mocniny nějaké funkce v ($\langle v^3 \rangle$) není rovna třetí mocnině střední hodnoty této funkce ($\langle v \rangle^3$). Ti z vás, kteří jsou matematicky zdatnější, se mohou pokusit o analytický důkaz. My se však spokojíme i s tím, když nám předvedete nějaký konkrétní výpočet s vámi zvolenými daty, který by nerovnost $\langle v \rangle^3 \neq \langle v^3 \rangle$ dokázal. K vyvrácení obecného tvrzení totiž stačí najít jediný konkrétní příklad, pro který toto tvrzení neplatí.

Abychom tedy spočítali střední výkon větrné elektrárny (a tím i energii, kterou elektrárna vyrobí za průměrný klimatický rok), nevystačíme se znalostí střední rychlosti větru. Musíme znát, jak často vane jak silný vítr, nebo jinými slovy, jaká je pravděpodobnost toho, že bude v daném okamžiku vát vítr určitou rychlostí. Vidíme, že pro tento výpočet potřebujeme velmi detailní informace o větru v dané oblasti. V technické praxi

¹Takové veličině, jejíž hodnota nepředpověditelně kolísá, říkáme náhodná veličina nebo také náhodná proměnná.

se často postupuje tak, že pro danou konkrétní situaci je známa funkce, která dobře vystihuje pravděpodobnosti různých hodnot náhodné proměnné. Takové funkci říkáme rozdělení náhodné proměnné (nebo jen rozdělení).

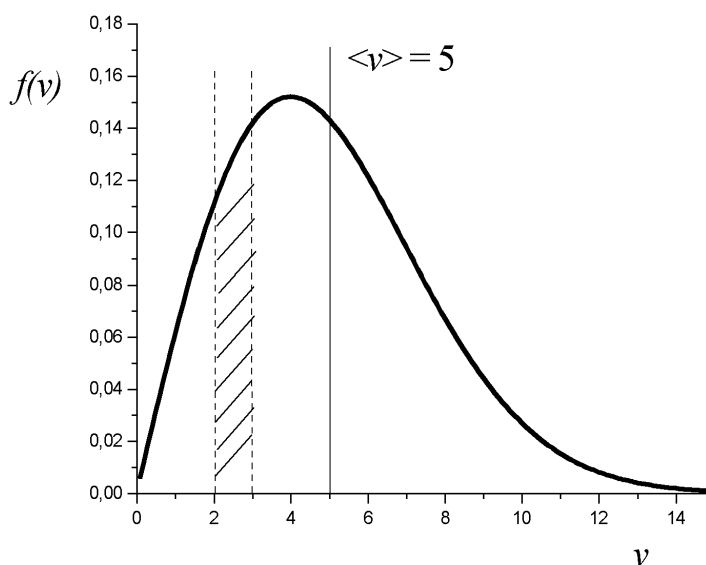
Pro popis kolísání rychlosti větru se používá tzv. Weibullovo rozdělení, které je dáno vztahem

$$f(v) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{v}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{v}{\eta}\right)^\beta},$$

kde v je náhodná proměnná (v našem případě rychlost větru), β je tzv. tvarový parametr a η souvisí se střední hodnotou náhodné proměnné. Nejčastěji se používá Weibullovo rozdělení s parametrem $\beta = 2$. V tomto případě se rozdělení nazývá Rayleighovo. Pak je vztah mezi parametrem η a střední hodnotou veličiny v dán relací

$$\eta \doteq \frac{\langle v \rangle}{0.886}.$$

Graf funkce $f(v)$ pro $\beta = 2$ a $\langle v \rangle = 5$ je na následujícím obrázku.



Vidíme, že křivka má maximum v blízkosti hodnoty $v = 4$. Tuto hodnotu nazýváme nejpravděpodobnější a v našem případě určuje, jaký vítr bude vát nejčastěji. Všimněme si, že střední hodnota $\langle v \rangle$ není rovna nejpravděpodobnější hodnotě, což je způsobeno asymetrií rozdělení (zleva je rozdělení omezeno počátkem – záporné velikosti rychlosti větru nemají smysl, ale na pravé straně je matematicky vzato rozdělení neomezeno – i velmi prudké vichřice se mohou objevit, i když jen s velmi malou pravděpodobností).

Řekli jsme si, že rozdělení náhodné proměnné popisuje pravděpodobnost realizace jisté hodnoty této veličiny. Ve skutečnosti má smysl počítat pouze pravděpodobnost z jistého intervalu (v_1, v_2) , kterou pomocí rozdělení určíme jako

$$P_{(v_1, v_2)} = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$$

a je tedy rovna ploše pod křivkou $f(v)$ omezenou hodnotami v_1 a v_2 . Šrafovaná plocha na obrázku je rovna pravděpodobnosti, že bude vát vítr s rychlostí mezi 2 a 3 m/s. Uvědomte si, že celková plocha pod křivkou je rovna jedné, tj.

$$P_{(0,\infty)} = \int_0^{\infty} f(v)dv = 1.$$

- (c) Vypočítejte energii, kterou za rok vyrobí větrná elektrárna s průměrem rotoru 50 metrů v lokalitě se střední rychlostí větru 5 m/s za předpokladu Rayleighova rozdělení rychlosti větru. Porovnejte tuto hodnotu s energií, kterou by stejná elektrárna vyrobila za stejné období, kdyby trvale foukal vítr konstantní rychlostí 5 m/s.

Poznámky:

- Výpočet lze provést analyticky s pomocí tabulky určitých integrálů. Studenti zběhlí v programování mohou výpočet provést numericky s tím, že součástí odevzdaného řešení bude komentovaný výpis použitého programu.
- Ve skutečnosti je situace ještě složitější, protože koeficient 0.4 uvedený v Úloze 2 není konstantní, ale také závisí na rychlosti větru – většinou je menší než 0.4. Navíc při rychlostech větru pod cca 3 m/s elektrárna nepracuje vůbec a při silném větru je nutné ji z bezpečnostních důvodů odstavit. Číslo, které spočítáte v úkolu (c), bude tedy větší, než skutečně vyrobená energie (asi o 20 – 30%).
- Větrnou mapu ČR můžete najít například na <http://energ.cz/hlavni.html>, kde najdete i jiné informace o větrných elektrárnách a obnovitelných zdrojích energie.