

# Fyzikální vlastnosti materiálů

FX001

1. Vazba v pevné látce, elastické a tepelné vlastnosti materiálů
2. Elektrické vlastnosti materiálů
3. Optické vlastnosti materiálů
4. Magnetické vlastnosti materiálů
5. Supravodiče a grafen

# Fyzikální vlastnosti materiálů

## 2. Elektrické vlastnosti materiálů

- a) Elektrická vodivost kovů – Drudeho model, Fermiho plyn, hustota stavů, Fermiho energie a rychlost, vodivost elementárních kovů, teplotní závislost, příměsi, slitiny, speciální slitiny, vysokoodporové vodiče
- b) Elektrická vodivost polovodičů – Šířka pásu zakázaných energií, efektivní hmotnost, pohyblivost, statistika nositelů náboje, doping
- c) PN přechod – statistika nositelů náboje v PN přechodu, oblast prostorového náboje, ideální voltampérová charakteristika diody, kapacita PN přechodu, MOSFET.
- d) Amorfnní polovodiče, polymery – hustota stavů, lokalizace, přeskokový mechanismus, organické polovodiče.
- e) Izolátory – vodivost, teplotní závislost
- f) Polarizovatelnost – statická permitivita, lokální pole, polarizovatelnost, susceptibilita, kovalentně a iontově vázané materiály, trvalé dipóly
- g) Feroelektrika, piezoelektrika

# Kovy

	$n$ ( $10^{22}\text{cm}^{-3}$ )	$E_F$ (eV)	$v_F$ ( $10^6 \text{ms}^{-1}$ )
Ag	5.85	5.48	1.39
Cu	8.45	7.00	1.57
Au	5.90	5.51	1.39
Al	18.06	11.63	2.02
Be	24.20	14.14	2.23
Ca	4.60	4.68	1.28
Mg	8.60	7.13	1.58
Pb	13.20	9.37	1.82
Na	2.65	3.24	1.07

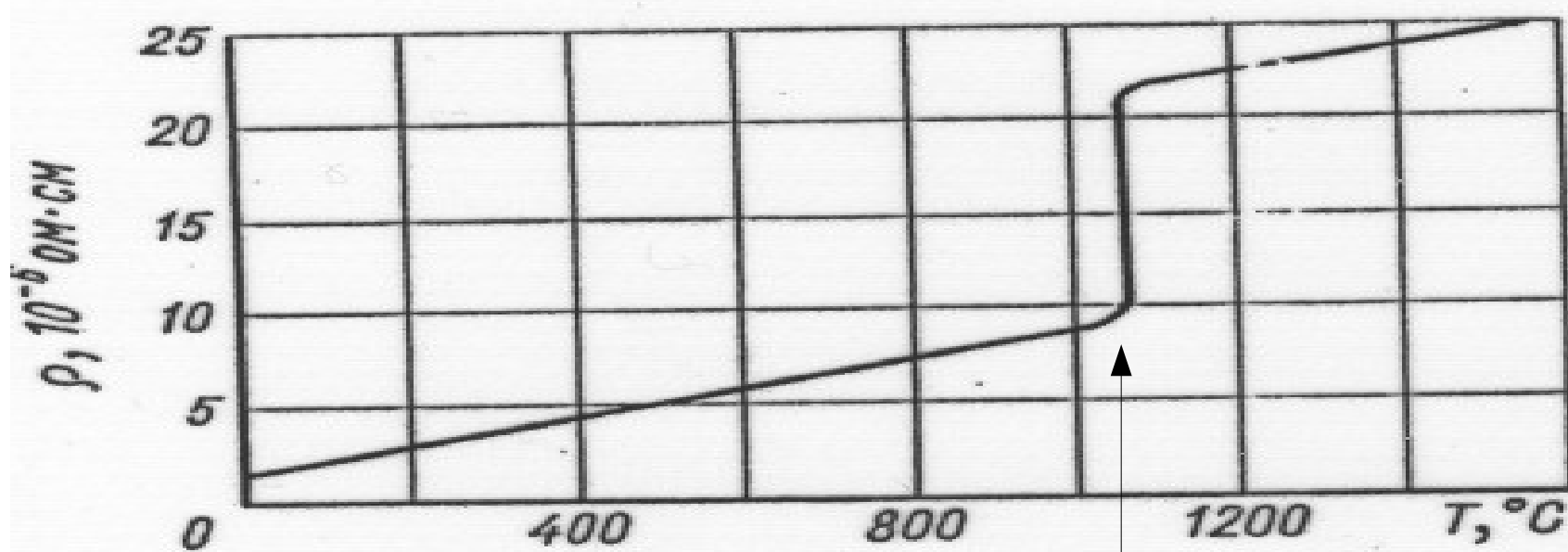
# Kovy – měrný elektrický odpor, pokojová teplota

	$\rho$ ( $10^{-6}\Omega\text{cm}$ )
Ag	1.61
Cu	1.673
Au	2.20
Al	2.74
Be	3.25
Ca	3.6
Mg	4.3
Pb	21.0

# Měď – teplotní závislost měrného elektrického odporu

T (°C)	$\rho$ ( $10^{-6}\Omega\text{cm}$ )
-259	0.014
-207	0.163
-150	0.567
-100	0.904
0	1.55
200	2.96
1000	9.42
Kap. 1500	24.6

# Závislost měrného odporu na teplotě



měď

Рис. 19.18. Зависимость удельного сопротивления меди от температуры [7].

tání

# Elektrický odpor tavenin a pevné fáze

	T (K)	$\rho_L/\rho_S$
Cu	1357	2.1
Ag	1234	1.9
Pb	601	1.98
Sn	505	2.11
Ga	303	0.47
Bi	544	0.47

# Závislost měrného odporu na teplotě

Paladium a nikl – nemagnetický a magnetický kov

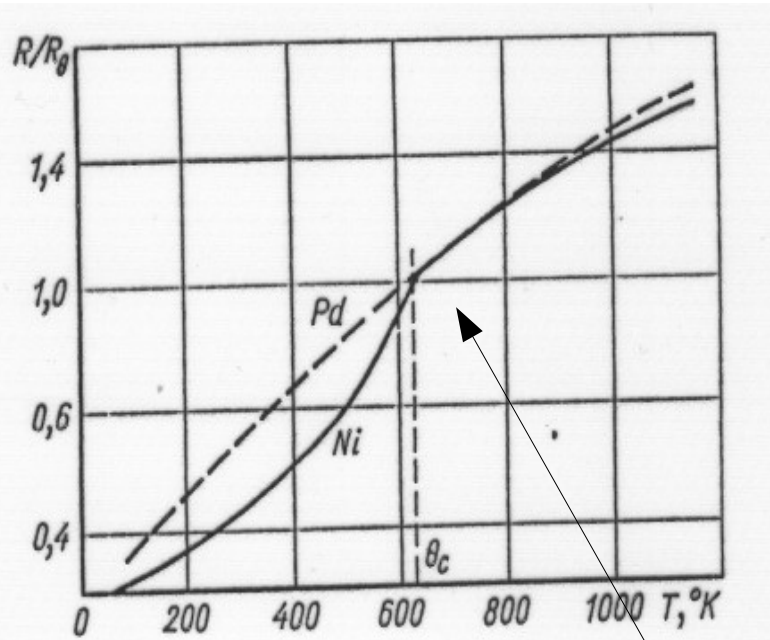


Рис. 19.13. Зависимость относительного сопротивления никеля и палладия от температуры. Сопротивление нормировано на точку Кюри для никеля (631 °K) [4].

feromagnetický  
přechod

Nikl – měrný odpor a jeho  
teplotní derivace

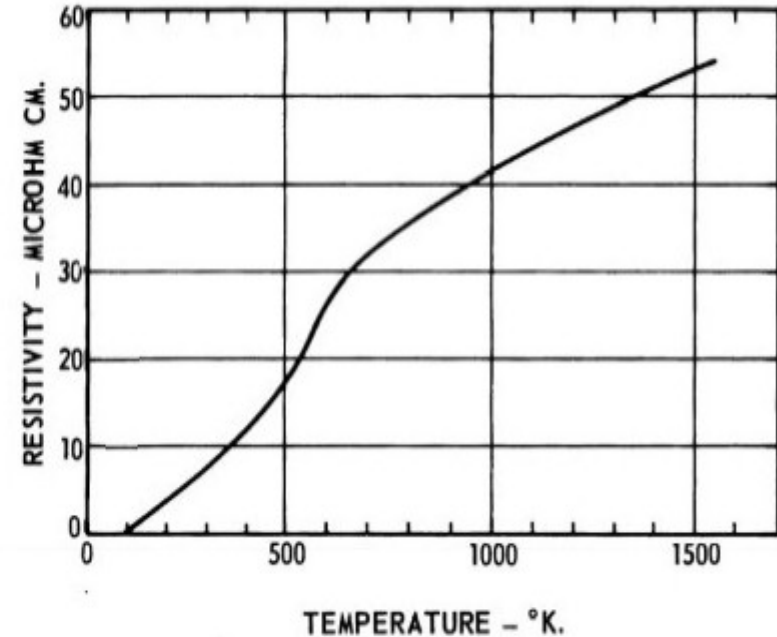


FIGURE 16. Electrical resistivity of nickel [146].

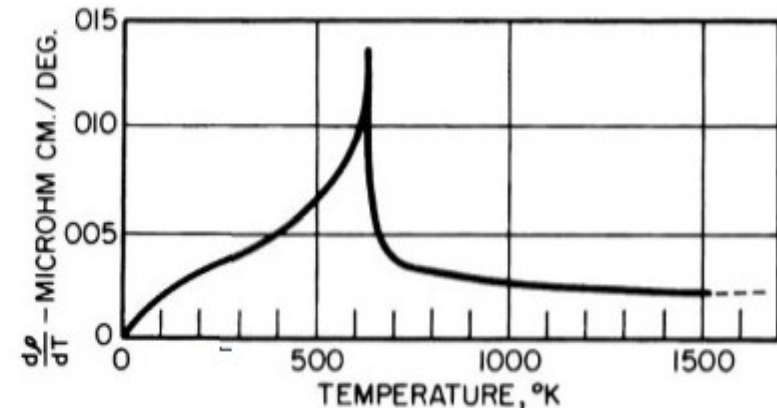
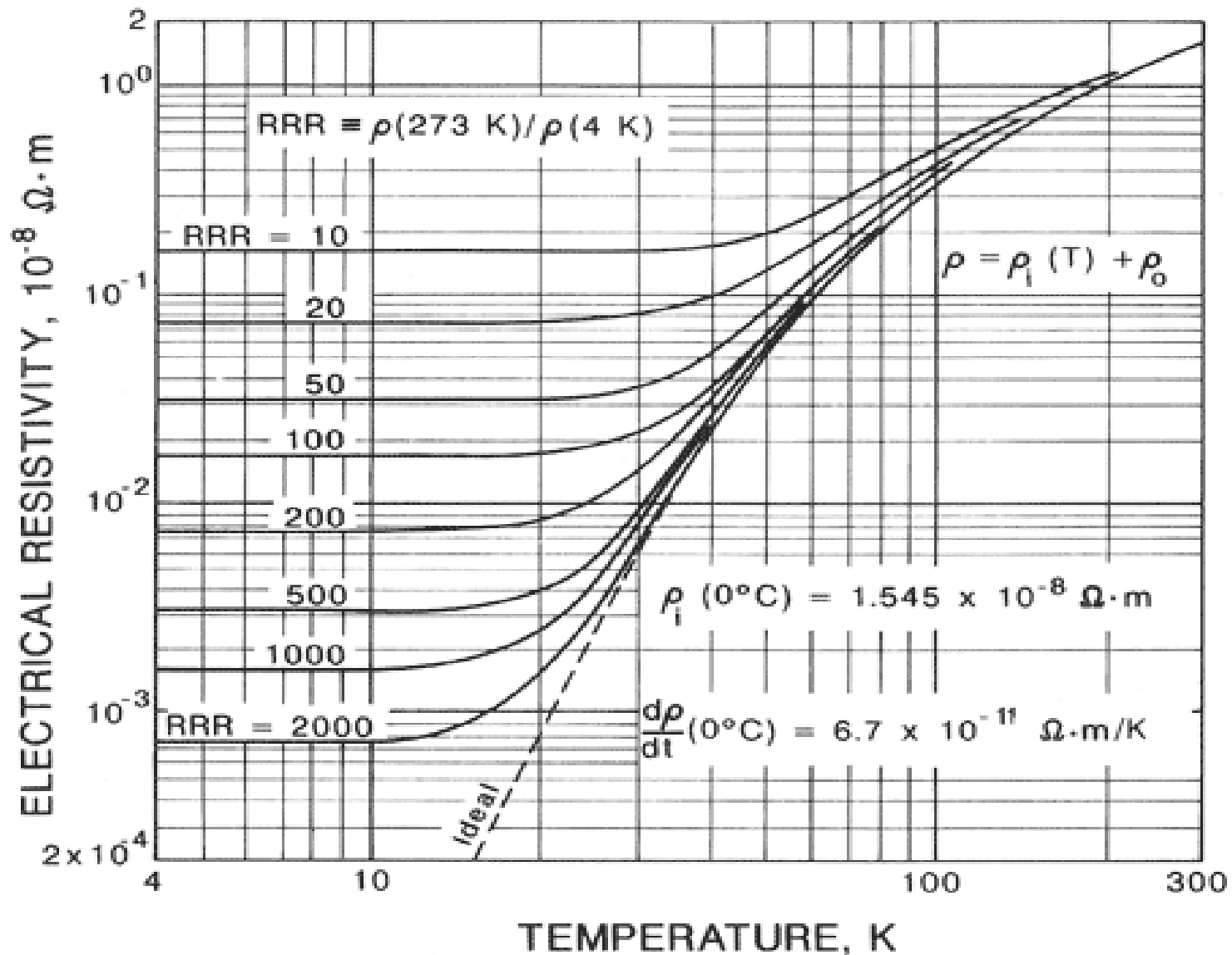


FIGURE 17. Change in electrical resistivity of nickel as a function of tempera-

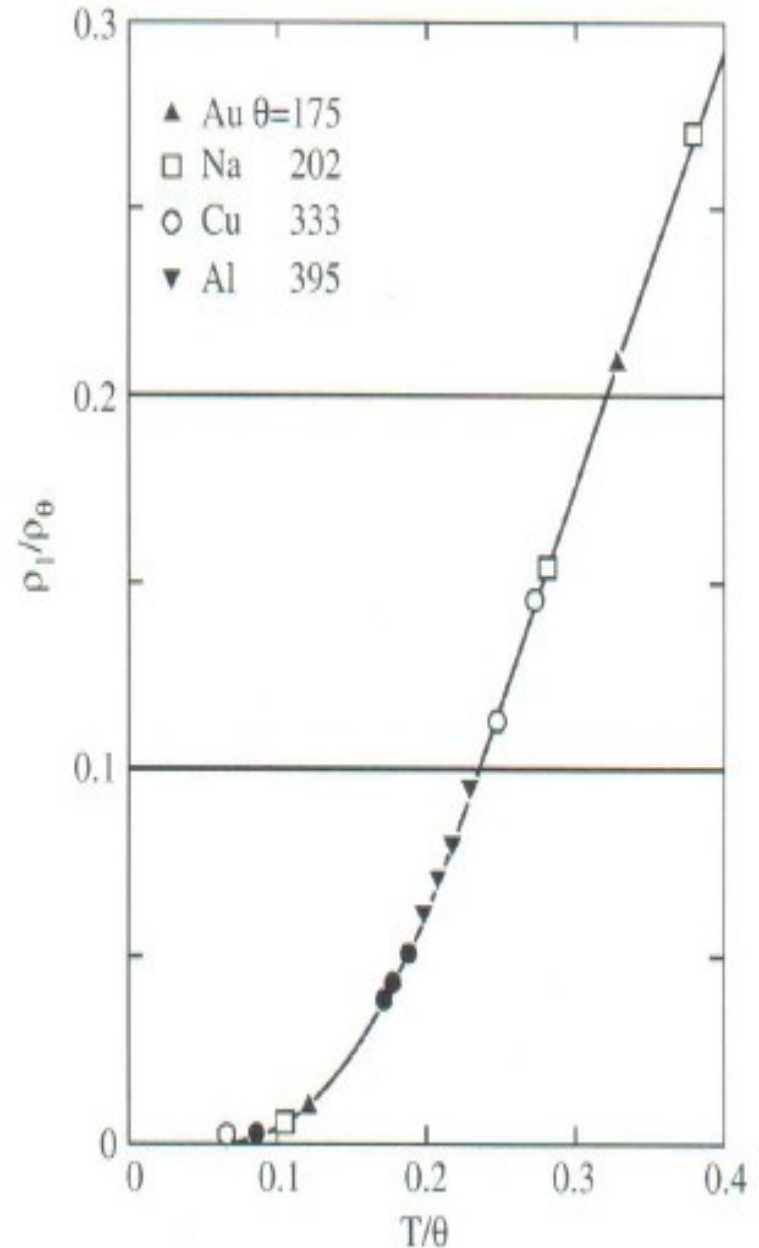


# Závislost měrného odporu na teplotě

Měď s různou koncentrací příměsí



# Závislost měrného odporu na teplotě



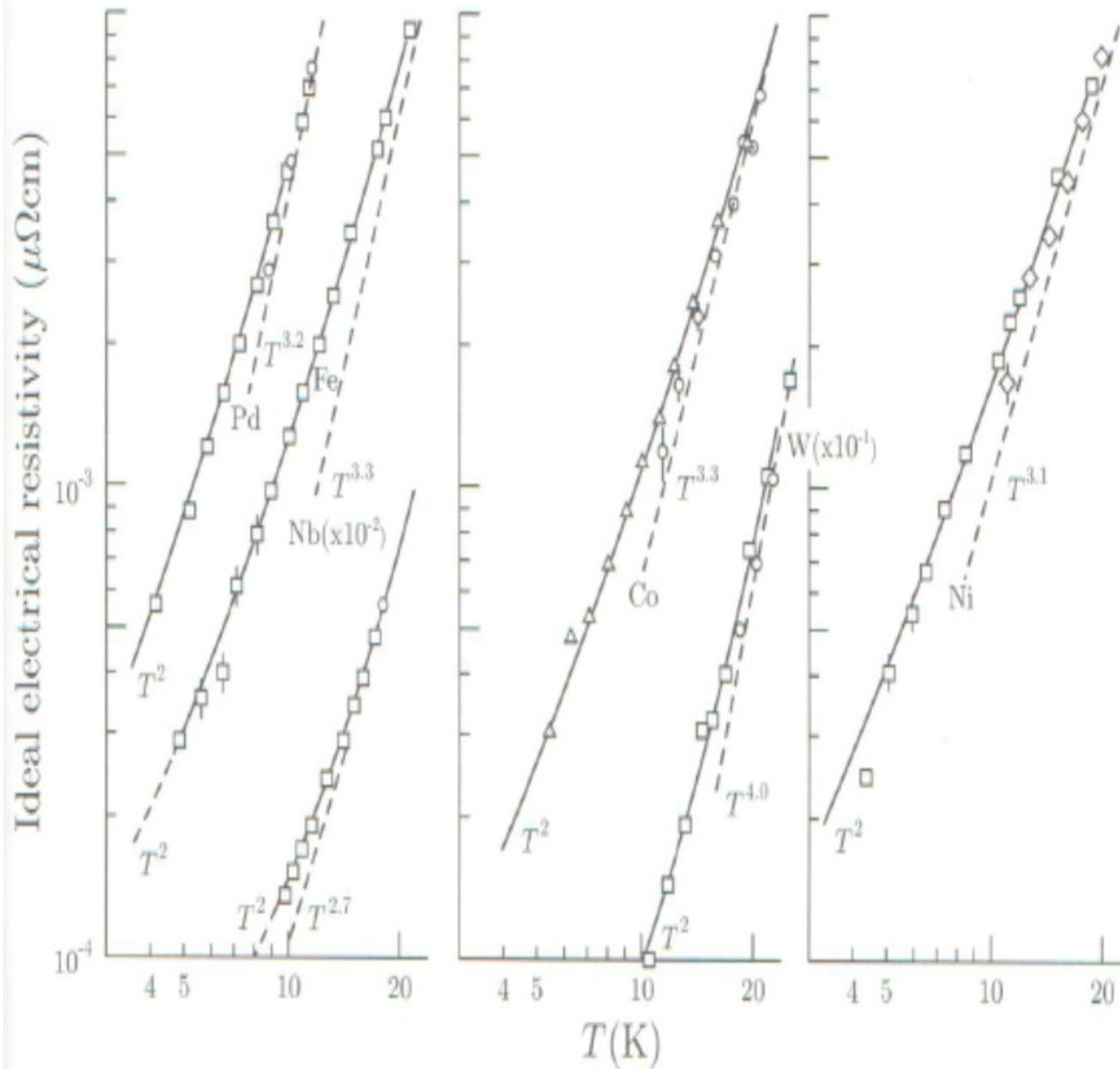
**Fig. 9.5** Normalised electrical resistivity data for several metals with reasonably simple Fermi surfaces plotted as a function of the normalised temperature  $T/\theta_R$ .  $\theta_R$  is shown in Kelvin for each metal at the top of the figure. Data taken from figures in *Low temperature solid state physics*, by H.M. Rosenberg (OUP, 1963).

# Závislost měrného odporu na teplotě

Table 9.1 Summary of the temperature dependences of scattering times and electrical and thermal conductivities.

