

Úloha č. 2

Fyzikální praktikum pro SŠ

Měření silového impulsu lihové rakety pomocí balistického kyvadla

Pro některé aplikace je zapotřebí raketových motorků s velmi krátkou dobou chodu. Příkladem je zábavní pyrotechnika a různé hračky, ale najdeme je i ve speciálních technických průmyslových a vojenských aplikacích, například pro odvržení různých krycích štítů atd. Hmotnost palivové směsi těchto motorů je vůči hmotnosti objektu, který urychlují, relativně malá.

Příkladem takového motorku je hračka vyrobená z menší PET láhve cca ½ l s otvorem v uzávěru o průměru 5 mm, který slouží jako tryska. Palivem jsou nasycené páry alkoholu. Po zážehu hořlavé směsi expandují horké spaliny tryskou a vytváří tah. Doba hoření je velmi krátká, kolem desetiny sekundy.

Je-li objem PET lahve – rakety – ½ litru, pak s hustotou plynné náplně nasycených par alkoholu přibližně 2 g/litr je hmotnost vyvržené hmoty něco kolem 1 g. Hmotnost celé PET láhve je g.

Určení impulsu síly

K určení impulsu síly raketového motorku z PET láhve použijeme balistické kyvadlo. Předpokládejme, že raketový motor vyvozuje po dobu Δt tah o velikosti F a že se pohybuje přímočaře.

Z druhého Newtonova pohybového zákona

$$F = ma$$

plyne:

$$F\Delta t = ma\Delta t = mv_2 - mv_1,$$

kde součin $F\Delta t$ nazýváme impulsem síly. Uvážíme-li, že mv je hybnost částice, dostáváme výsledek: Změna hybnosti částice je dána impulsem síly.

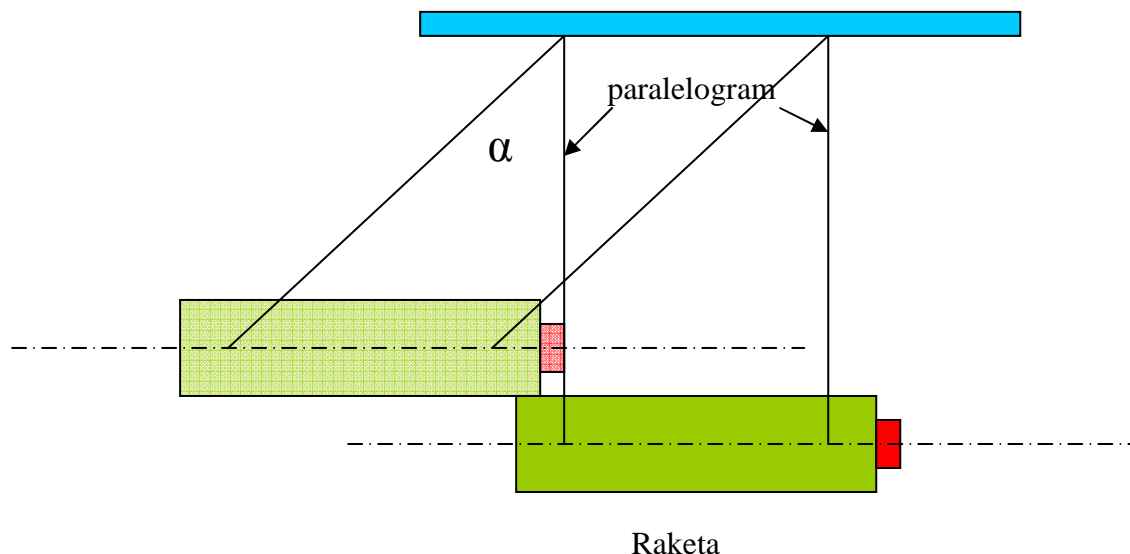
$$F\Delta t = p_2 - p_1$$

Tento výsledek lze zobecnit i pro pohyb částice v třech dimensích pod vlivem nekonstantní síly.

Integrací druhého Newtonova pohybového zákona $\vec{F} = m\vec{a}$ podle času $\int_1^2 \vec{F} dt = \int_1^2 m\vec{a} dt$ pro

změnu hybnosti částice plyne:

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_1^2 \vec{F} dt$$



PET lihová raketa je zavěšena na paralelogramu.