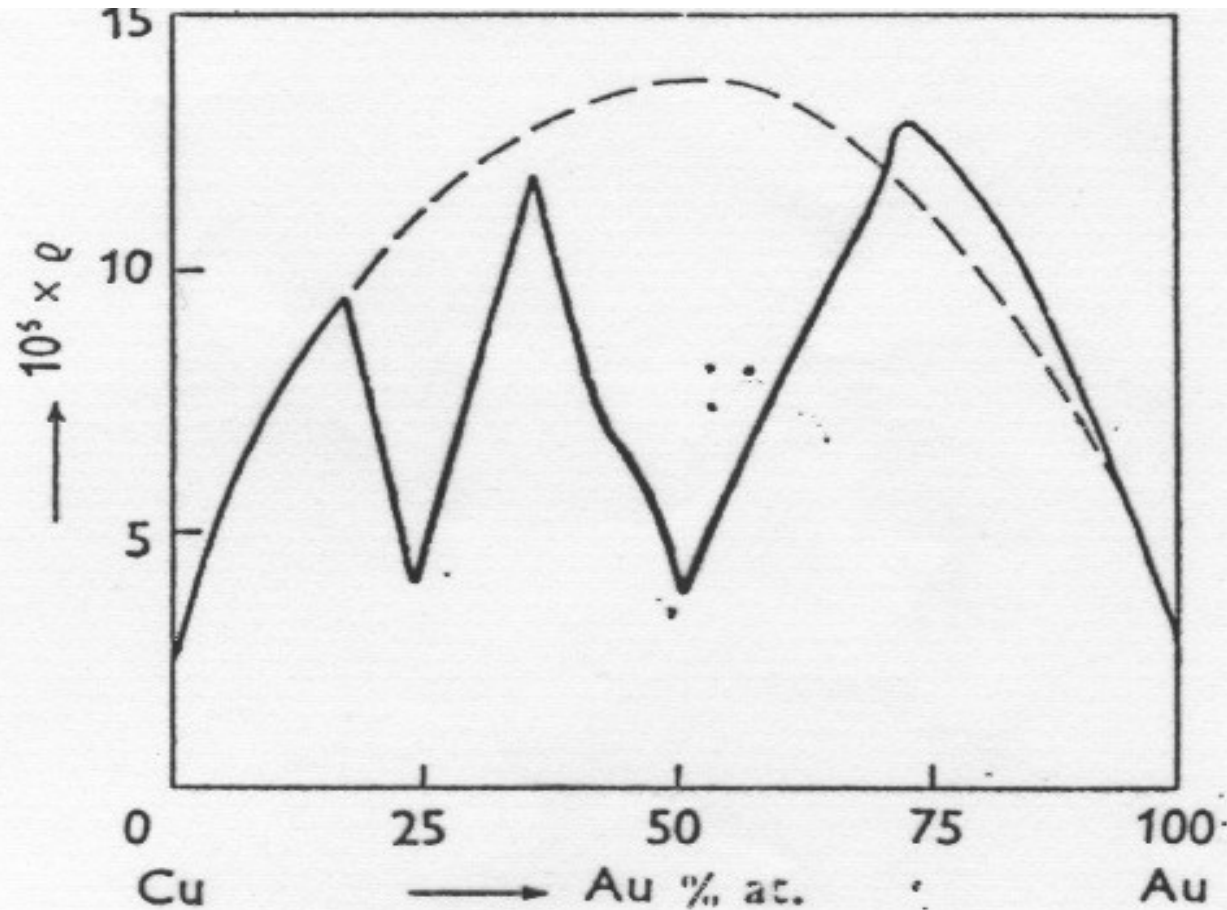
Temperature (scatterer)	Scattering times	$\kappa$ $\sigma$	Lorenz number
Very low (impurities)	$\tau_\kappa \approx \tau_\sigma$ $\sim \text{const}$	$\kappa \propto T,$ $\sigma \sim \text{const}$	$L_0$
$T \sim \theta_D/10$ (phonons)	$\tau_\kappa \propto T^{-3},$ $\tau_\sigma \propto T^{-5} \rightarrow e^{-\theta_F/T}$	$\kappa \propto T^{-2},$ $\sigma \propto T^{-5} \rightarrow e^{-\theta_F/T}$	$< L_0$
$T > \sim \theta_D$ (phonons)	$\tau_\kappa \approx \tau_\sigma$ $\propto T^{-1}$	$\kappa = \text{const},$ $\sigma \propto T^{-1}$	$L_0$

# Závislost měrného odporu na teplotě elektron-elektronový rozptyl



**Fig. 9.7** Resistivities of transition metals, showing the approach to  $T^2$  at low temperatures. Data taken from figures in *Low temperature solid state physics*, by H.M. Rosenberg (OUP, 1963).

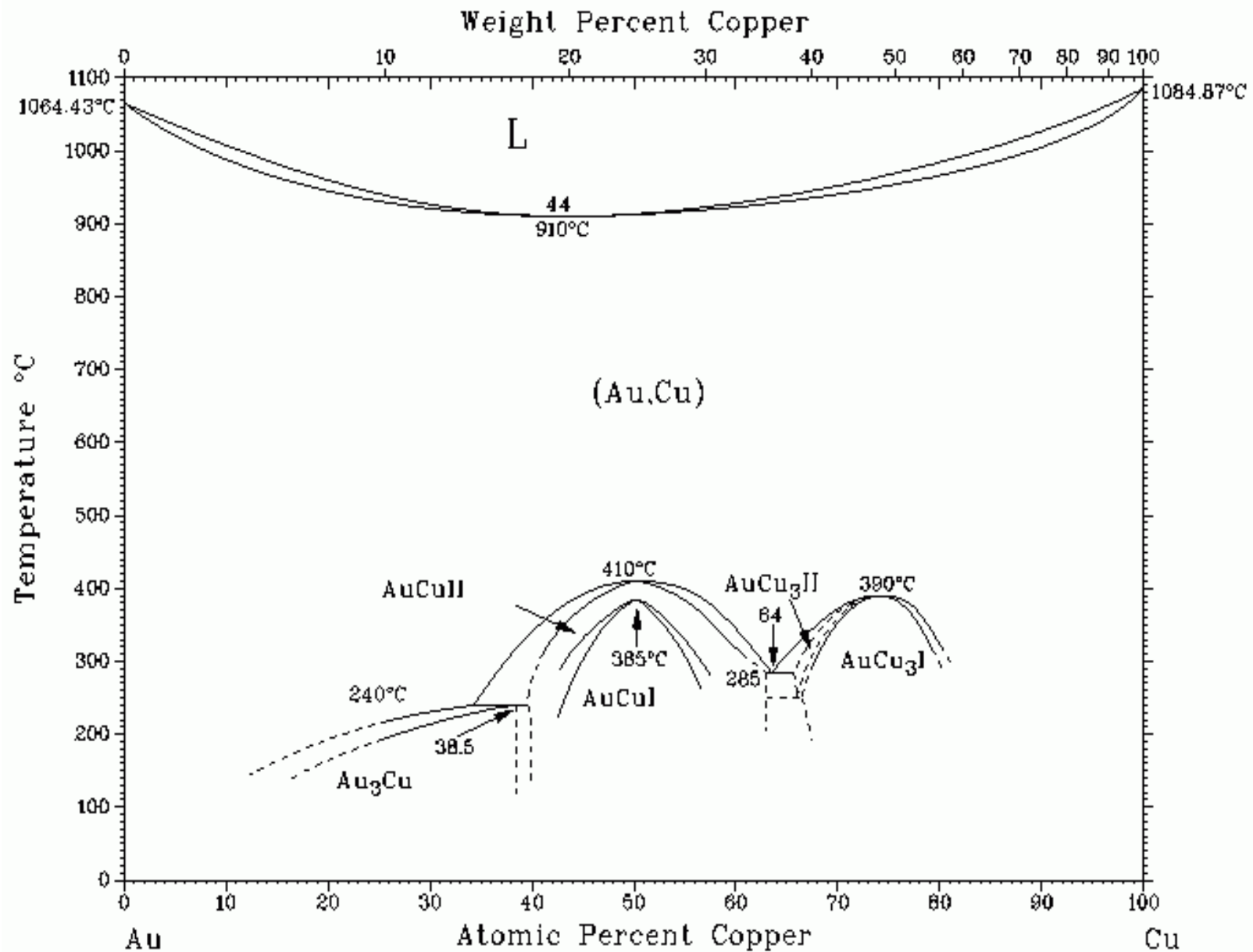
# Měrný odpor uspořádané a neuspořádané slitiny Cu-Au



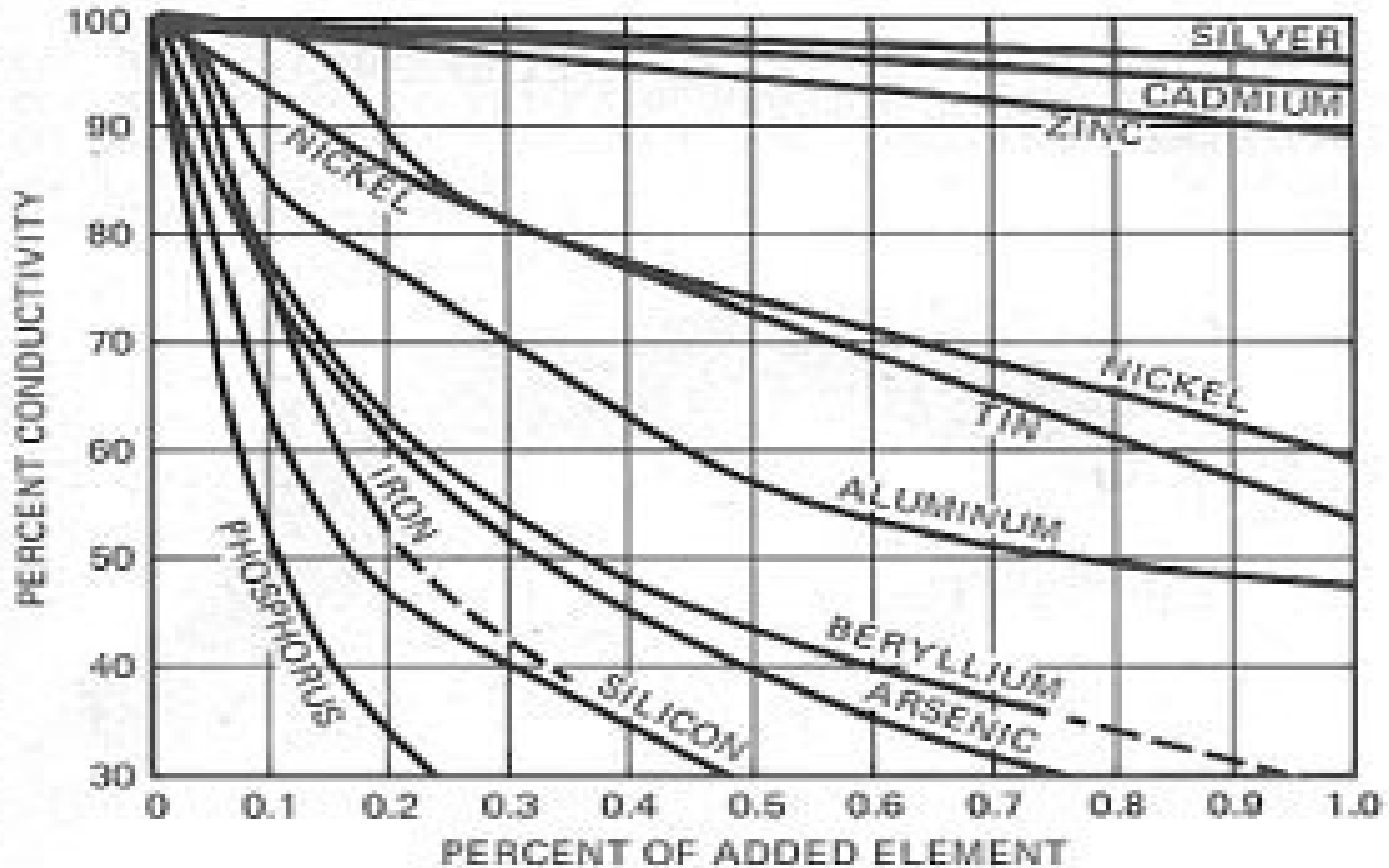
Obr. 11.5. Plně vytažená křivka znázorňuje měrný odpor  $\rho$  [ $\Omega$  cm] slitiny měď-zlato, žíhané při 200°C (uspořádaný stav). Čárkovaná křivka se vztahuje na slitiny prudce ochlazené z teploty 650°C (neuspořádaný stav).

(C. S. Barrett, cit. 10.)

# Měrný odpor uspořádané a neuspořádané slitiny Cu-Au



# Závislost měrného vodivosti mědi na koncentraci příměsí



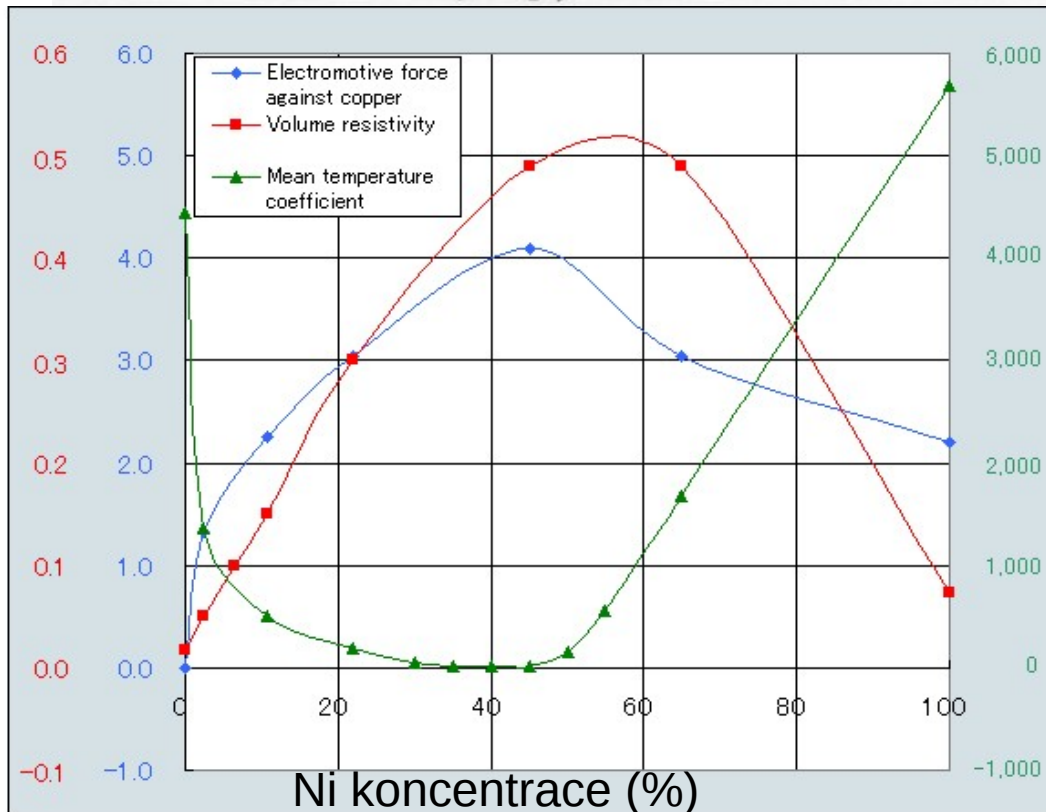


# Teplotní závislost měrného odporu slitin



## Manganin

Cu	86 %
Mn	12 %
Ni	2 %



## Konstantan Měď + nikel

Cu	55 %
Ni	44 %
Mn	1 %

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta \Delta T) \quad (15)$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{1 + \beta \Delta T}{1 + \alpha \Delta T} - 1 \quad (16)$$



## Teplotní závislost měrného odporu slitin

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{wt} \quad (3)$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta \Delta T) \quad (15)$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{1 + \beta \Delta T}{1 + \alpha \Delta T} - 1 \quad (16)$$

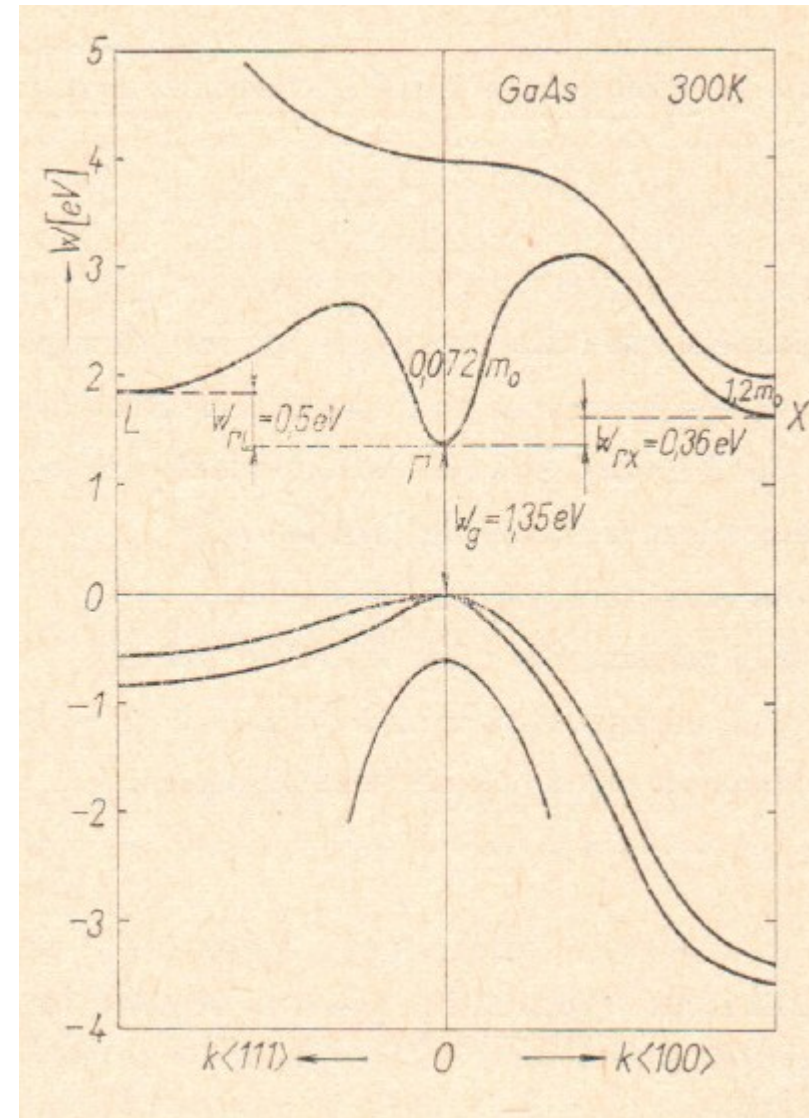
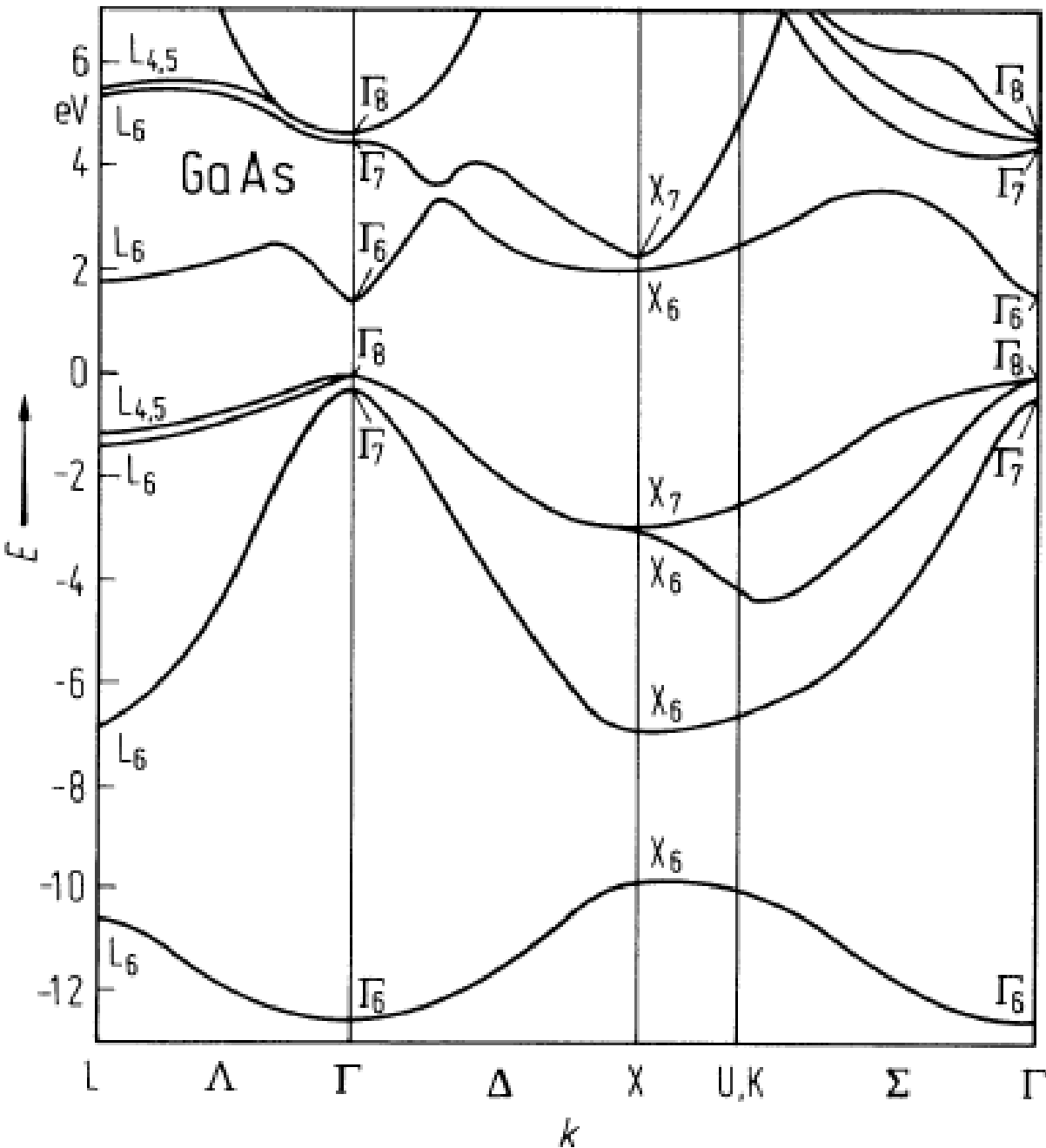
$\Delta T = 50^\circ\text{C}$

Materiál	$\beta$ ( $\text{K}^{-1}$ )	$\alpha$ ( $\text{K}^{-1}$ )	$\Delta R/R_0$
Měď	$3.9 \times 10^{-3}$	$1.65 \times 10^{-5}$	19.4%
Manganin	$2.0 \times 10^{-4}$	$1.90 \times 10^{-5}$	-0.08%
Konstantan	$8.0 \times 10^{-6}$	$1.49 \times 10^{-5}$	-0.03%
Wolfram	$4.5 \times 10^{-3}$	$4.50 \times 10^{-6}$	22.5%
Hliník	$3.9 \times 10^{-3}$	$2.31 \times 10^{-5}$	19.4%

# Polovodiče - gap

	$E_G$ (eV)
Si - nepřímý	1.14
Ge - nepřímý	0.67
a-Sn	0
GaAs	1.43
GaSb	0.78
InSb	0.18
CdS	2.42
CdSe	1.74
CdTe	1.45

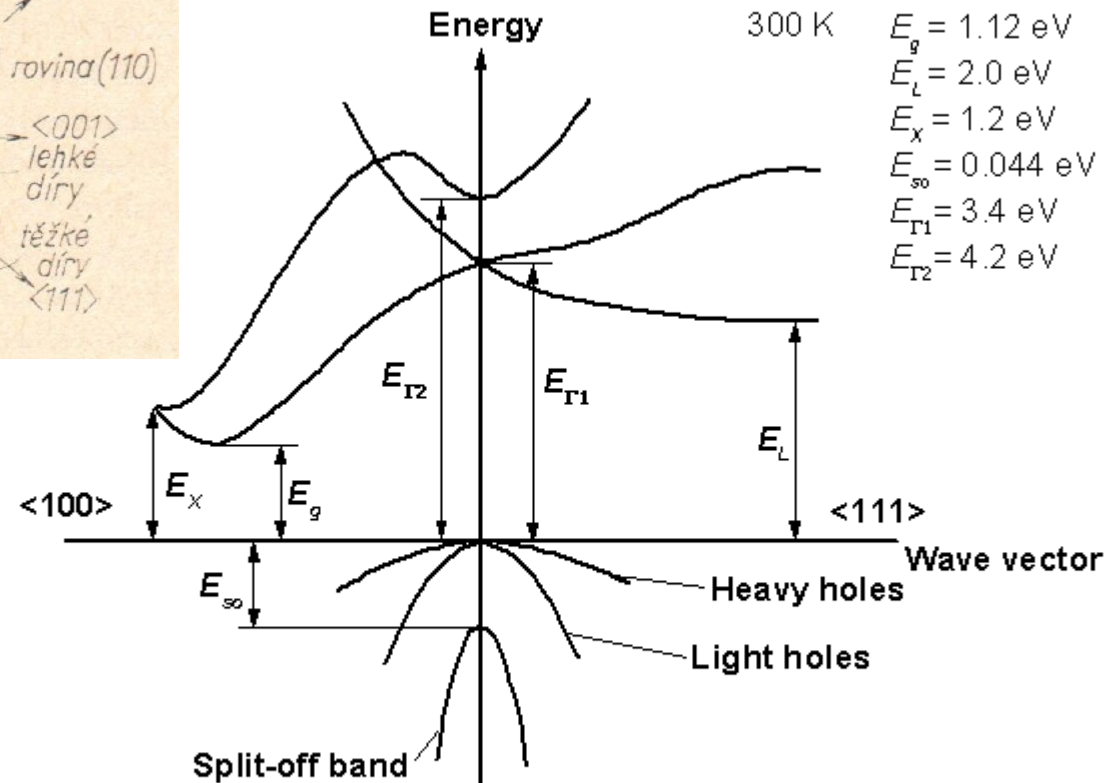
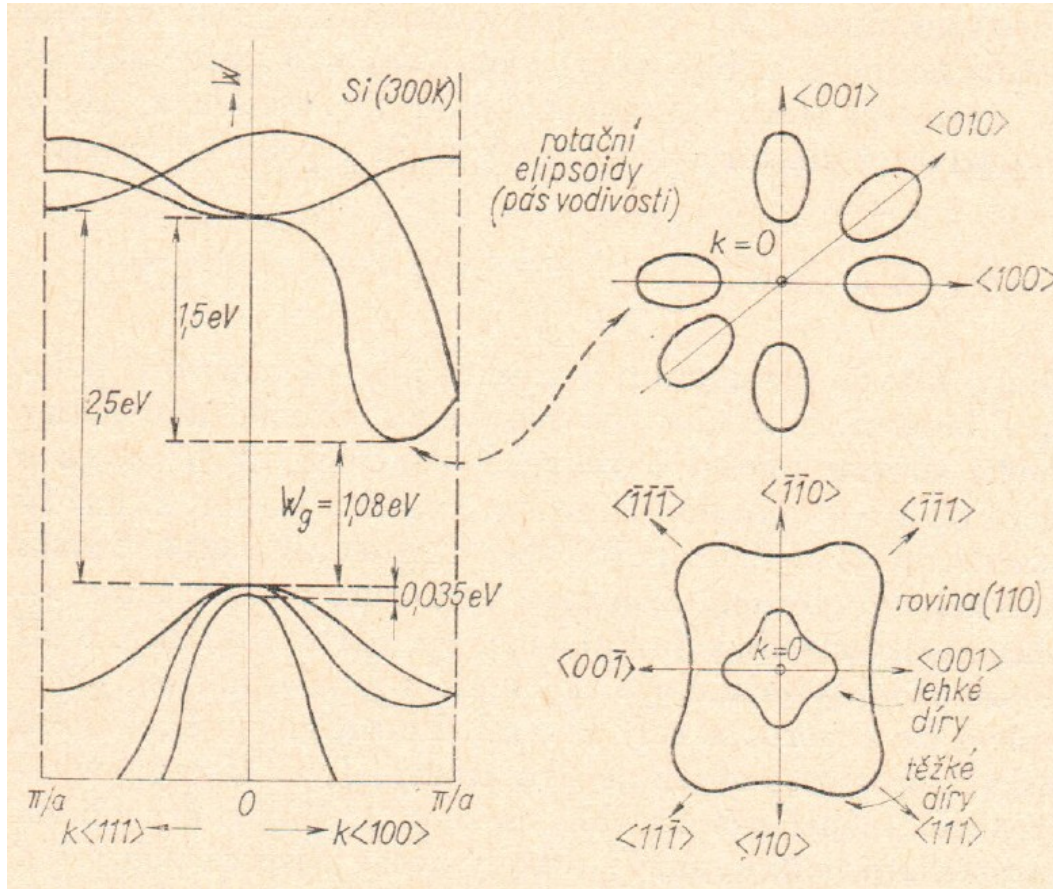
# GaAs, pásová struktura



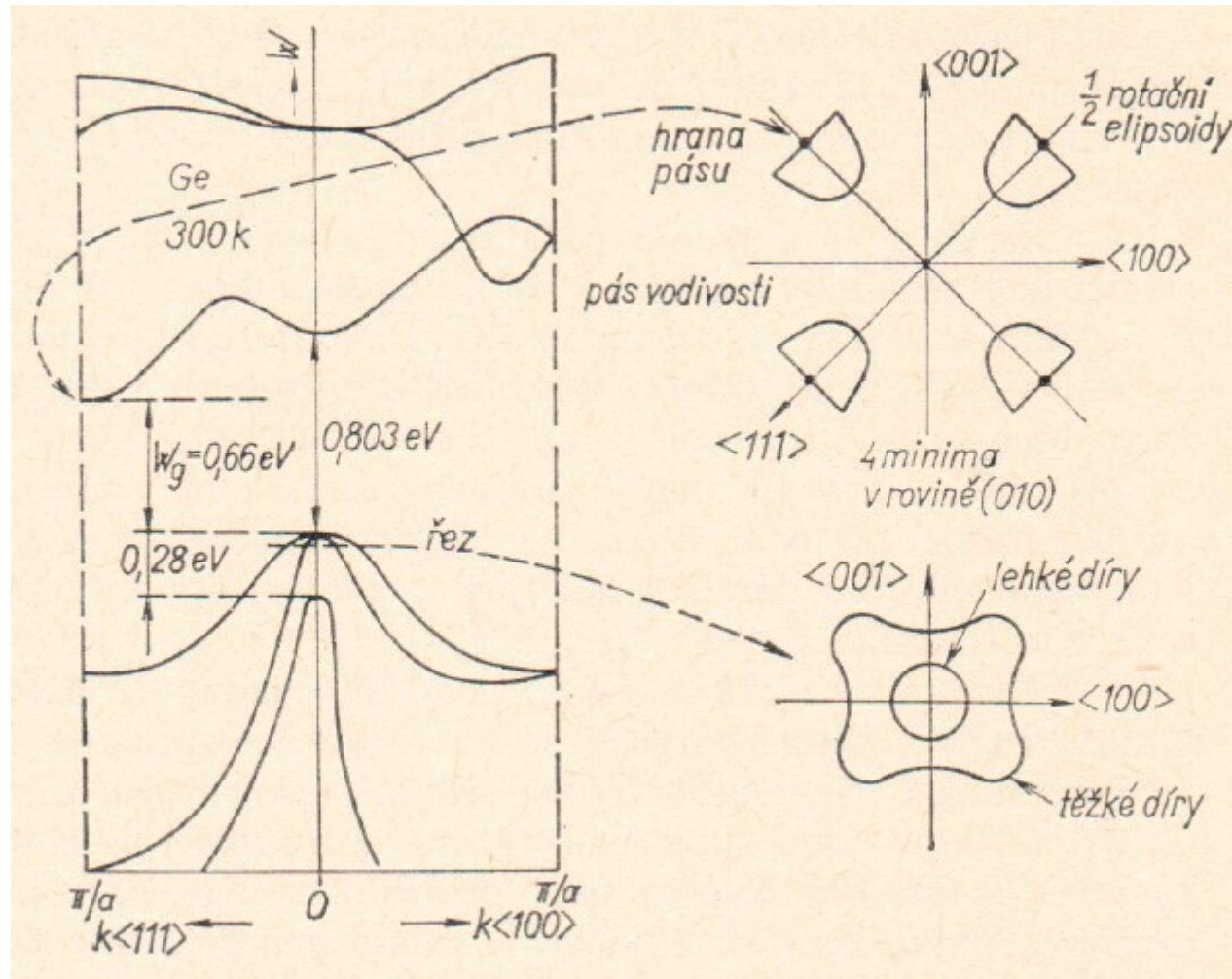
Madelung, Semiconductors data handbook, Springer

Frank, Šnejdar: Principy a vlastnosti polovodičových součástek, Praha 1976.

# Si, pásová struktura



# Ge, pásová struktura



# Koncentrace nositelů náboje v nedopovaném polovodiči

$$n = N_C \exp \left[ -\frac{E_C - E_F}{kT} \right]$$

$$N_C = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$p = N_V \exp \left[ -\frac{E_F - E_V}{kT} \right]$$

$$N_V = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Rovnovážná koncentrace elektronů a děr pro nedegenerovaný pás s jedním minimem vodivostního a maximem valenčního pásu

$E_i$  rovnovážná poloha Fermiho meze pro intrinsický polovodič.

$$np = n_i^2 = N_C N_V \exp \left[ -\frac{E_C - E_V}{kT} \right] = N_C N_V \exp \left[ -\frac{E_g}{kT} \right]$$

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \log \left( \frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

$$n_i = N_C \exp \left[ -\frac{E_C - E_i}{kT} \right] = N_V \exp \left[ -\frac{E_i - E_V}{kT} \right]$$

Všechny tyto vztahy platí pokud je Fermiho mez uvnitř zakázaného pásu (slabé dopování řádově pod  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ )



# Koncentrace nositelů náboje v dopovaném polovodiči

Koncentrace donorů  $N_d$ , donorová hladina s polohou  $E_d$

Koncentrace donorů je součtem ionizovaných a neionizovaných donorů

$$N_d = N_d^+ + N_d^0$$

Pravděpodobnost obsazení donorové hladiny elektronem - faktor 2 souvisí s faktem, že jen jeden elektron může obsadit jeden donor, vodivostní pás je spinově degenerovaný

$$f(E_d) = \frac{1}{1 + 1/2 \exp [(E_d - E_F)/kT]} = \frac{N_d^0}{N_d}$$

$$N_d^+ = N_d \frac{1}{1 + 2 \exp [(E_F - E_d)/kT]}$$

$$N_a^- = N_a \frac{1}{1 + 2 \exp [(E_a - E_F)/kT]}$$

Z podmínky nábojové neutrality:  $n + N_a^- = p + N_d^+$

Za vysokých teplot jsou obvykle ionizovány všechny donory:

$$(n + p)^2 = (n - p)^2 + 4np = (N_d - N_a)^2 + 4n_i^2$$

$$n = \frac{1}{2} \left[ N_d - N_a + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2} \right]$$

$$p = \frac{1}{2} \left[ N_a - N_d + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2} \right]$$

# Závislost polohy Fermiho meze na dopování

pro n-tyt se zanedbáním koncentrace akceptorů  
za vysokých teplot jsou ionizovány všechny donory

$$n \approx N_d$$

$$p = \frac{n_i^2}{N_d}$$

V p-tytu

$$p \approx N_a$$
$$n = \frac{n_i^2}{N_a}$$

Poloha Fermiho meze se liší od intrinsické o potenciál  $e\Phi$ :

$$n = N_C \exp \left[ -\frac{E_C - E_F}{kT} \right] = n_i \exp \left[ \frac{E_F - E_i}{kT} \right]$$

$$e\Phi = E_F - E_i$$

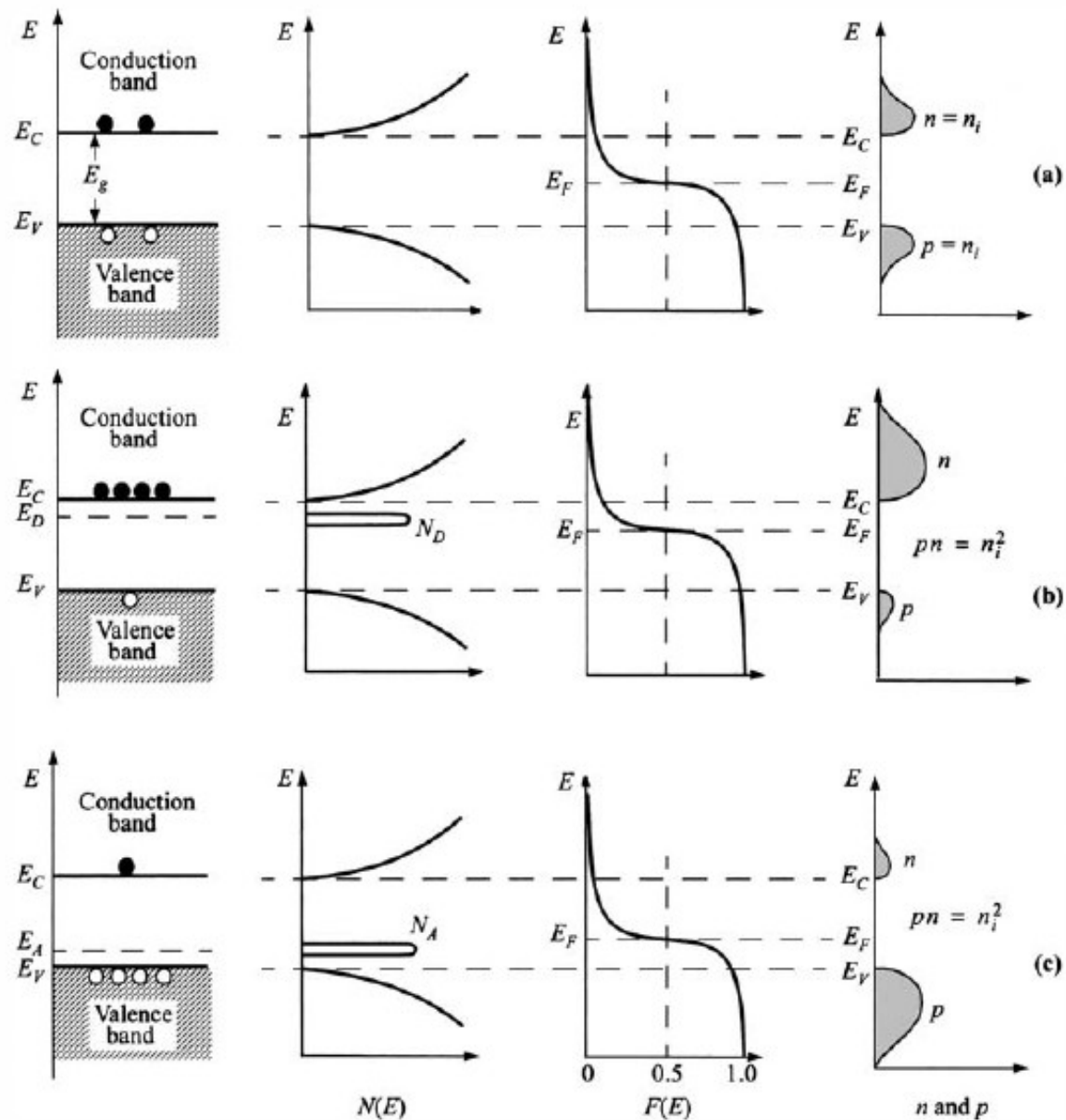
$$n = n_i \exp \left[ \frac{e\Phi}{kT} \right]$$

$$p = n_i \exp \left[ -\frac{e\Phi}{kT} \right]$$

$$\Phi = -\frac{kT}{e} \log \left( \frac{p}{n_i} \right) = \frac{kT}{e} \log \left( \frac{n}{n_i} \right)$$

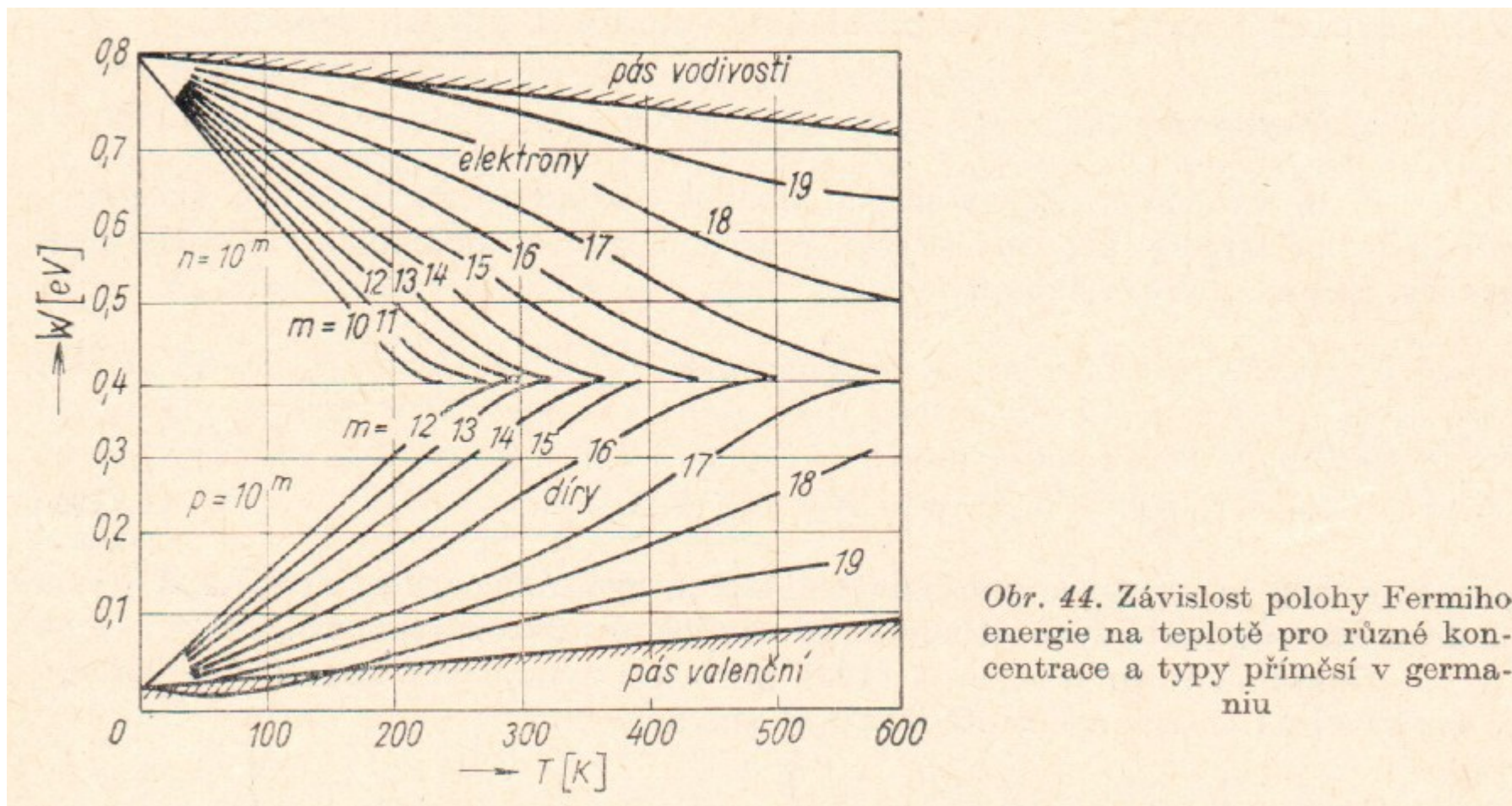


# Závislost koncentrace nositelů náboje na dopování



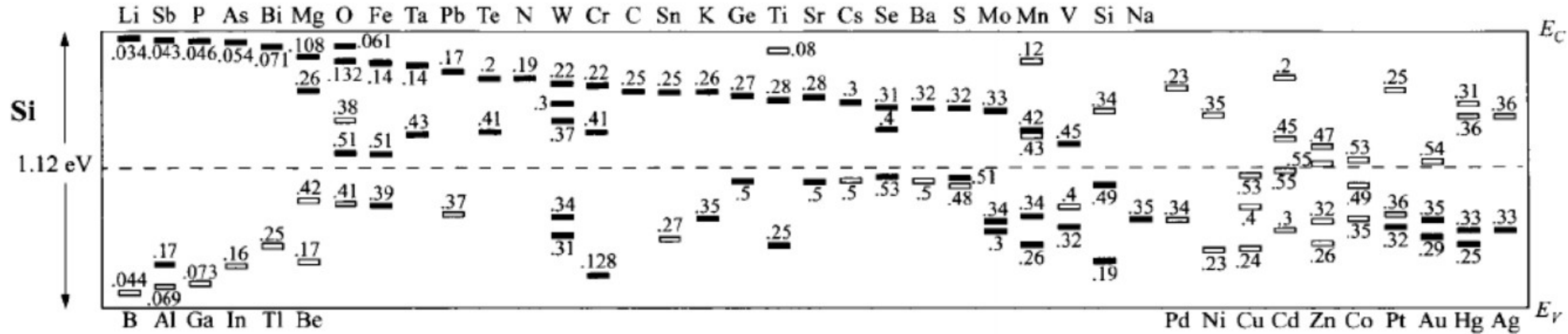
**Fig. 11** Schematic band diagram, density of states, Fermi-Dirac distribution, and carrier concentrations for (a) intrinsic, (b)  $n$ -type, and (c)  $p$ -type semiconductors at thermal equilibrium. Note that  $pn = n_i^2$  for all three cases.

# Poloha Fermiho meze

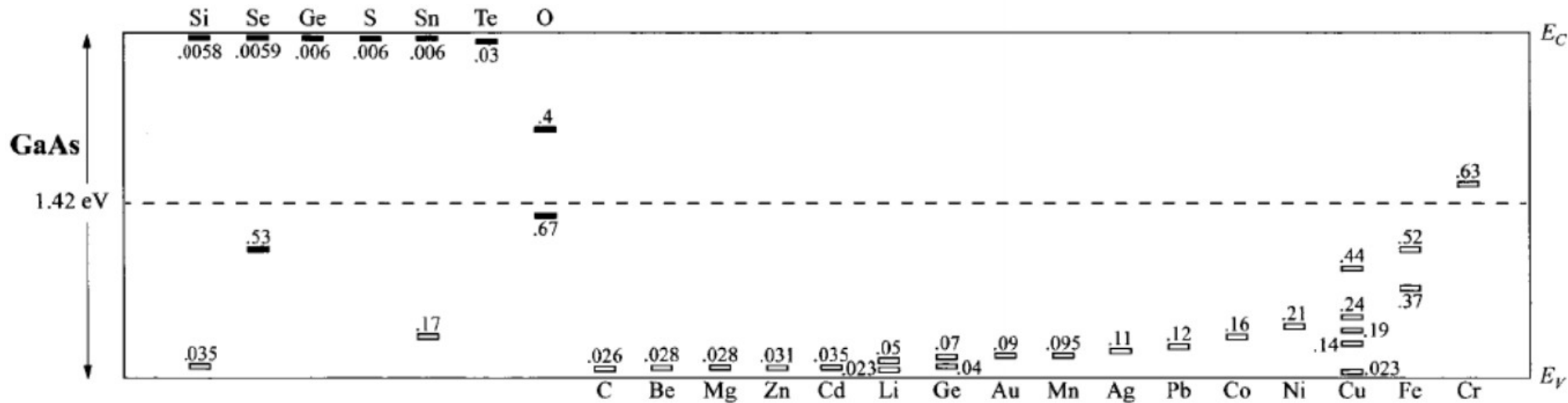


Obr. 44. Závislost polohy Fermiho energie na teplotě pro různé koncentrace a typy příměsí v germaniu

# Polovodiče – ionizační energie příměsí

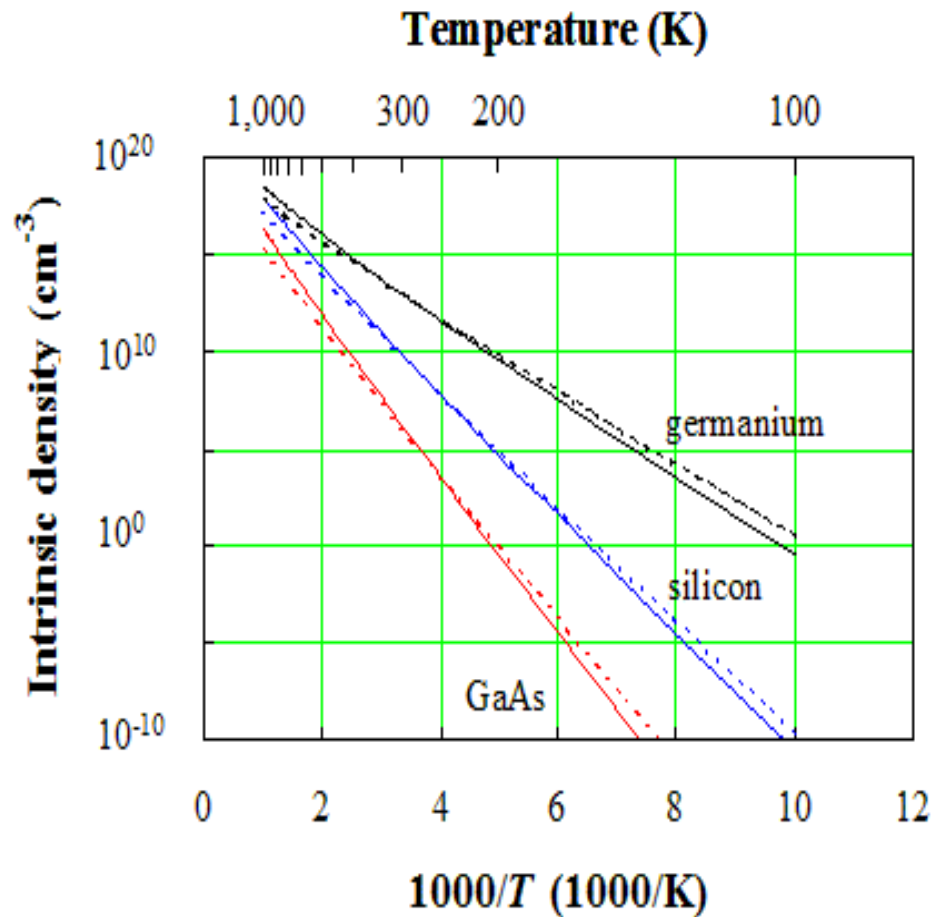


(a)