Raketa je vybavena elektrickým zapalovacím systémem, který dovoluje zážeh motoru bez přímého mechanického dotyku rukou. Hmotnost PET láhve, zapalovacího systému a rámu je m . Hmotnost vyvržené hmoty je něco kolem 1 gramu a lze je vzhledem k hmotnosti soustavy zanedbat.

Je-li kyvadlo v klidu v rovnovážné poloze a je-li doba tahu natolik krátká, že výchylka kyvadla za dobu tahu způsobí jen zanedbatelnou složku tíhové síly působící proti pohybu, pak je hybnost kyvadla po dohoření motorku rovna jeho impulsu síly. S tím souvisí kinetická energie

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\text{impuls síly}^2}{2m}$$

Ze zákona zachování mechanické energie $E_{kin} + E_{pot} = konst$

$$mgh_{\text{výchylka}} = \frac{\text{impuls síly}^2}{2m}$$

Změřením úhlu amplitudy výchylky α lze ze známé délky závěsu l určit převýšení polohy v amplitudě oproti rovnovážné poloze. Jsou-li splněny podmínky pro aplikaci zákona zachování mechanické energie, pak impuls síly PET motorku je dán vztahem

$$\text{impuls síly} = m\sqrt{2gh_{\text{výchylka}}} = m\sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$$

Postup práce

Zvážíme PET láhev na předvážkách, vložíme do rámu a seřídíme paralelogram.

Naplníme PET láhev cca 2 ccm absolutního alkoholu (pozor na různé tzv. lihové směsi s vysokým obsahem různých uhlovodíků, které mohou vykazovat velmi odlišné rychlosti hoření).

Uzavřeme, dokonale protřepeme a zbytek alkoholu z láhve vytřepáme.

Vložíme do rámu a přiblížením permanentního magnetu ke spínači zažehneme směs. Je-li výchylka příliš velká, dovážíme rám přídatnými závažíčky. Pumpou vyfoukáme PET láhev a postup několikrát opakujeme. Odečteme úhel výchylky.

Změříme několikrát délku závěsu.

Do výrazu pro impuls síly dosadíme průměrnou hodnotu výchylky α , průměrnou hodnotu délky závěsu, a za hmotnost součet hmotnosti PET láhve, rámu a dovažovacích závažíček.

Aplikace měření.

Ze znalosti impulsu síly lze přibližně určit horní mez dostupu PET rakety.

Při výpočtu neuvažujeme aerodynamický odpor, konečnou dobu hoření motoru a změnu hmotnosti rakety.

Ze zákona zachování mechanické energie plyne, že pro volnou fázi letu rakety je součet kinetické a potenciální energie rakety konstantní, tedy:

$$1/2m_r v^2 + m_r gh = konst$$

Kde m_r je hmotnost rakety. Vyjádříme-li kinetickou energii pomocí hybnosti, pak

$$\frac{p^2}{2m} + m_r gh = konst$$

Vztahujeme-li dostup k úrovni, kdy přestal motor pracovat

$$\frac{p_s^2}{2m_r} = m_r gh_{dostup},$$

kde p_s je hybnost v okamžiku dohoření lihových par.

Hybnost p_s je rovna impulsu síly raketového motorku minus impuls tíhové síly za dobu hoření motoru což je $m_r g \Delta t$.

$$p_s = F \Delta t - g m_r \Delta t$$

Za předpokladu, že zrychlení rakety je mnohem větší, než tíhové zrychlení, je vzhledem k zanedbání aerodynamického odporu oprávněné zanedbat také impuls tíhové síly. Zanedbáme-li navíc dráhu rakety za dobu chodu motoru, máme

$$h_{dostup} \approx \frac{\text{impuls síly}^2}{2g m_r^2}$$

Dráha, kterou urazí raketa za dobu chodu motoru není příliš velká, takže uvedený výraz lze brát jako teoretický odhad výšky výstupu rakety.

Úkol:

Spočítejte z naměřených hodnot impulsu síly a hmotnosti PET lahve odhad jejího teoretického dostupu.