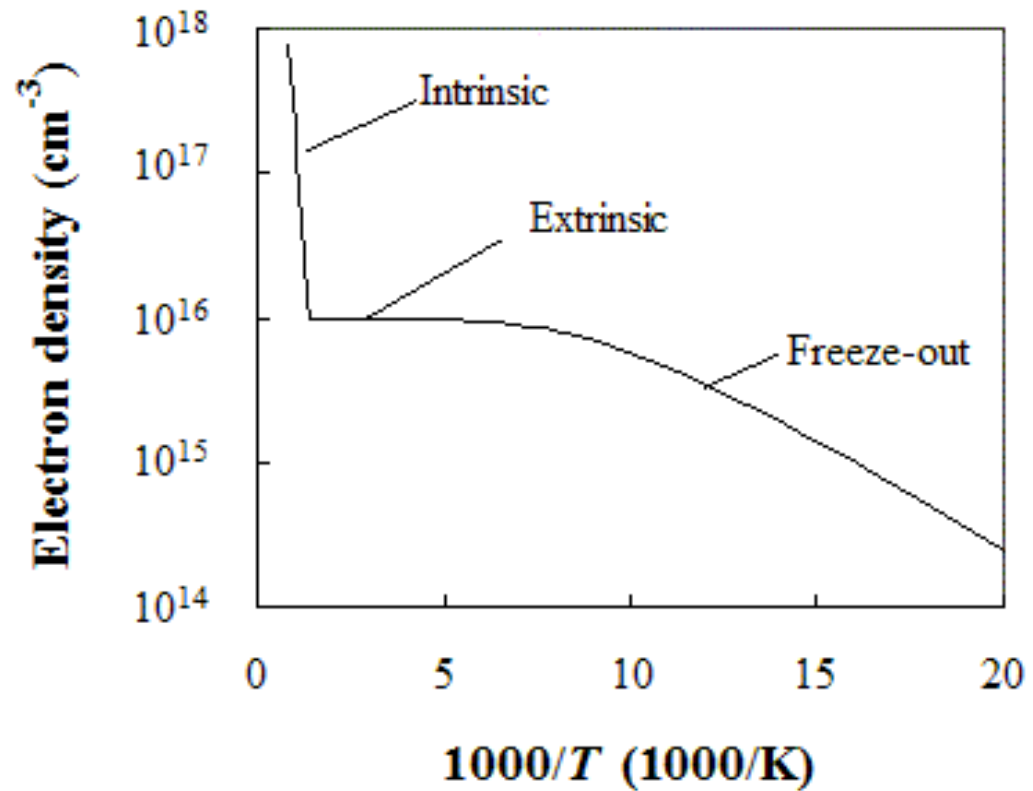
# Závislost koncentrace nositelů náboje na teplotě

Intrinsická



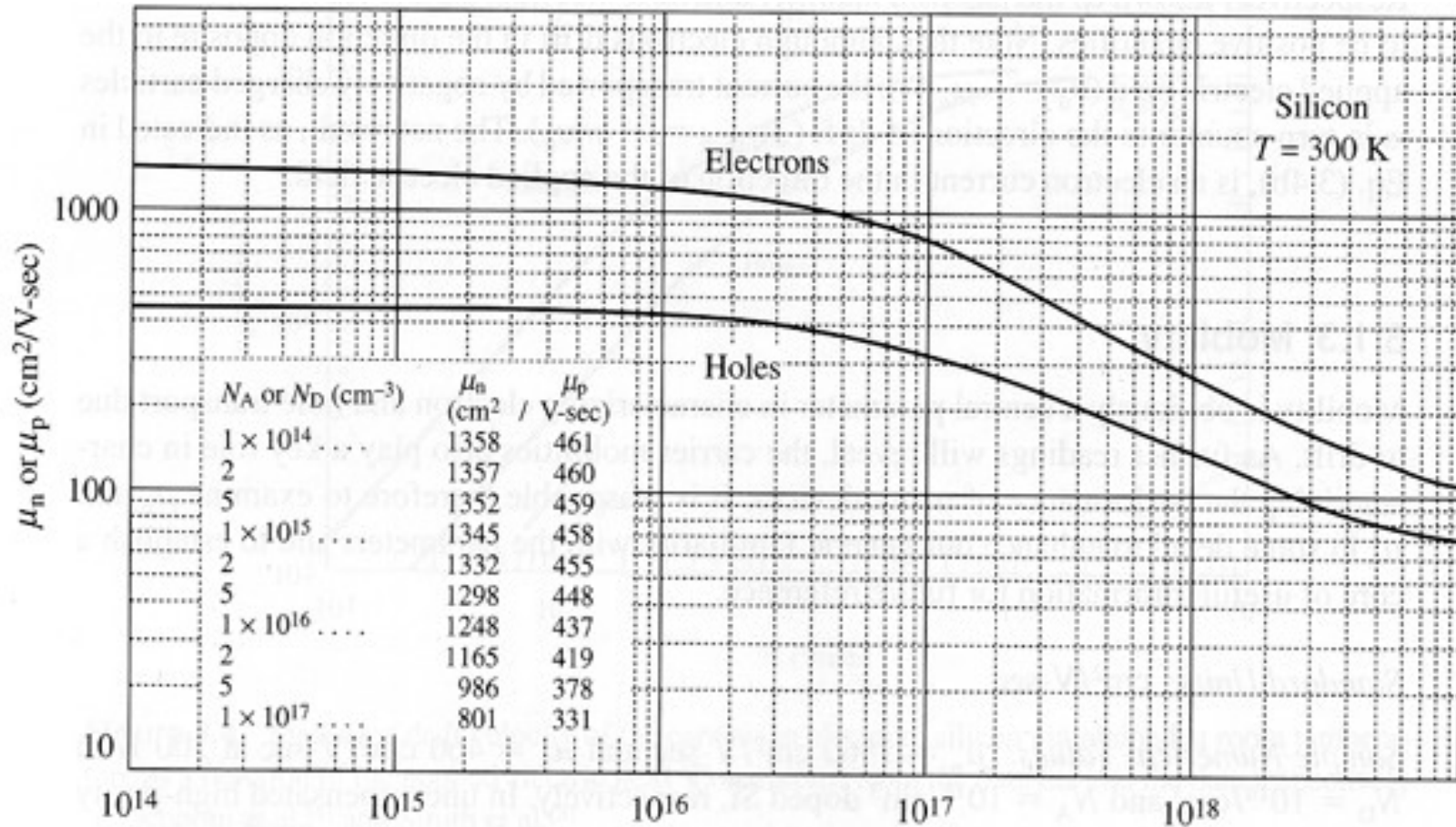
© Bart Van Zeghbroeck 2007

Celková

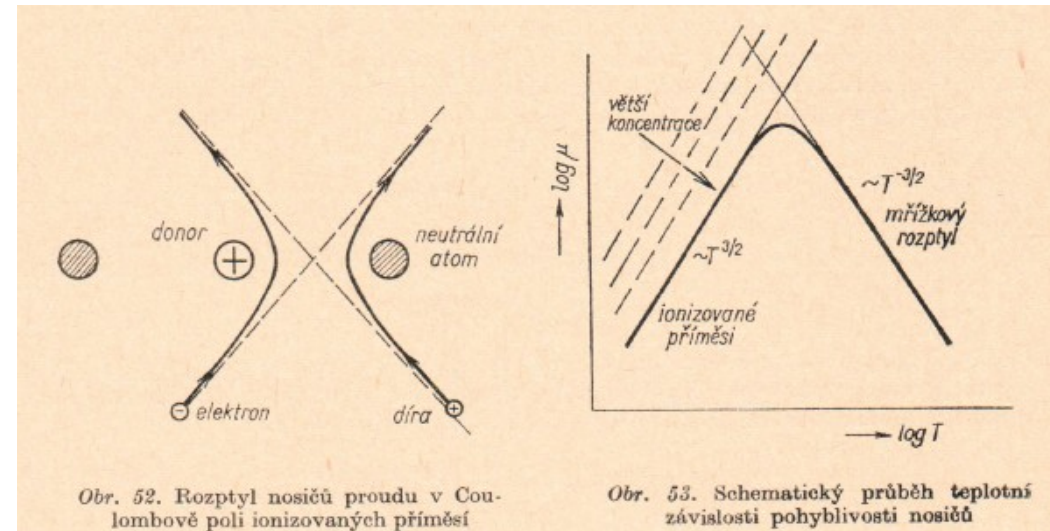
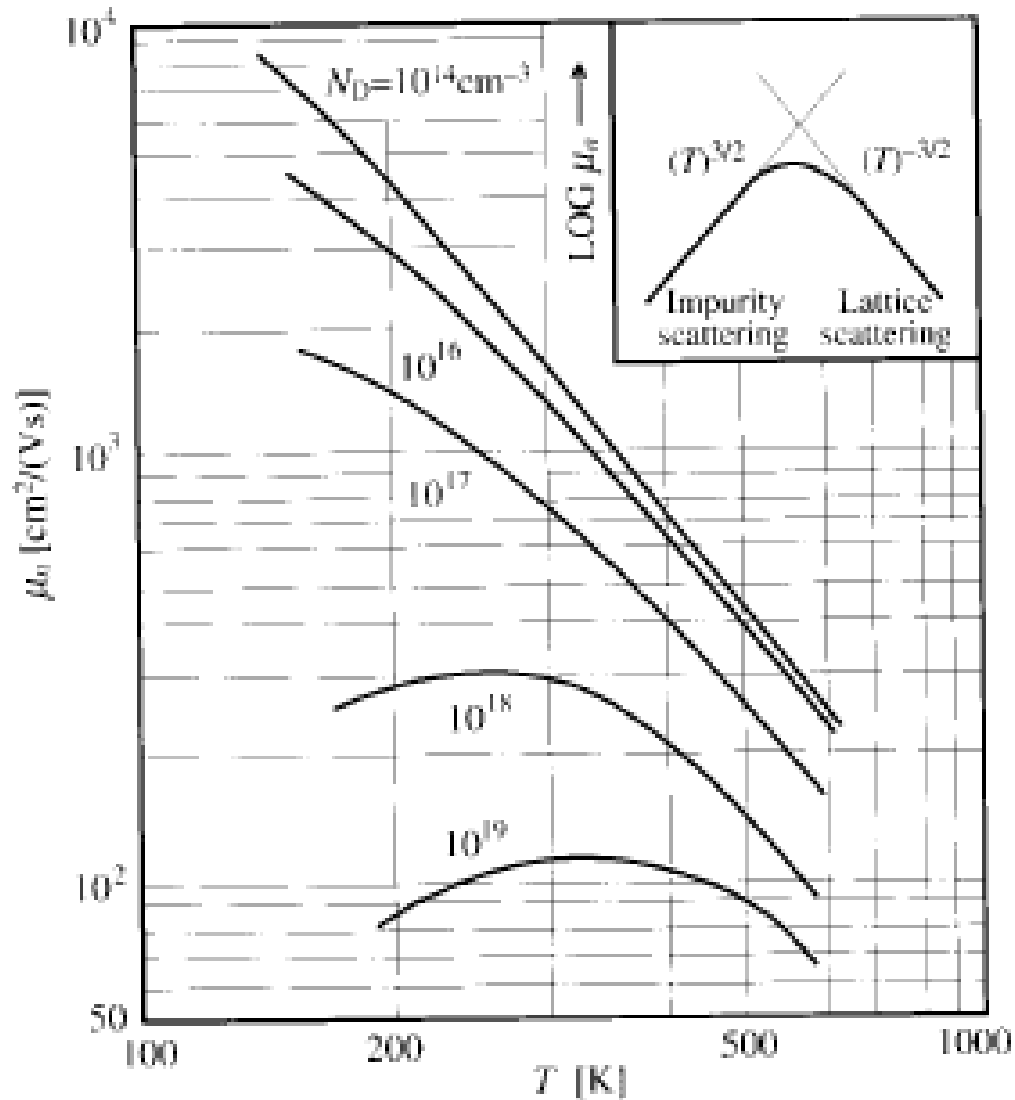


© Bart Van Zeghbroeck 2007

# Závislost pohyblivosti nositelů náboje v křemíku na koncentraci příměsí



# Závislost pohyblivosti nositelů náboje v křemíku na teplotě



Obr. 52. Rozptyl nosičů proudu v Coulombově poli ionizovaných příměsí

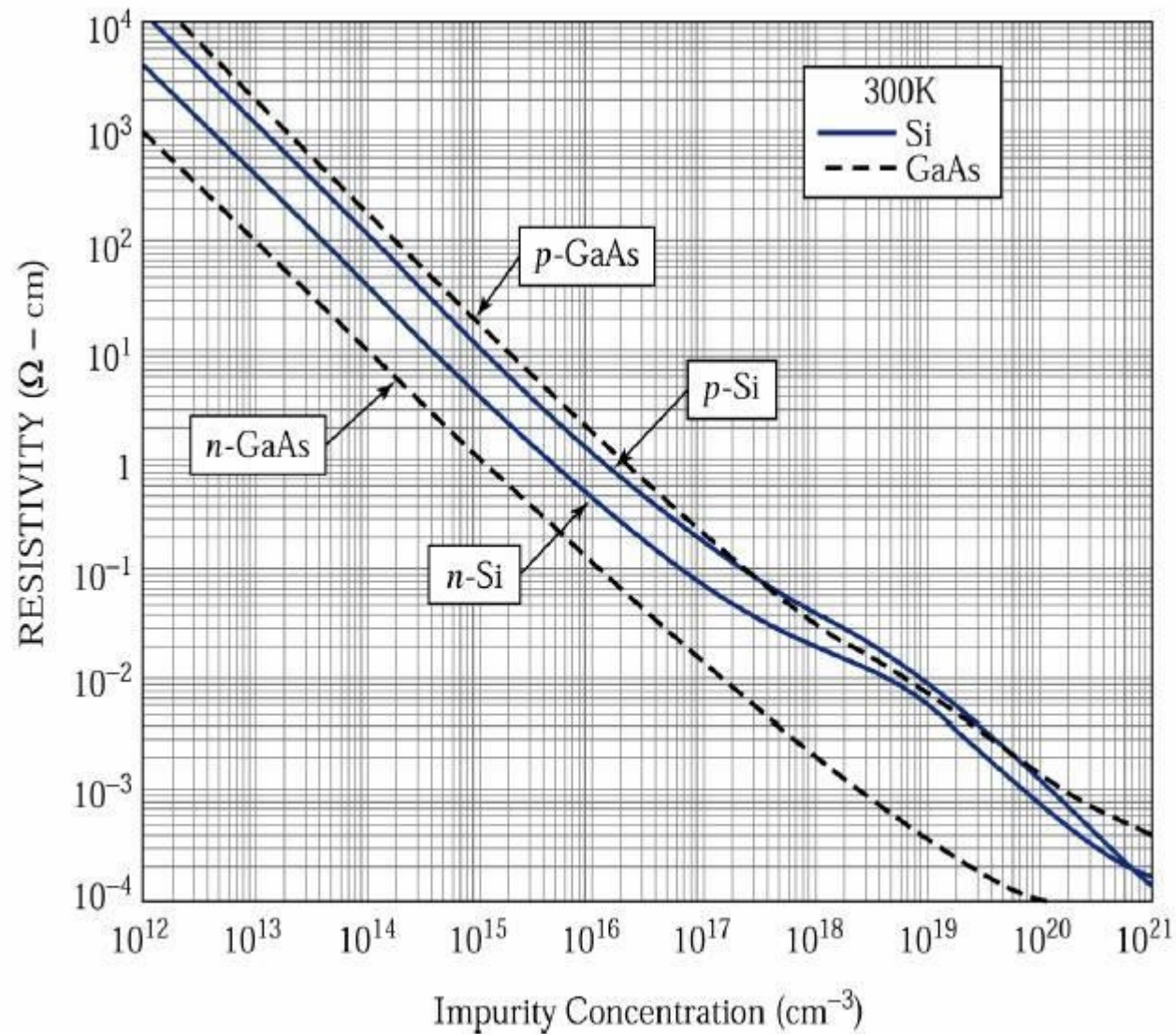
Obr. 53. Schematický průběh teplotní závislosti pohyblivosti nosičů

Yu, Cardona, Fundamentals of semiconductors

Frank, Šnejdar: Principy a vlastnosti polovodičových součástek, Praha 1976.



# Závislost měrného odporu polovodičů na koncentraci příměsí



Resistivity versus impurity concentration for Si and GaAs.

# Polovodiče – pohyblivost, ionizační energie příměsí

	$\mu_e$ (cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	$\mu_h$ (cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	$n_i$ (cm <sup>-3</sup> )
Si	1300	500	$1.5 \times 10^{10}$
GaAs	8800	400	$1.8 \times 10^6$
Ge	3900	1900	$2.4 \times 10^{13}$

V Si, $\epsilon=12$	$E_i$ (meV)
P	45
As	49
Sb	39
B	45
Ga	11
In	11



# Pohyb nositelů náboje v polovodiči

Proudová hustota elektronů je tvořena difúzním proudem gradientem koncentrace a driftovým způsobeným elektrickým polem  $E$

$$j_n = ne\mu_n \mathcal{E} + eD_n \nabla n$$

pro díry:

$$j_p = pe\mu_p \mathcal{E} - eD_p \nabla p$$

V rovnovážném stavu je celkový proud nulový

$$j_n = 0 = -ne\mu_n \nabla \Phi + eD_n \nabla \left( n_i \exp \left[ \frac{e\Phi}{kT} \right] \right)$$

odkud plyne Einsteinův vztah pro difúzní koeficient a pohyblivost

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n$$

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p$$

V polovodiči dochází navíc k rekombinaci s rychlostí  $R$  a generací  $G$  elektron-děrových párů. Rekombinační rychlost je úměrná součinu  $np$ ; rovnice kontinuity pro elektrony je rovna

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{e} \nabla \cdot \vec{j}_n + G - R = -\frac{1}{e} \nabla \cdot \vec{j}_n + rn_i^2 - rnp$$

# PN přechod

Uvažujme jednorozměrný PN přechod

souřadnice  $x=0$  v místě rozhraní mezi p- a n-dopovanou vrstvou

Strmý přechod – předpokládáme prudký přechod mezi p- a n- dopovanou vrstvou

Koncentrace donorů rovna  $N_d$  pro  $x>0$  a nule pro  $x<0$ . Akceptorů  $N_a$  pro  $x<0$  a nule pro  $x>0$

Potenciálový rozdíl (difúzní potenciál  $V_D$ ) oblastí daleko od PN přechodu:

$$V_D = \Phi_{n0} - \Phi_{p0} = \frac{kT}{e} \log \left( \frac{N_d}{n_i} \right) + \frac{kT}{e} \log \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = \frac{kT}{e} \log \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

Pro potenciál platí Poissonova rovnice:

$$n = n_i \exp \left[ \frac{e\Phi}{kT} \right]$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{d^2 \Phi}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_r \epsilon_0} [p(x) - n(x) + N_d(x) - N_a(x)] \quad p = n_i \exp \left[ -\frac{e\Phi}{kT} \right]$$

Zanedbáme-li v oblasti prostorového náboje  $-x_p < x < 0$ ,  $p, n \ll N_a$  a pro  $0 < x < x_n$ ,  $p, n \ll N_d$

$$x < -x_p : E(x) = 0, \quad \Phi(x) = \Phi_{p0}$$

$$-x_p < x < 0 : E(x) = -\frac{eN_a}{\epsilon}(x + x_p), \quad \Phi(x) = \frac{eN_a}{2\epsilon}(x + x_p)^2 + \Phi_{p0}$$

$$0 < x < x_n : E(x) = -\frac{eN_d}{\epsilon}(x_n - x), \quad \Phi(x) = \Phi_{n0} - \frac{eN_d}{2\epsilon}(x_n - x)^2$$

$$x > x_n : E(x) = 0, \quad \Phi(x) = \Phi_{n0}$$

# PN přechod

Porovnáním s předchozím vztahem dostaneme pro šířku ochuzené vrstvy (vrstvy prostorového náboje):

$$V_D = \Phi_{n0} - \Phi_{p0} = \frac{eN_a x_p^2}{2\epsilon} + \frac{eN_d x_n^2}{2\epsilon} = \frac{kT}{e} \log \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

$$N_a x_p = N_d x_n$$

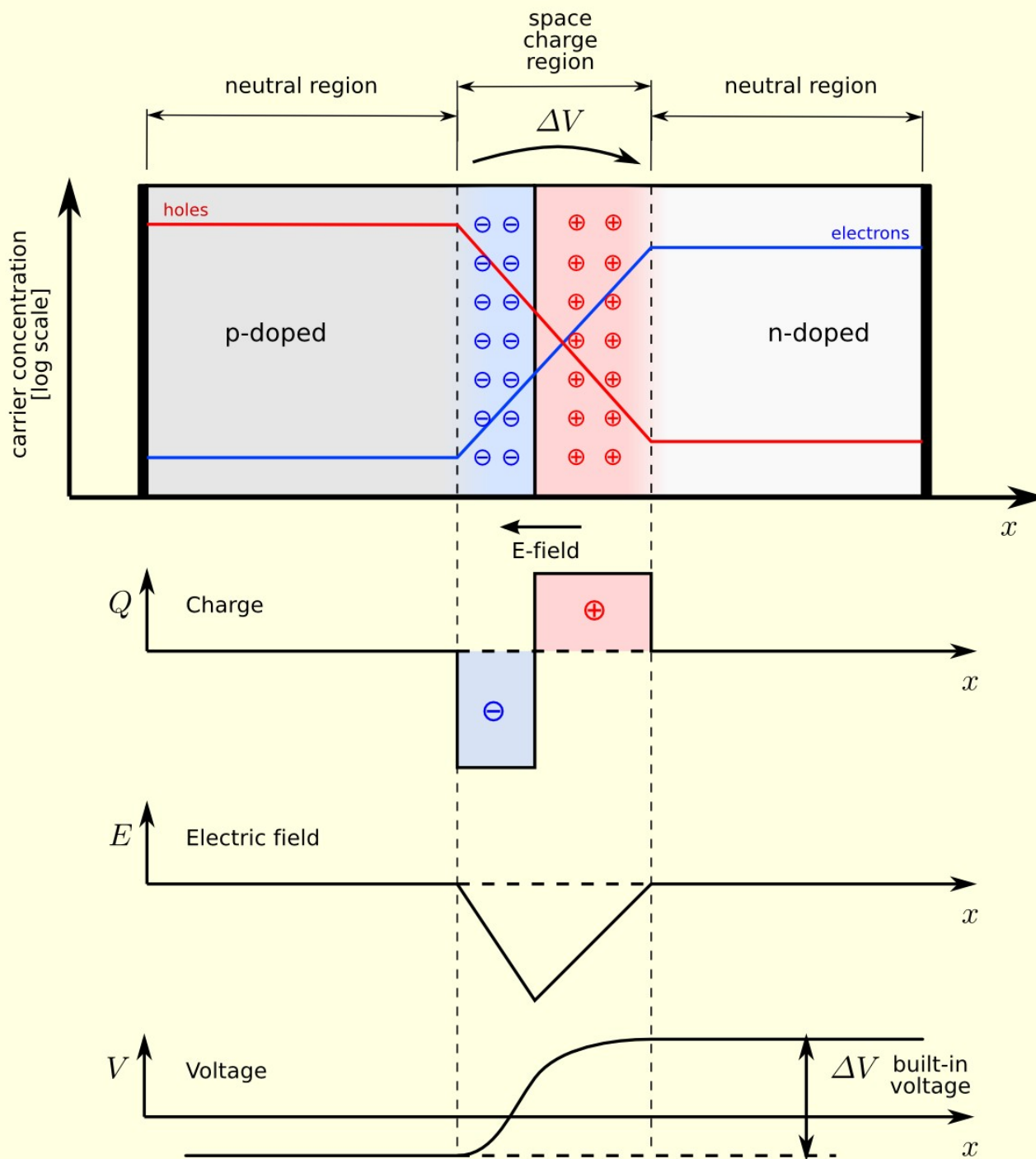
$$E_{\max} = -\frac{eN_a}{\epsilon} x_p = -\frac{eN_d}{\epsilon} x_n$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e} \frac{V_D N_d}{N_a(N_a + N_d)}}$$

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e} \frac{V_D N_a}{N_d(N_a + N_d)}}$$

$$x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e} \frac{V_D(N_a + N_d)}{N_a N_d}}$$

# PN přechod



# PN přechod s externím napětím

Přivedeme-li napětí  $U$ , teče součástkou proud a rovnováha již není všude lokálně splněna  
šířka oblasti prostorového náboje se změní:

$$\Phi = \Phi_n - \Phi_p = V_D - U$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon (V_D - U)N_d}{e N_a(N_a + N_d)}}$$

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon (V_D - U)N_a}{e N_d(N_a + N_d)}}$$

$$x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon (V_D - U)(N_a + N_d)}{e N_a N_d}}$$

# PN přechod s externím napětím

Zavádíme pseudo-Fermiho hladiny  $E_{fn}$  a  $E_{fp}$ :

$$n = N_C \exp \left[ -\frac{E_C - E_{Fn}}{kT} \right] = n_i \exp \left[ \frac{E_{Fn} - E_i}{kT} \right]$$

$$p = N_V \exp \left[ -\frac{E_{Fp} - E_V}{kT} \right] = n_i \exp \left[ \frac{E_i - E_{Fp}}{kT} \right]$$

$$E_{Fn} = kT \log \left( \frac{n}{n_i} \right)$$

$$E_{Fp} = -kT \log \left( \frac{p}{n_i} \right)$$

A pro koncentrace minoriních nositelů dostáváme

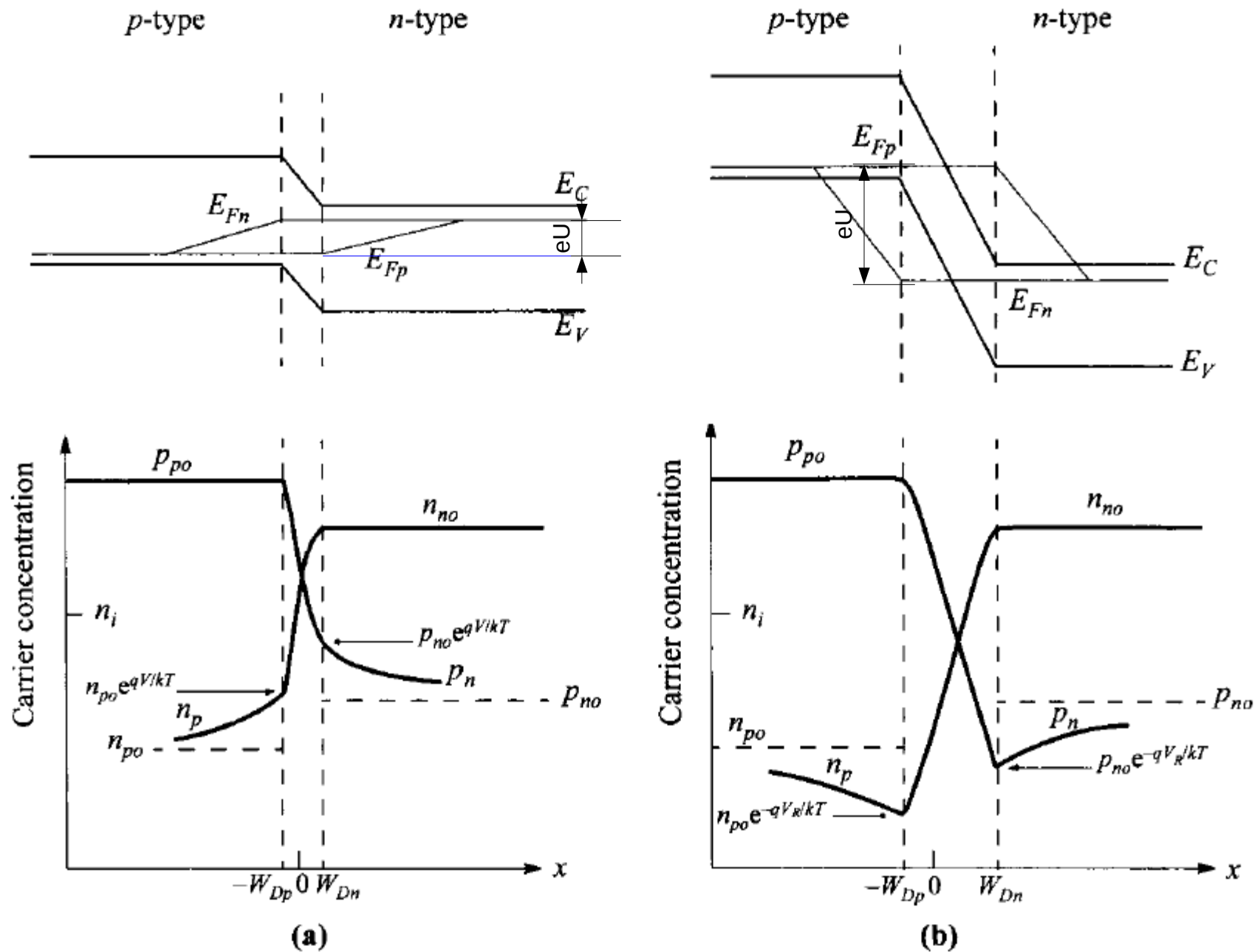
$$n(-x_p) = n_{n0} \exp \left[ \frac{e(\Phi_p - \Phi_n)}{kT} \right]$$

$$n(-x_p) = n_{n0} \exp \left[ \frac{-eV_D}{kT} \right] \exp \left[ \frac{eU}{kT} \right]$$

$$n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp \left[ \frac{eU}{kT} \right] = n_{p0} \exp \left[ \frac{eU}{kT} \right]$$

$$\Delta n(-x_p) = n_{p0} \left[ \exp \left( \frac{eU}{kT} \right) - 1 \right]$$

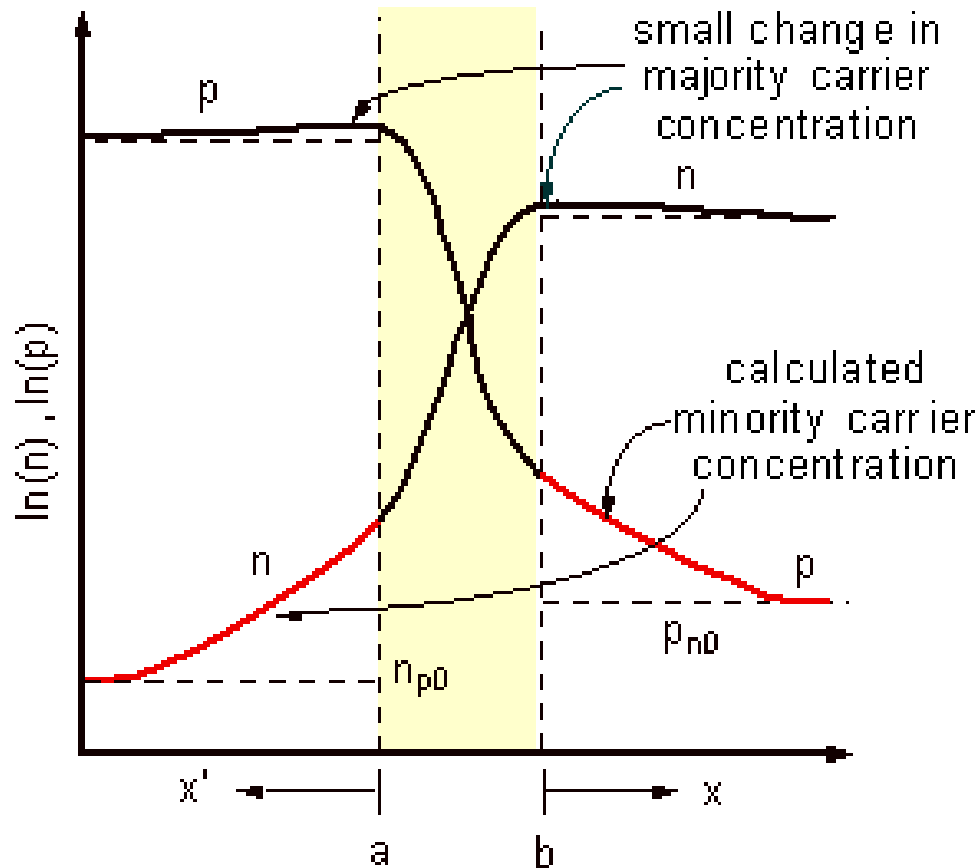
# PN přechod s externím napětím



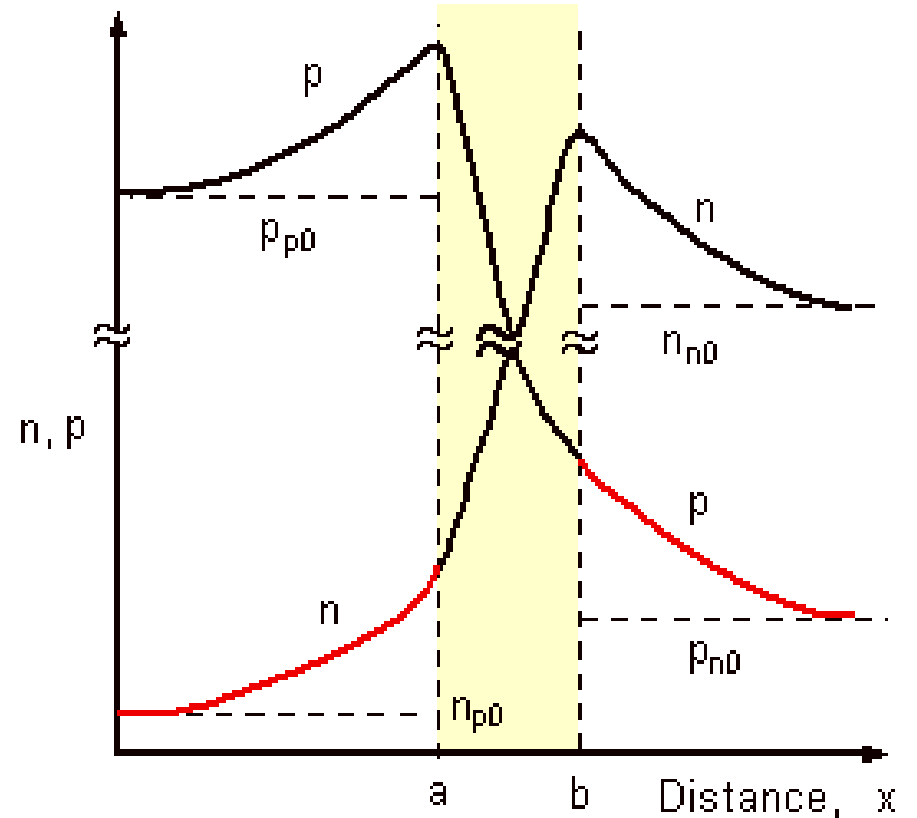
**Fig. 8** Energy-band diagram, with quasi-Fermi levels for electrons and holes, and carrier distributions under (a) forward bias and (b) reverse bias.

# PN přechod

Carrier concentration on log scale



Carrier concentration on linear scale





# PN přechod s externím napětím

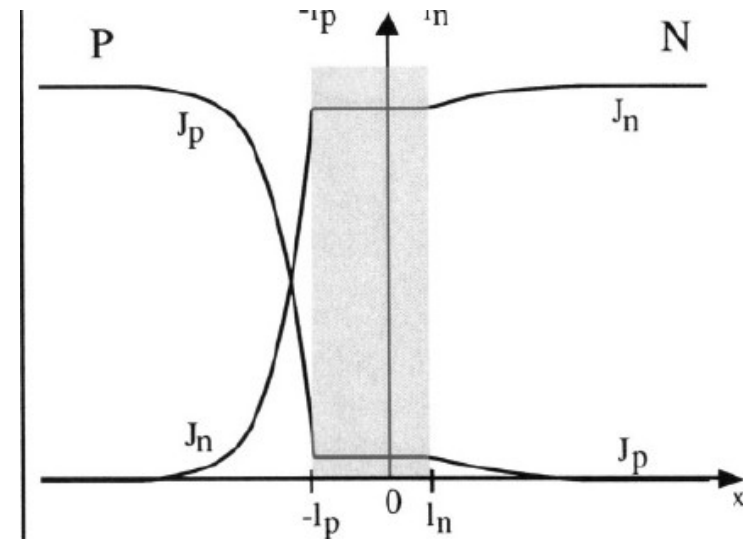
Proud minoritních nositelů mimo oblast prostorového náboje je potom roven difúznímu proudu:

$$p_n(x) = p_{n0} + p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right)$$

$$j_p(x) = -eD_p \frac{dp}{dx} = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right)$$

$$j_n(x) = eD_n \frac{dn}{dx} = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x + x_p}{L_n}\right)$$

$$j = j_n(-x_p) + j_p(x_n) = \left[ \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \right] \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right]$$



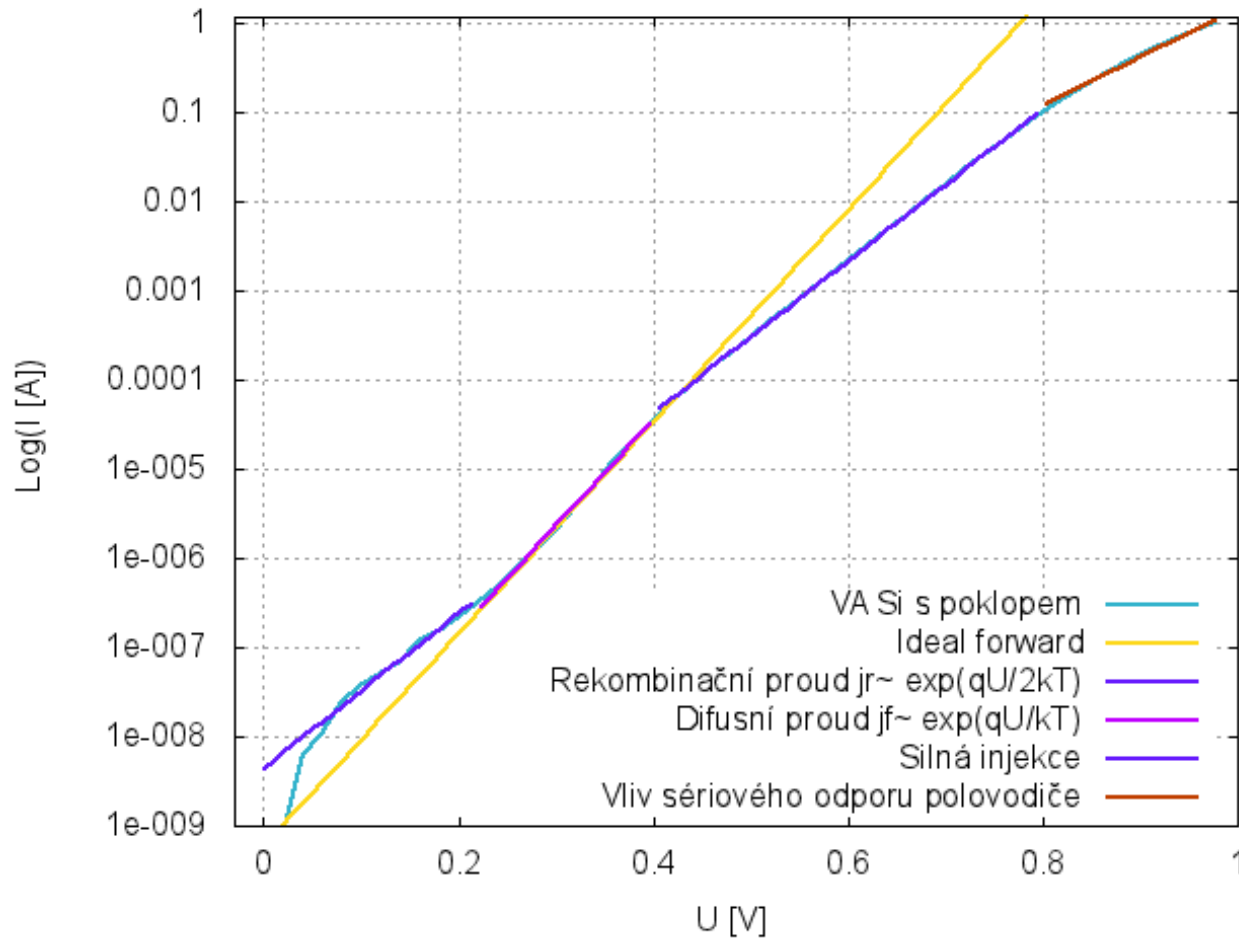
Kde  $L_n$  a  $L_p$  jsou difúzní délky minoritních nositelů  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ , a  $\tau_n$  je doba života minoritních nositelů.

Tato ideální charakteristika diody je odvozena za předpokladů:

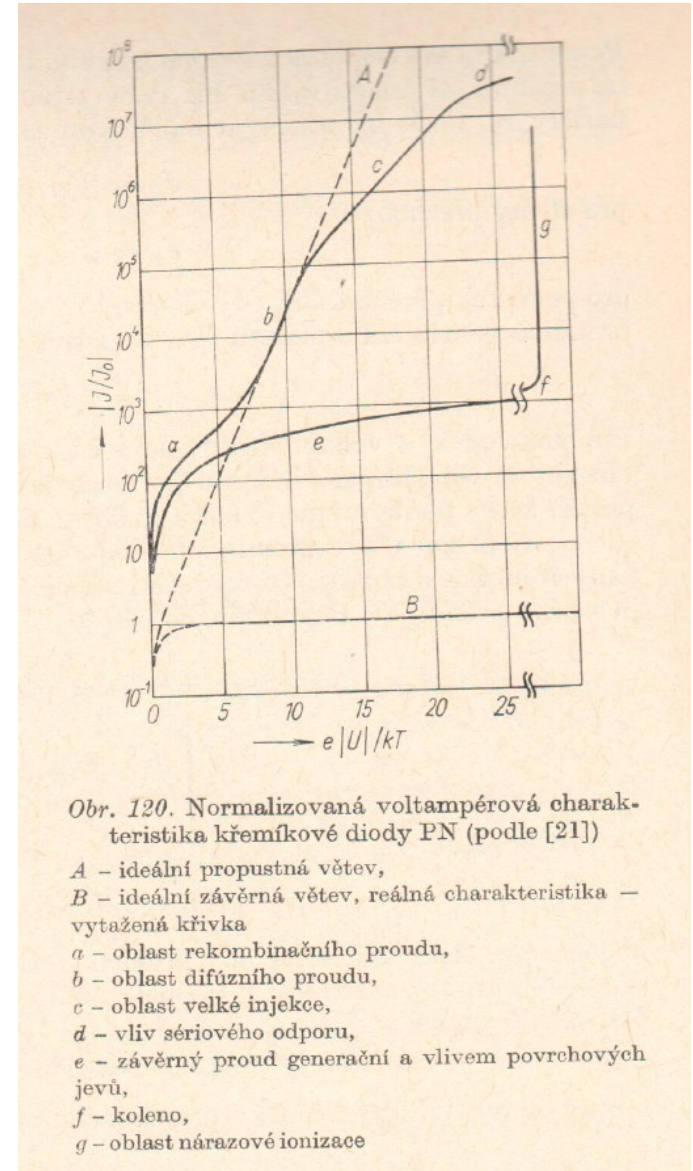
- Slabá injekce (změny koncentrace jsou malé vzhledem ke koncentraci majoritních nositelů) (c)
- Nedochází k rekombinaci v oblasti prostorového náboje (a),(e)
- Mimo oblast prostorového náboje není žádné elektrické pole (zanedbání sériového odporu diody), proud je pouze difúzní (d)
- Difúzní oblast diody je mnohem větší než difúzní délka

# PN přechod

## Reálná charekteristika Si diody

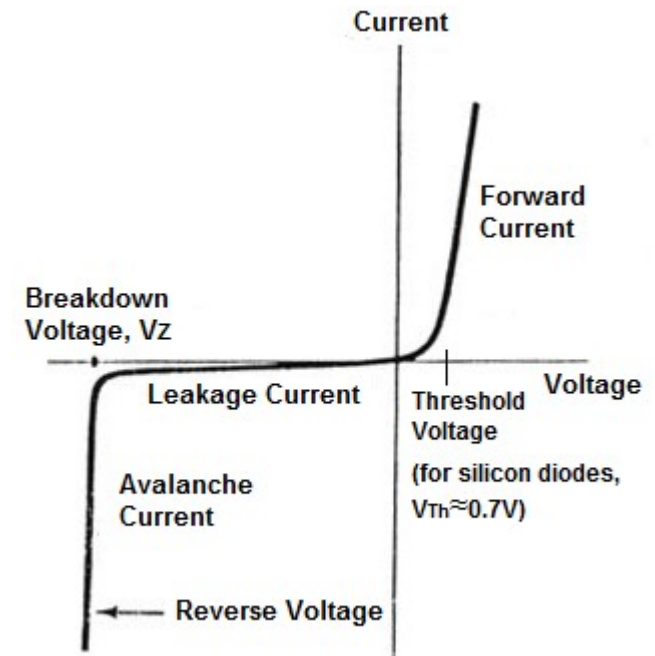
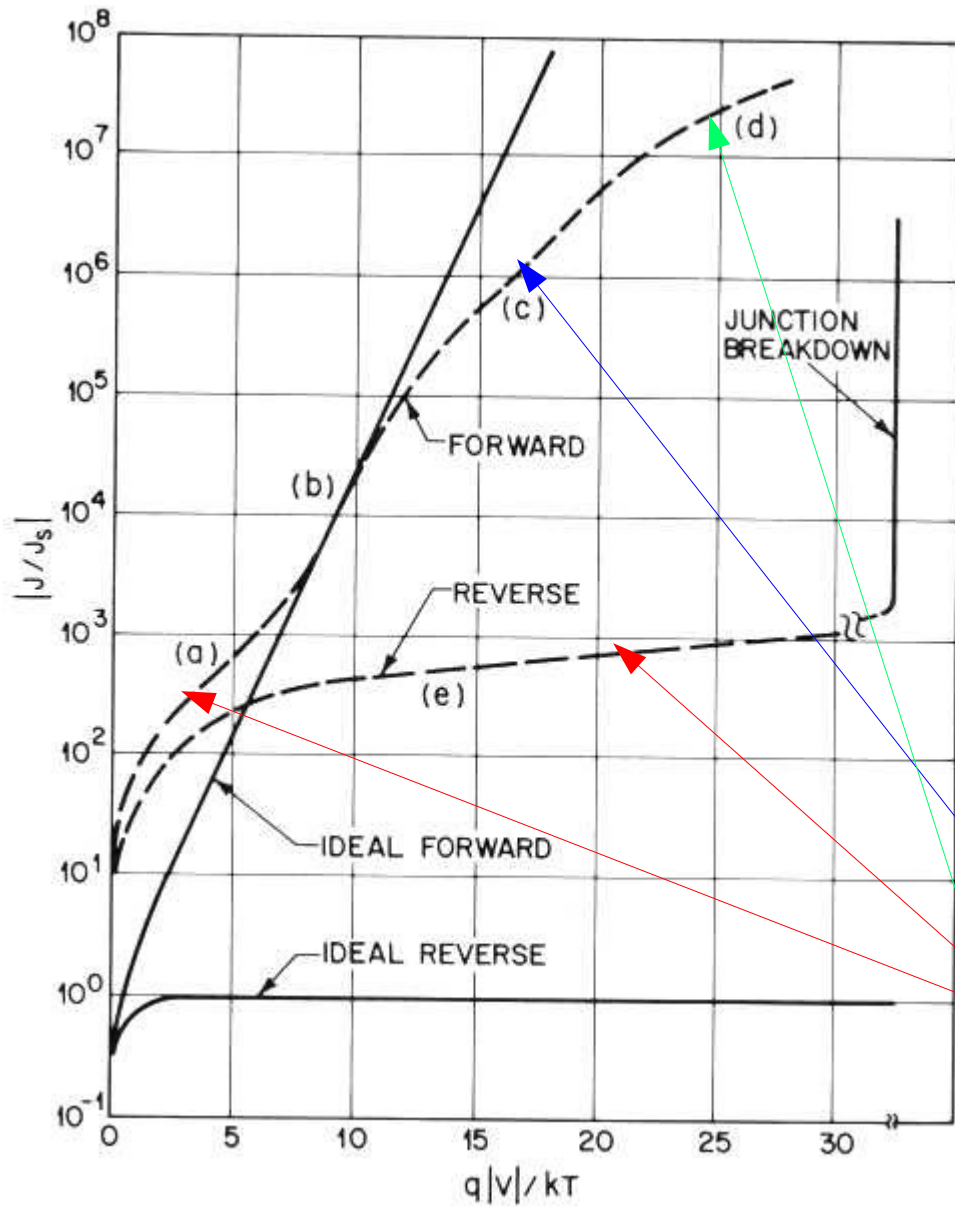


Měření ze speciálního praktika ÚFKL  
laskavě poskytnuto A. Miklíkovou



Frank, Šnejdar: Principy a vlastnosti polovodičových součástek, Praha 1976.

# PN přechod



Plnou čarou ideální charakteristika

Silná injekce  $\sim [\exp(eU/2kT) - 1]$

Rekombinační proud  $\sim [\exp(eU/2kT) - 1]$

Sériový odpor  $\sim \exp[e(U - RI)/kT]$

# Kapacita PN přechodu

Náboj na PN přechodu o ploše  $A$ :

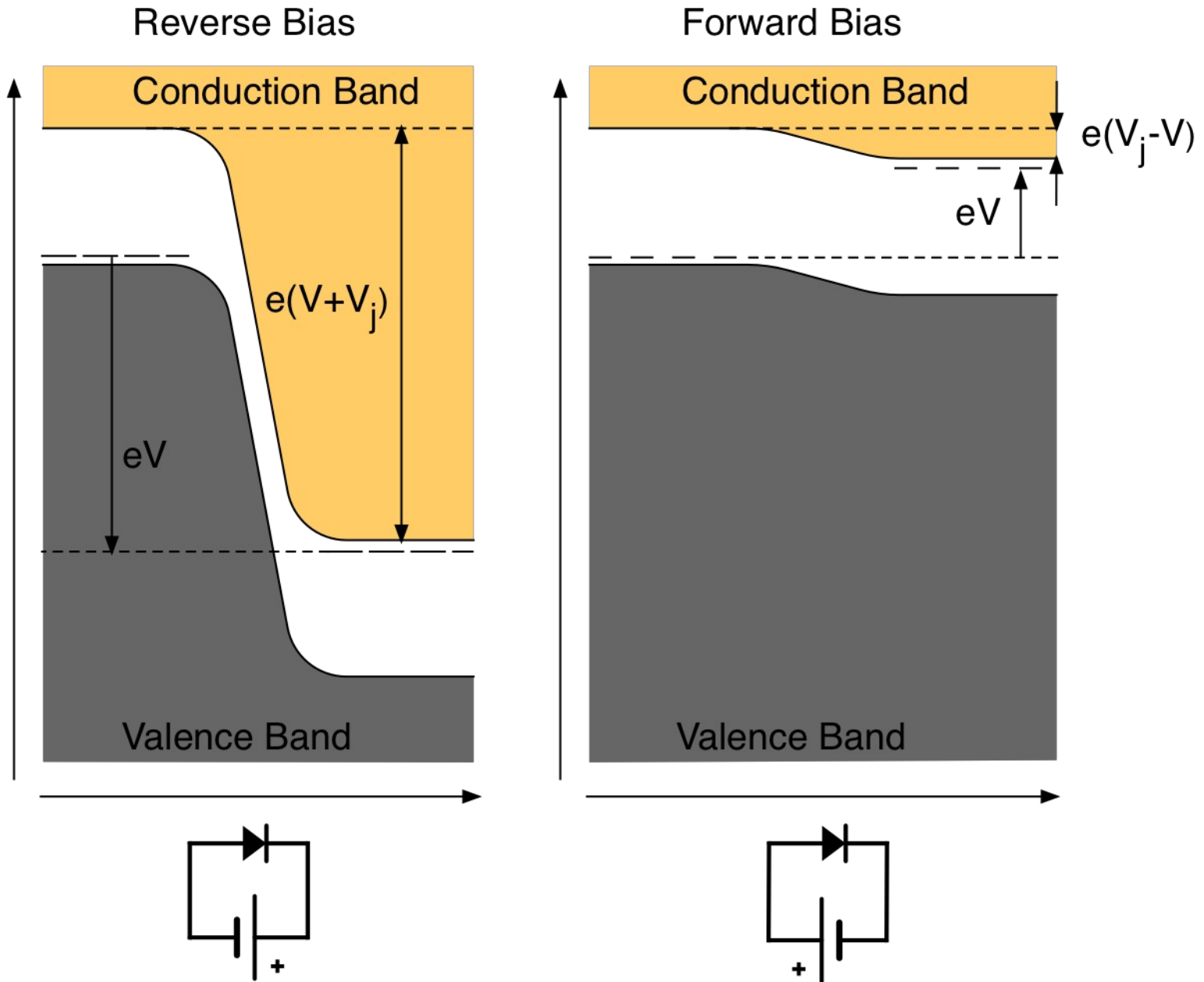
$$Q = AeN_d x_n = AeN_a x_p$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon (V_D - U)N_d}{e N_a(N_a + N_d)}}$$

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon (V_D - U)N_a}{e N_d(N_a + N_d)}}$$

$$C = \frac{dQ}{dU} = A \sqrt{\frac{e\epsilon N_a N_d}{2 (N_a + N_d)}} \frac{1}{\sqrt{V_D - U}}$$

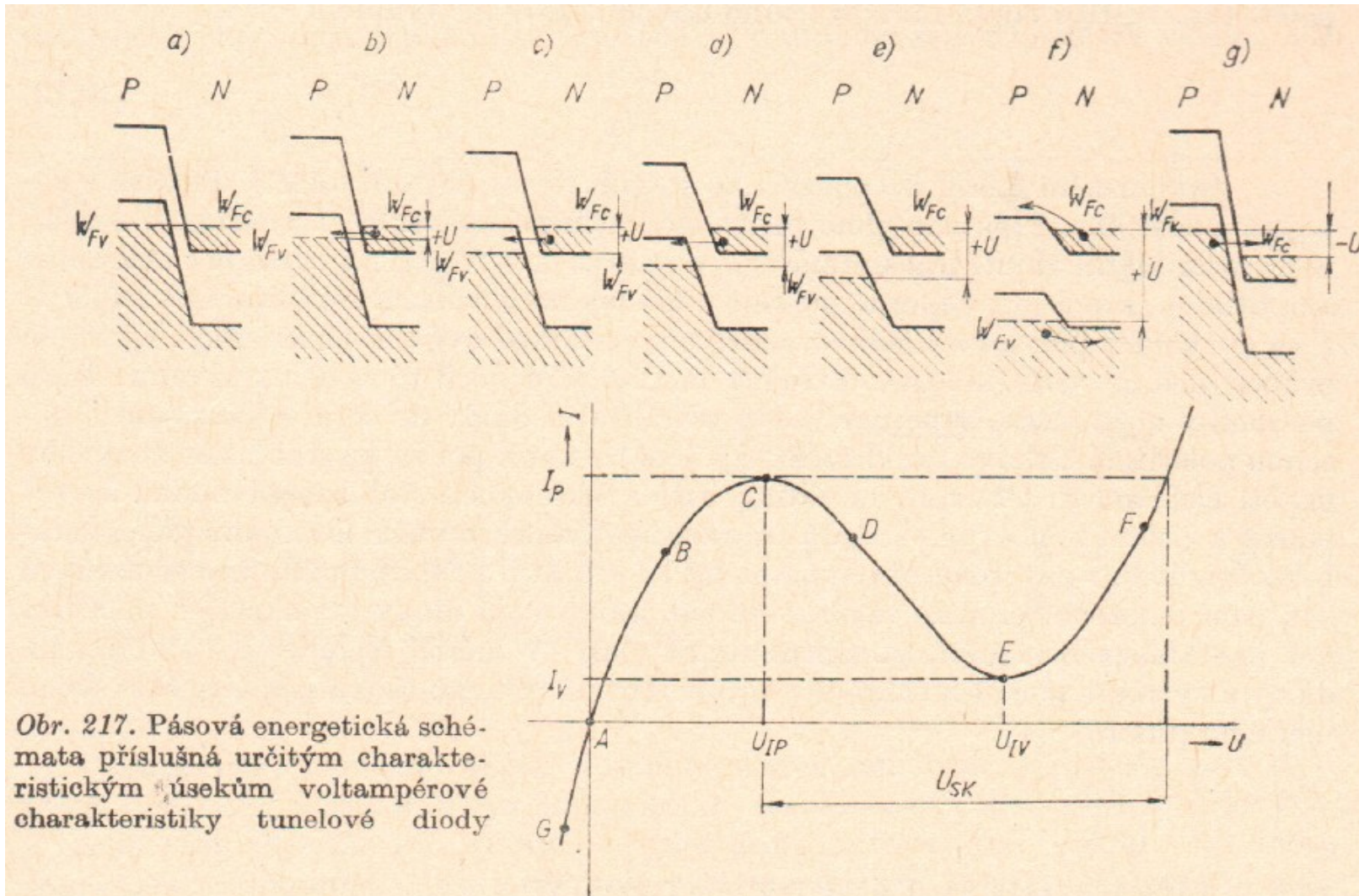
# PN přechod



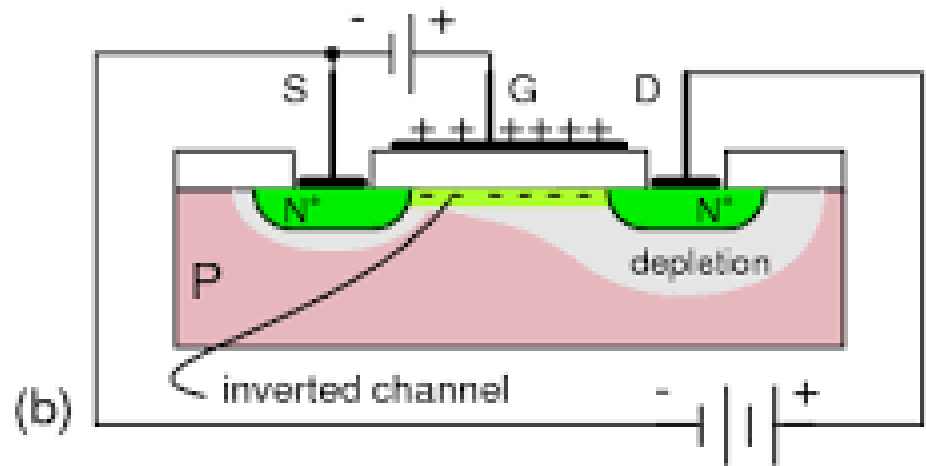
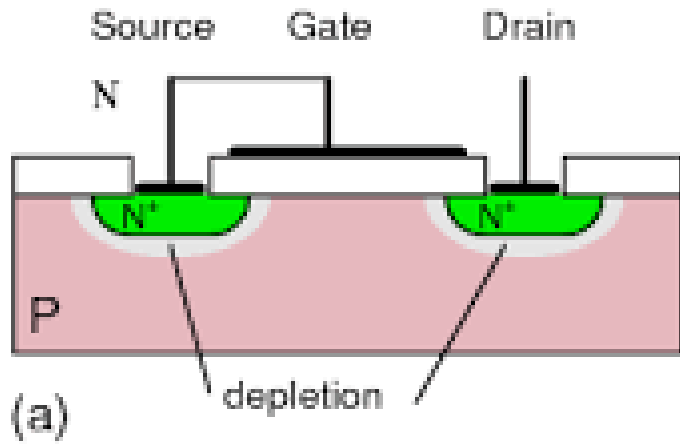
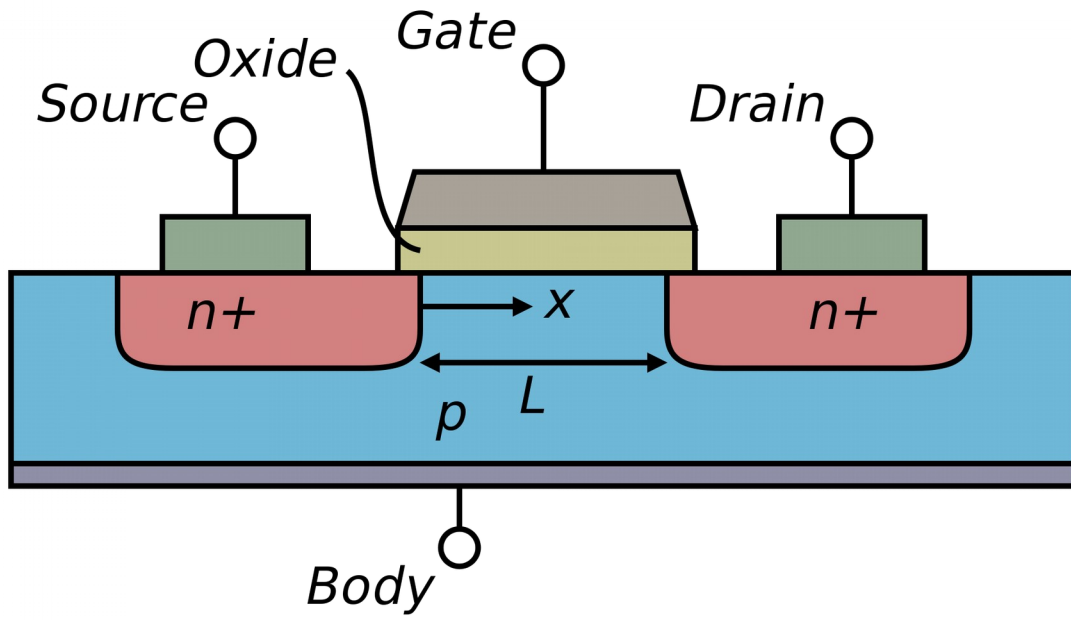
Tunelový průraz – Zenerův



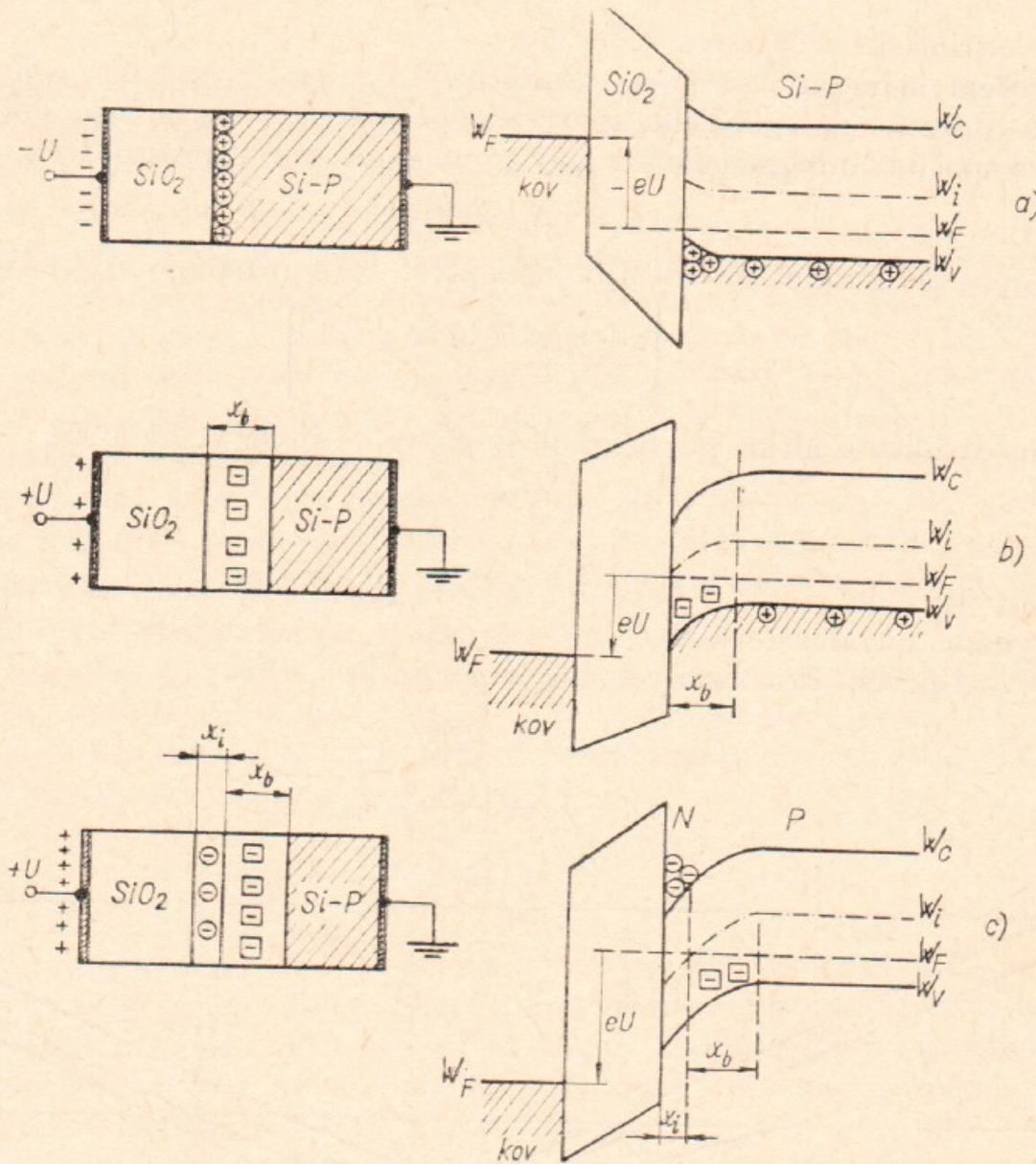
# Tunelová dioda



# MOSFET



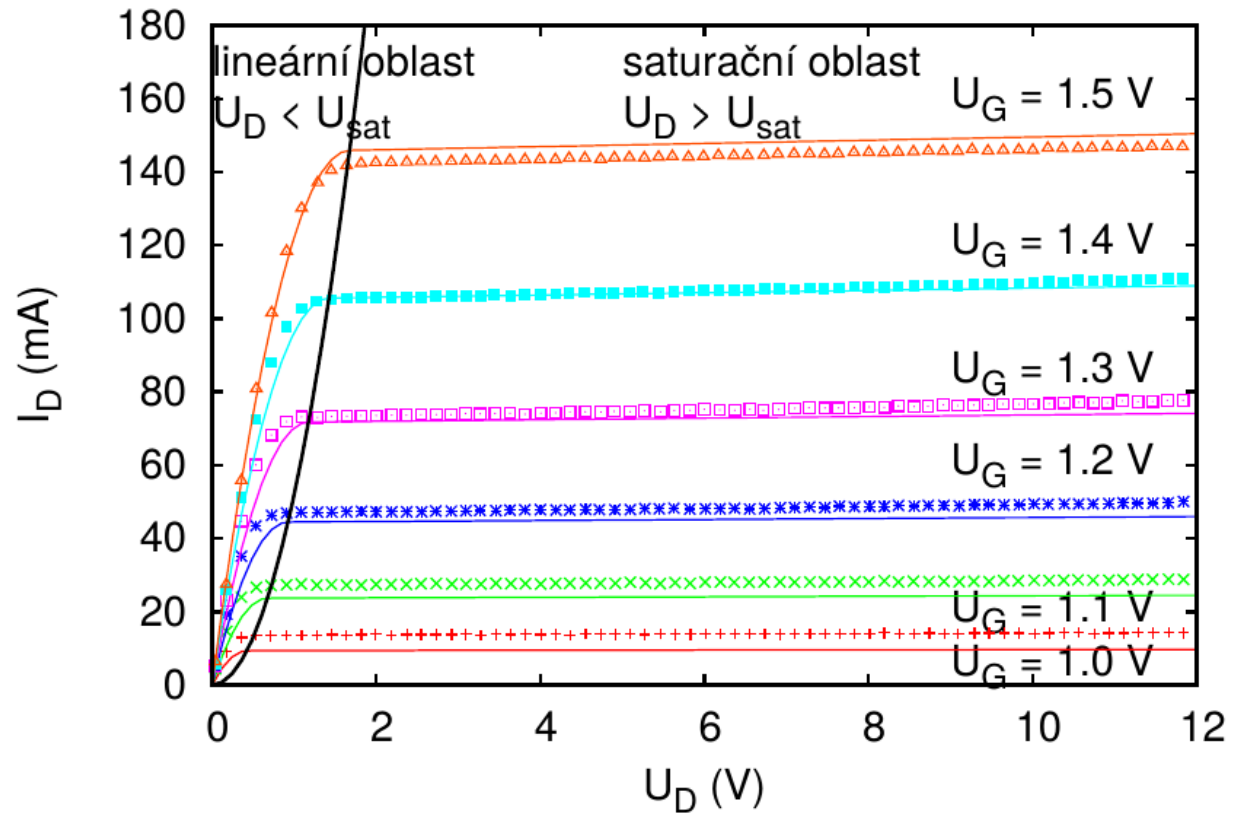
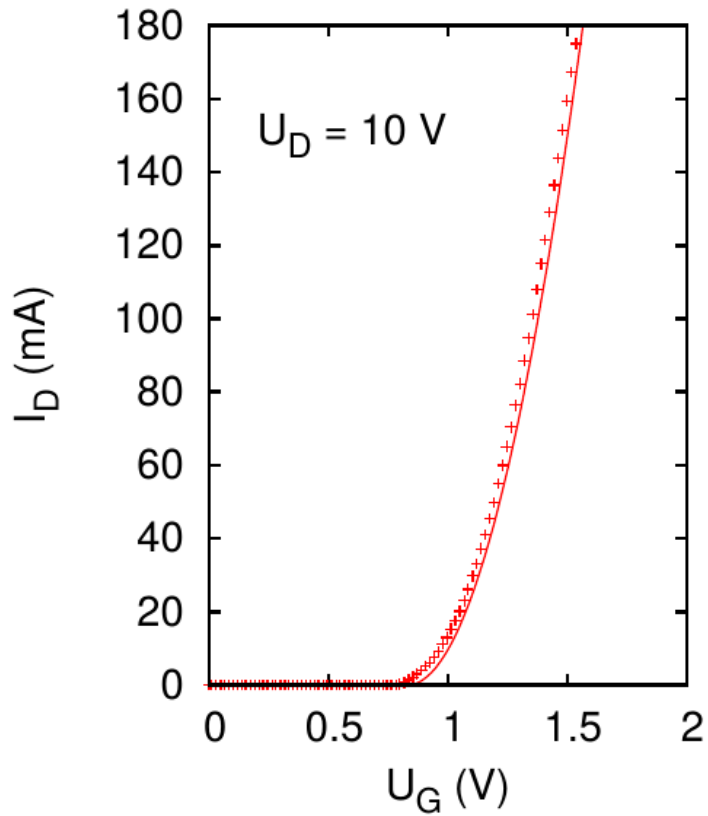
# MOSFET



Obr. 151. Ideální struktura MOS při různém napětí na elektrodě:  
akumulace; b) případ vytvoření oblasti prostorového náboje; c) vytvoření inverzní oblasti



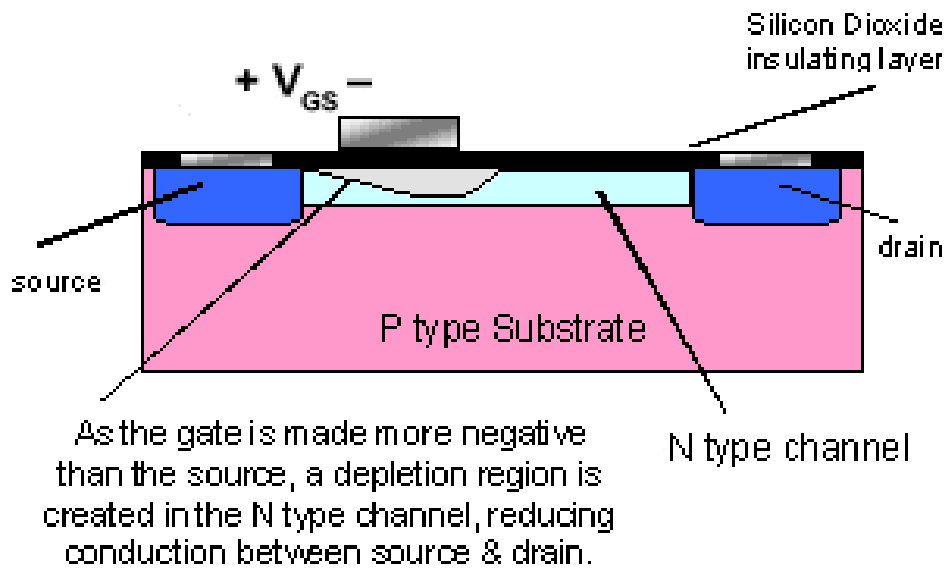
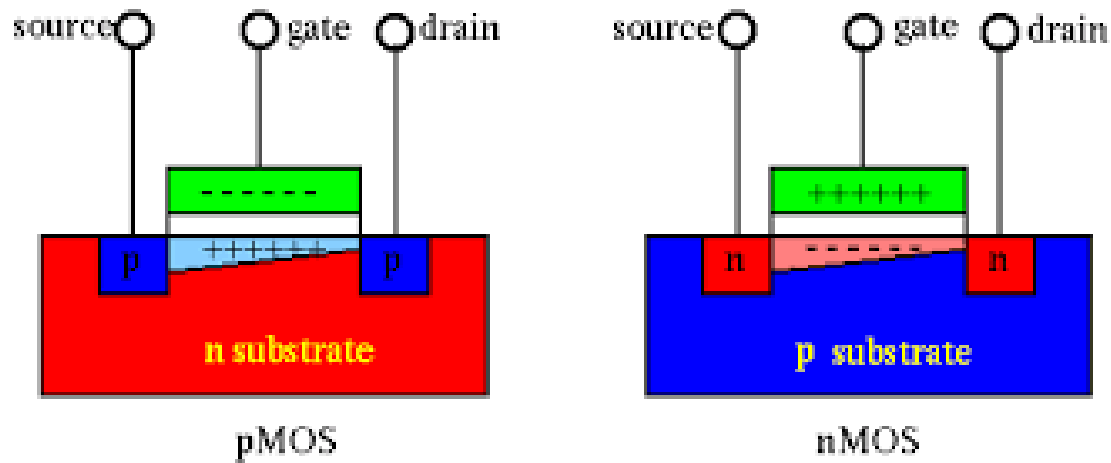
# MOSFET



N-MOSFET s obohacováním

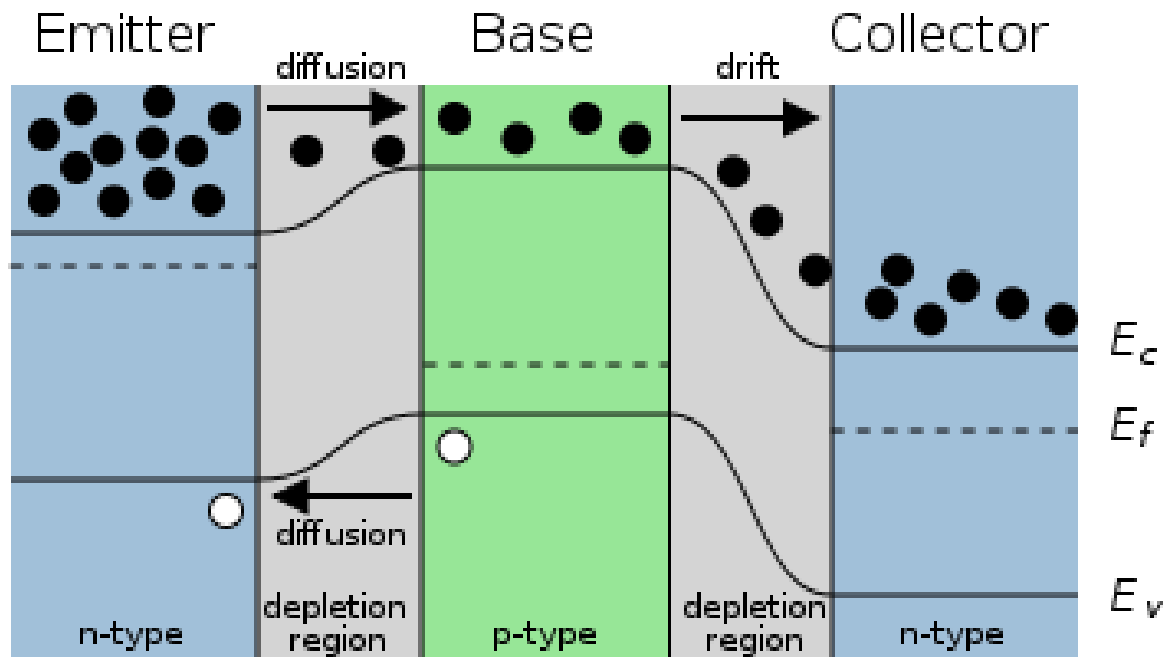
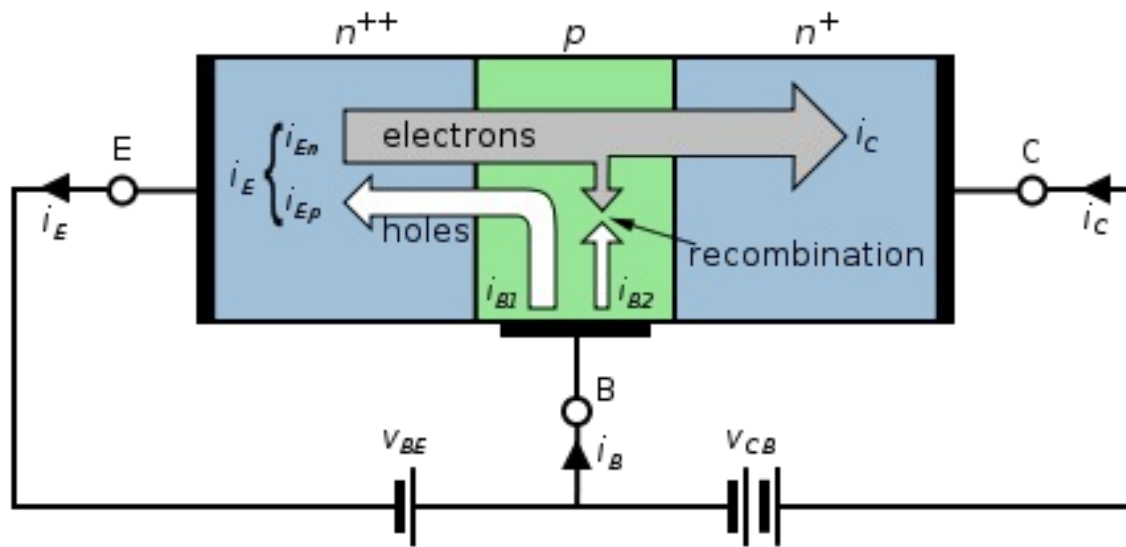
$$I_D = \begin{cases} 0, & \text{pro } U_G < U_T \\ K [(U_G - U_T)U_D - cU_D^2], & \text{pro } U_D < U_{Dsat} \text{ a } U_G > U_T \\ K/4c(U_G - U_T)^2 [1 + \lambda(U_D - U_{Dsat})], & \text{pro } U_D > U_{Dsat} \text{ a } U_G > U_T \end{cases}$$

# MOSFET

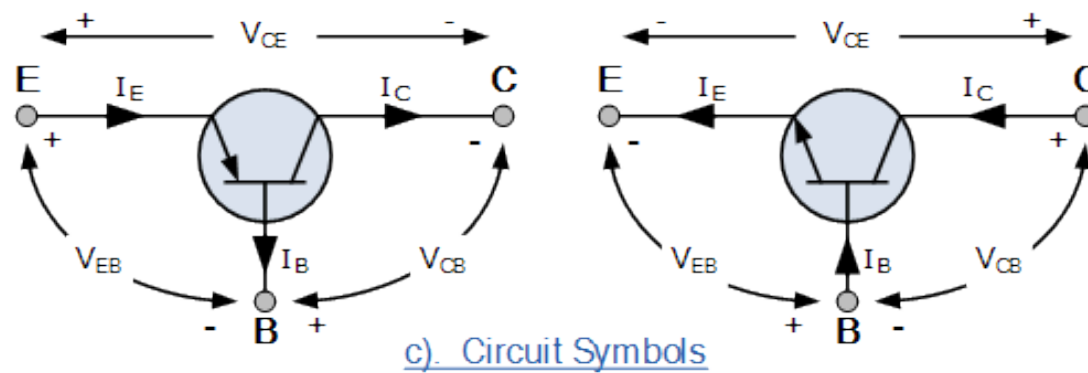
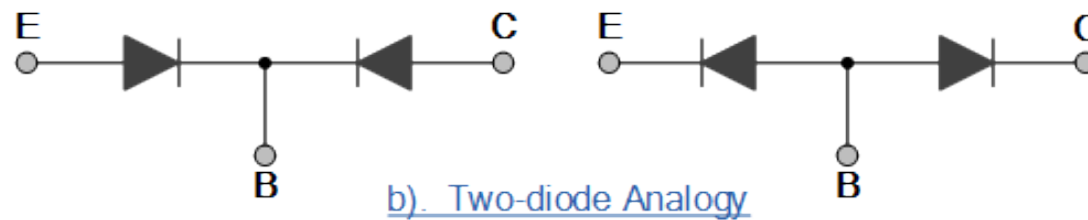
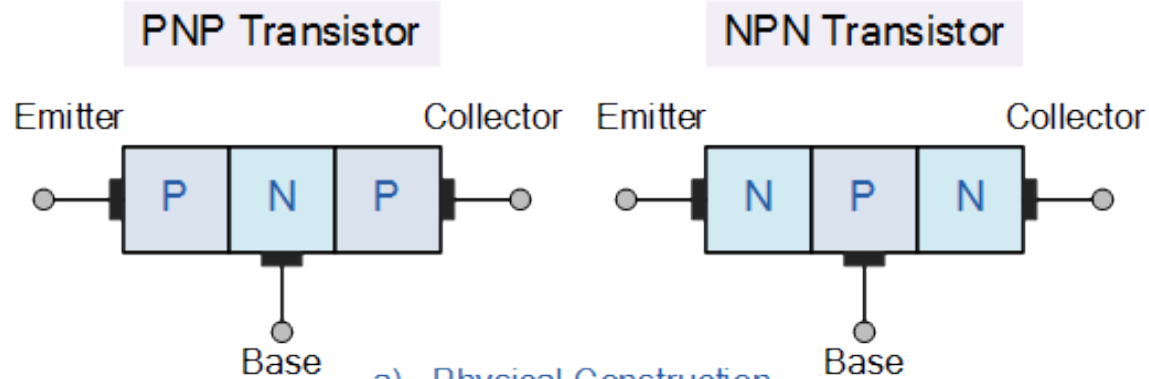


N-MOSFET s ochuzováním  
Normally ON  
Záporné napětí na hradlo  
k zavření tranzistoru

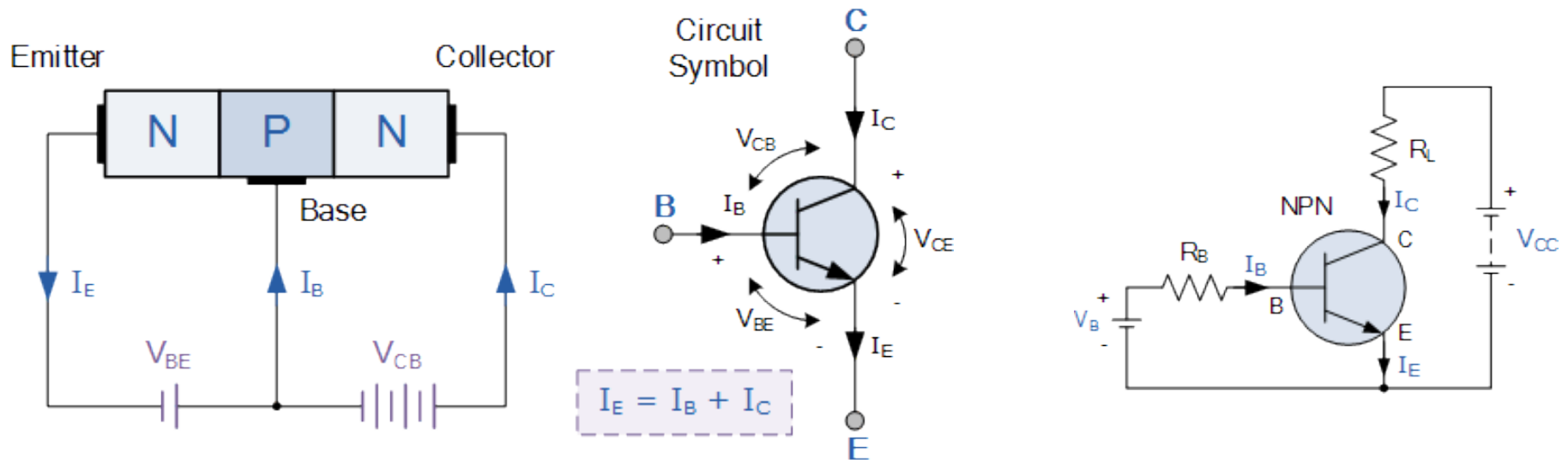
# Bipolární tranzistor



# Bipolar junction transistor



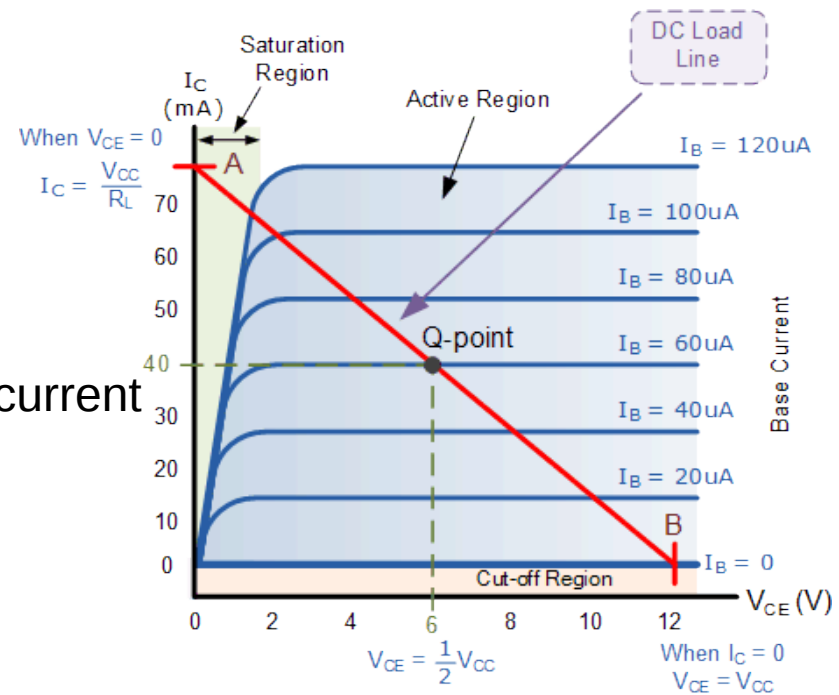
# npn bipolar junction transistor



We define  $\beta = \frac{I_C}{I_B}$ ,  $\alpha = \frac{I_C}{I_E}$

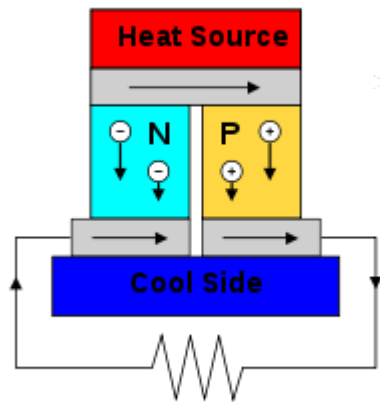
then  $\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$

Usually,  $\alpha \rightarrow 1$  so that  $\beta$  is large  $\Rightarrow$  amplification of the current

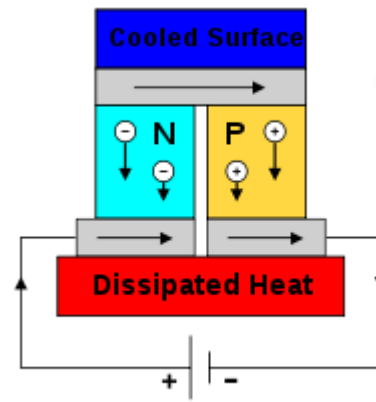


# Termoelektrické jevy

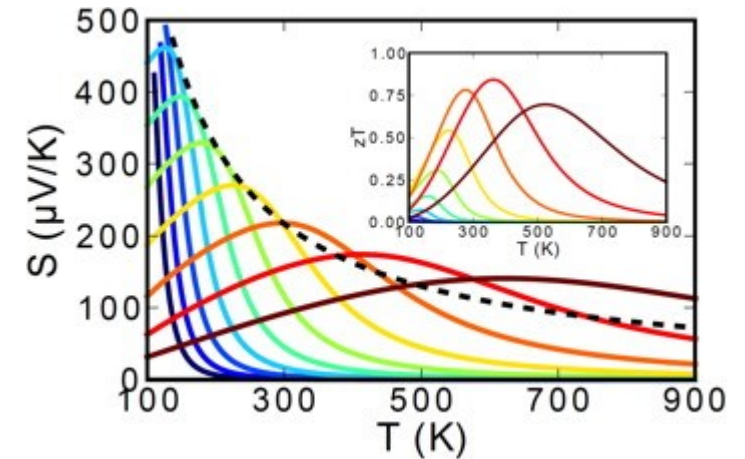
Teplotní závislost polohy Fermiho meze a pohyblivosti je příčinou termoelektrických jevů.



Seebeckův jev



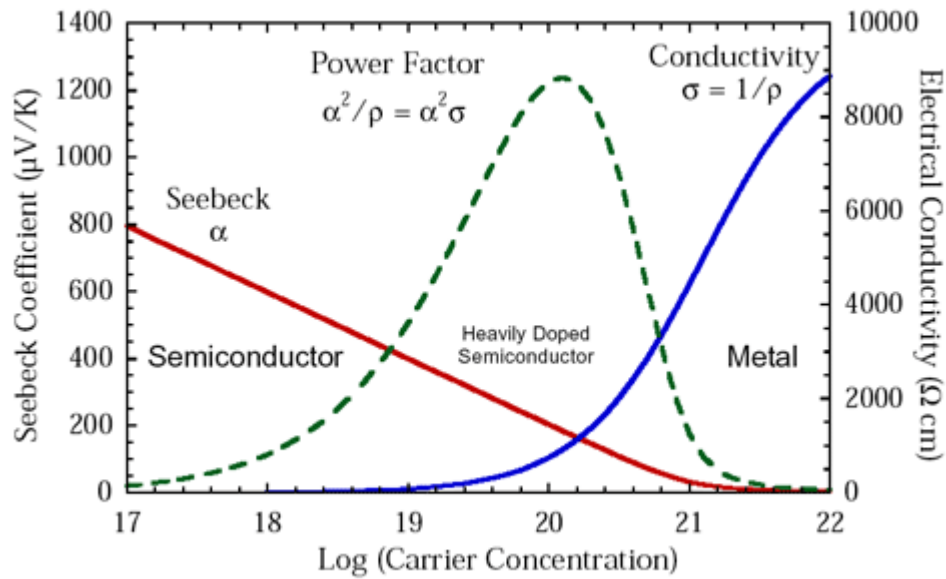
Peltierův jev



Seebeckův koeficient pro různě dopovaný polovodič. Modrá slabě dopovaný, červená silně dopovaný.

# Termoelektrické jevy

Výkonová účinnost termoelektrického generátoru je úměrná Seebeckovu koeficientu a elektrické vodivosti



# Amorfní polovodiče

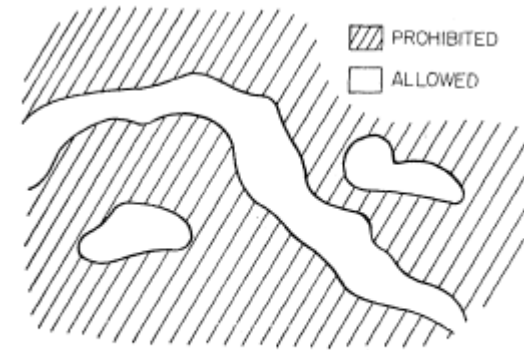
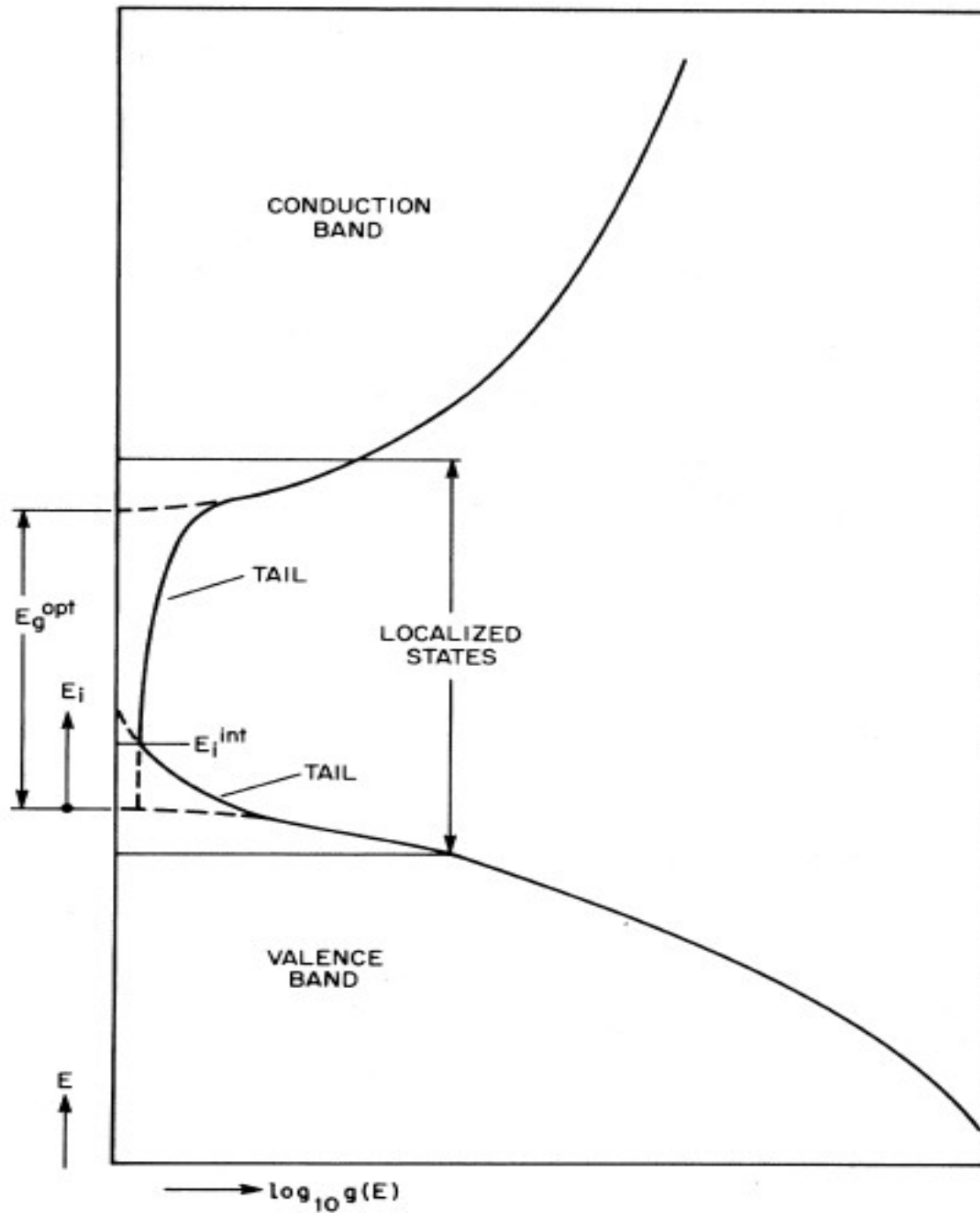
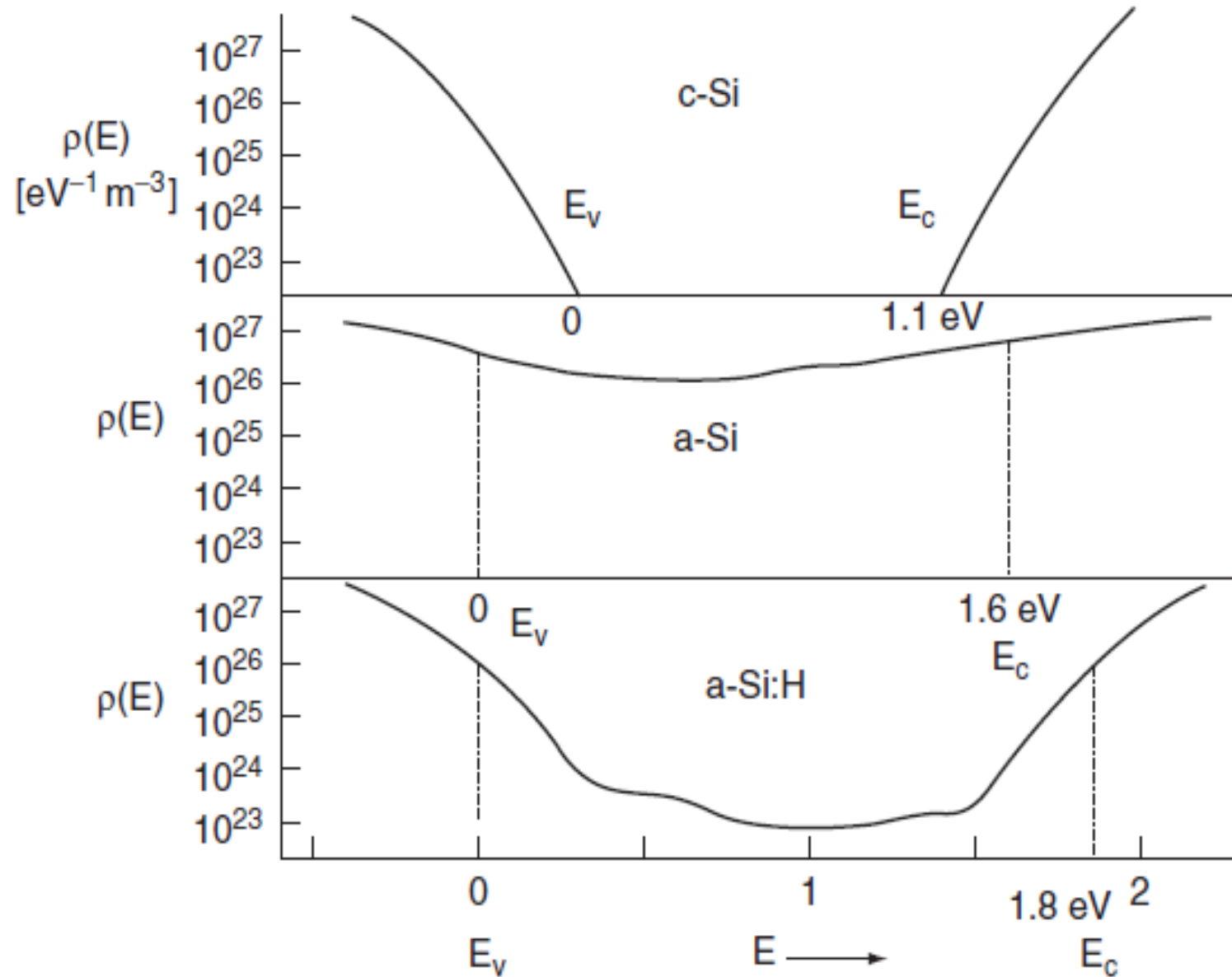


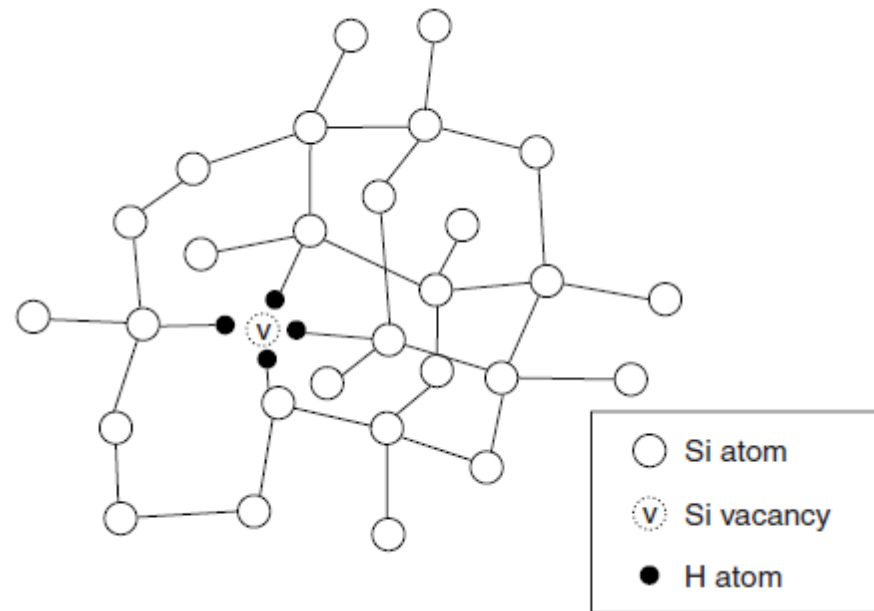
FIG. 5. Regions of allowed and prohibited states in an amorphous semiconductors just above the mobility edge.



# Amorfní polovodiče – hustota stavů

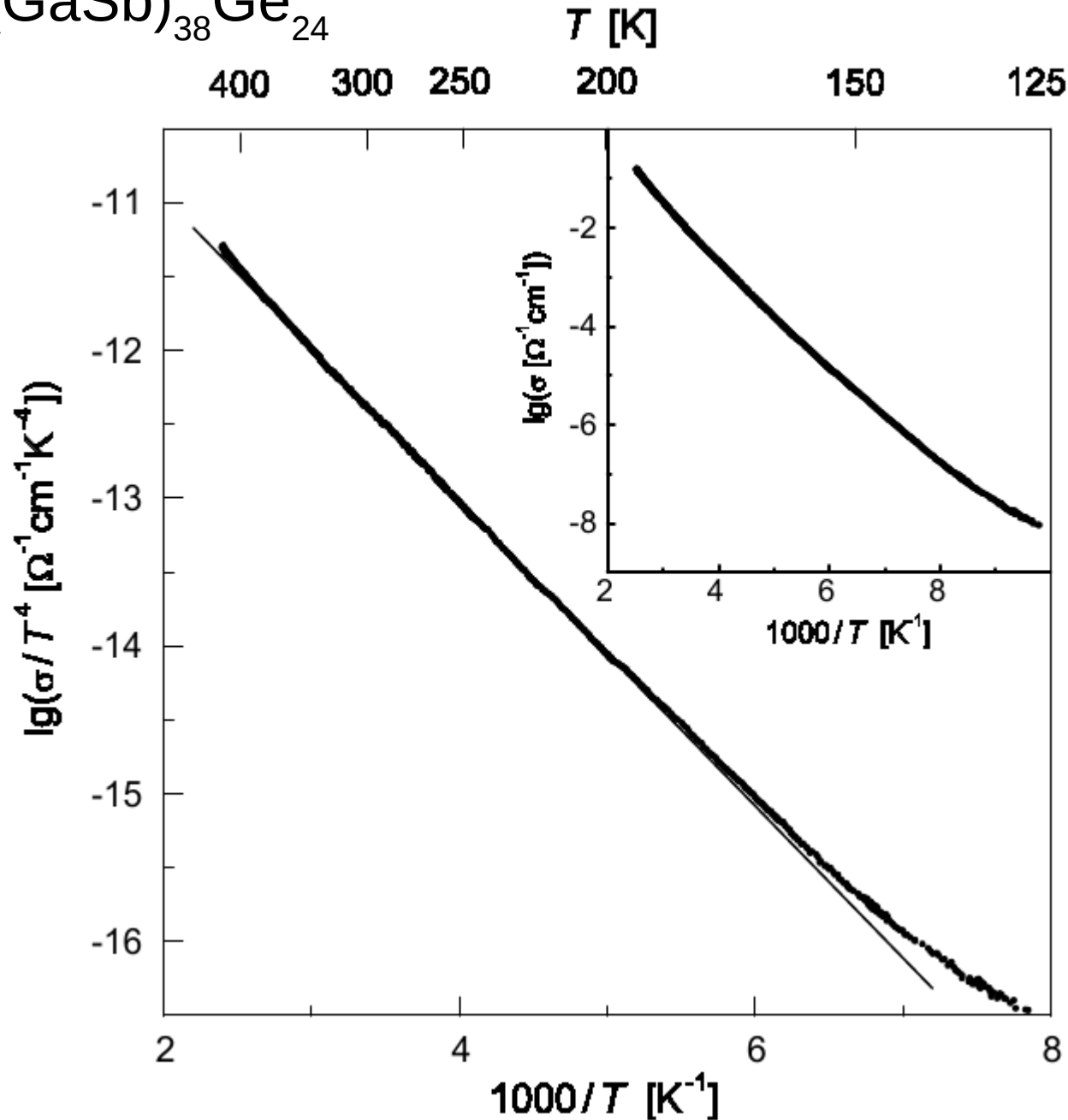


# Amorfní polovodiče



# Amorfní polovodiče

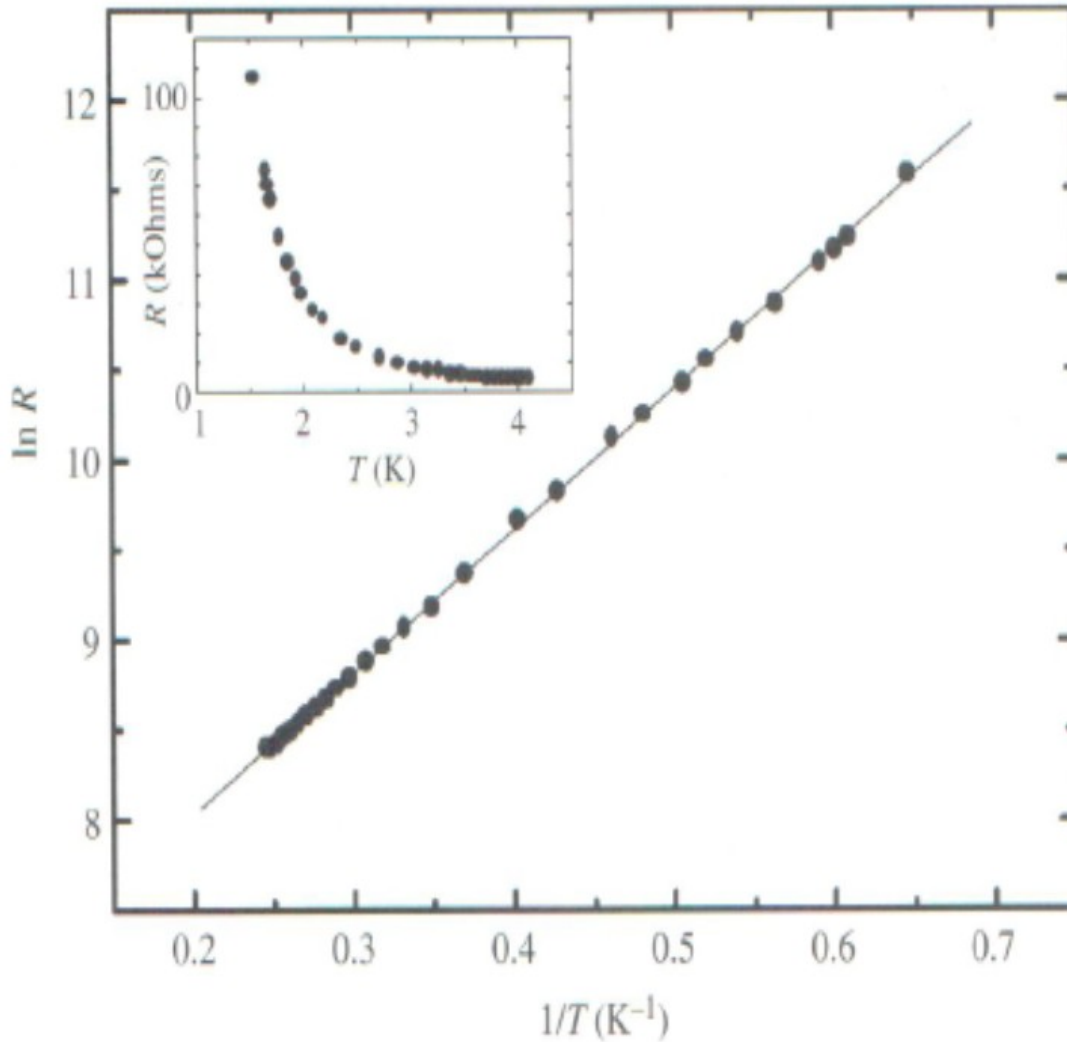
a-(GaSb)<sub>38</sub>Ge<sub>24</sub>



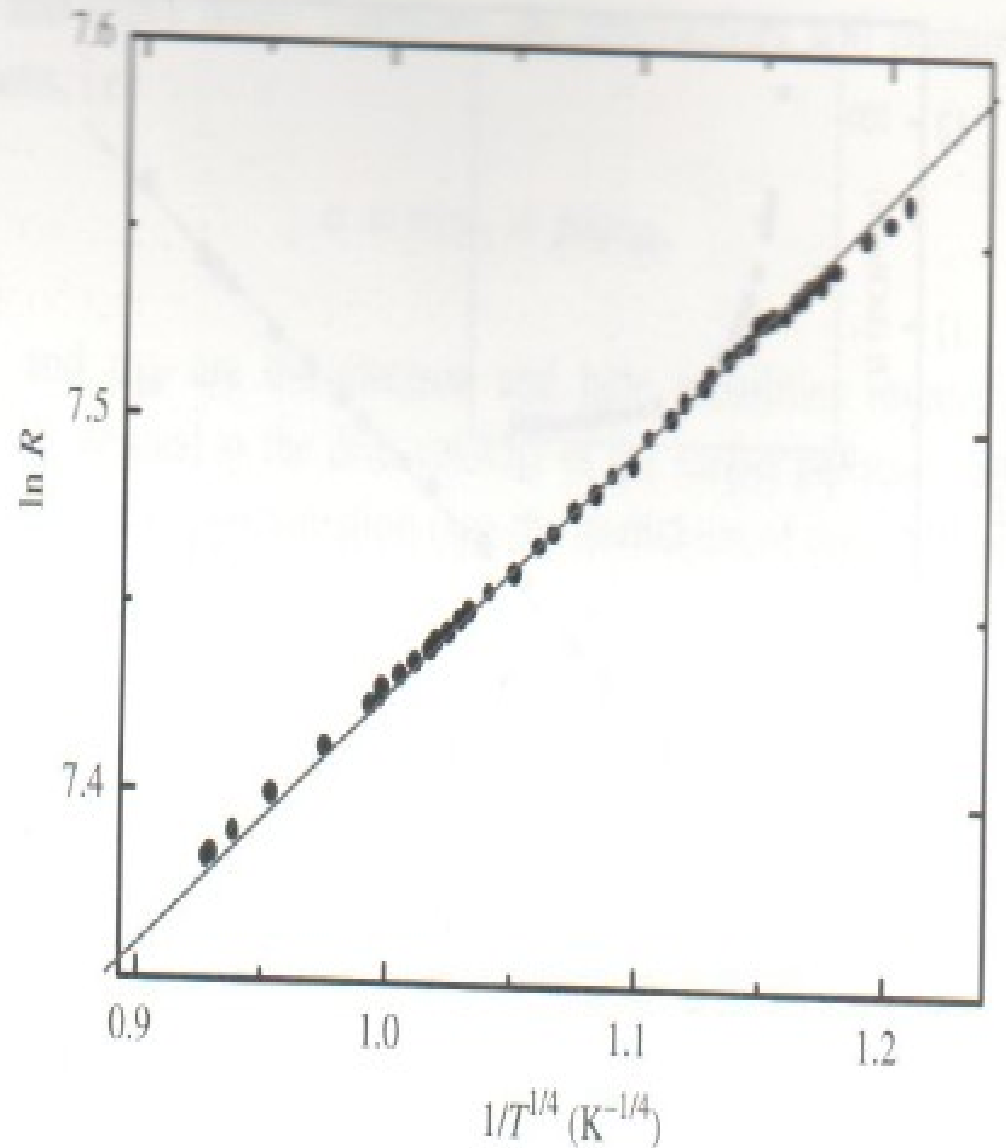
A.I. Kolyubakin, V.E. Antonov,  
O.I. Barkalov, A.I. Harkunov,  
Journal of Non-Crystalline  
Solids 351 (2005) 3547–3550

$$\sigma(T) = BT^n \cdot \exp(-E_A/kT)$$

## Uhlíkový rezistor

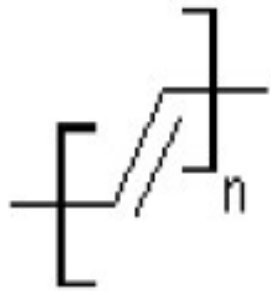


**Fig. 9.8** Natural logarithm of the resistance of a carbon resistor (Allen-Bradley 270  $\Omega$ ) versus  $1/T$ . The inset shows the resistance versus  $T$ . Data are points; the line is a straight-line fit. (Data courtesy of Mervyn Barnes, Oxford Physics Practical Course.)

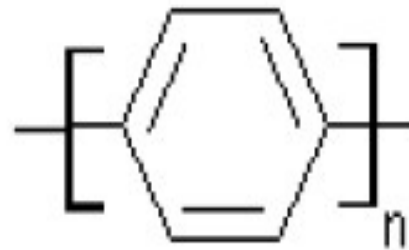
Rezistor  $\text{RuO}_2$ 

**Fig. 9.9** Natural logarithm of the resistance of a Ruthenium oxide resistor ( $1 \text{ k}\Omega$  at  $290 \text{ K}$ ) versus  $1/T^{1/4}$ . Data are points; the line is a straight-line fit. (Data courtesy of Mervyn Barnes, Oxford Physics Practical Course).

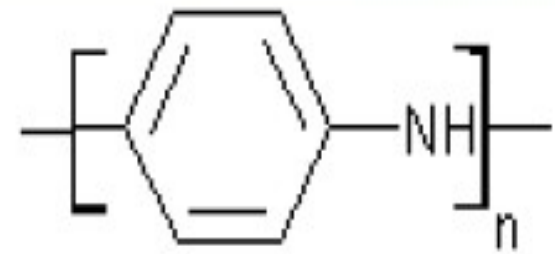
# Vodivé polymery



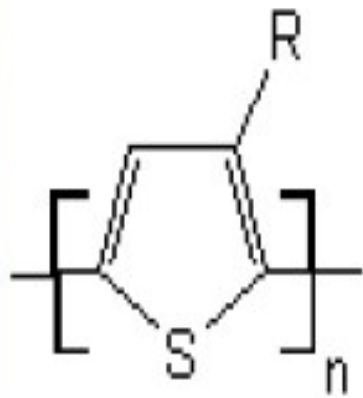
trans -polyacetylen



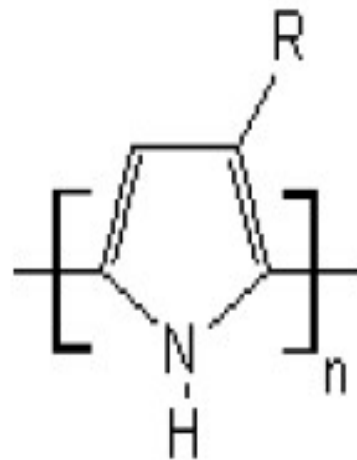
poly(p-fenylen)



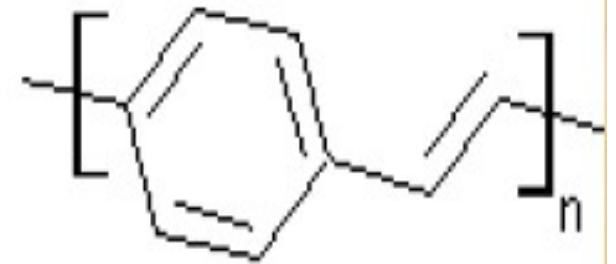
polyanilin (báze)



polythiofen

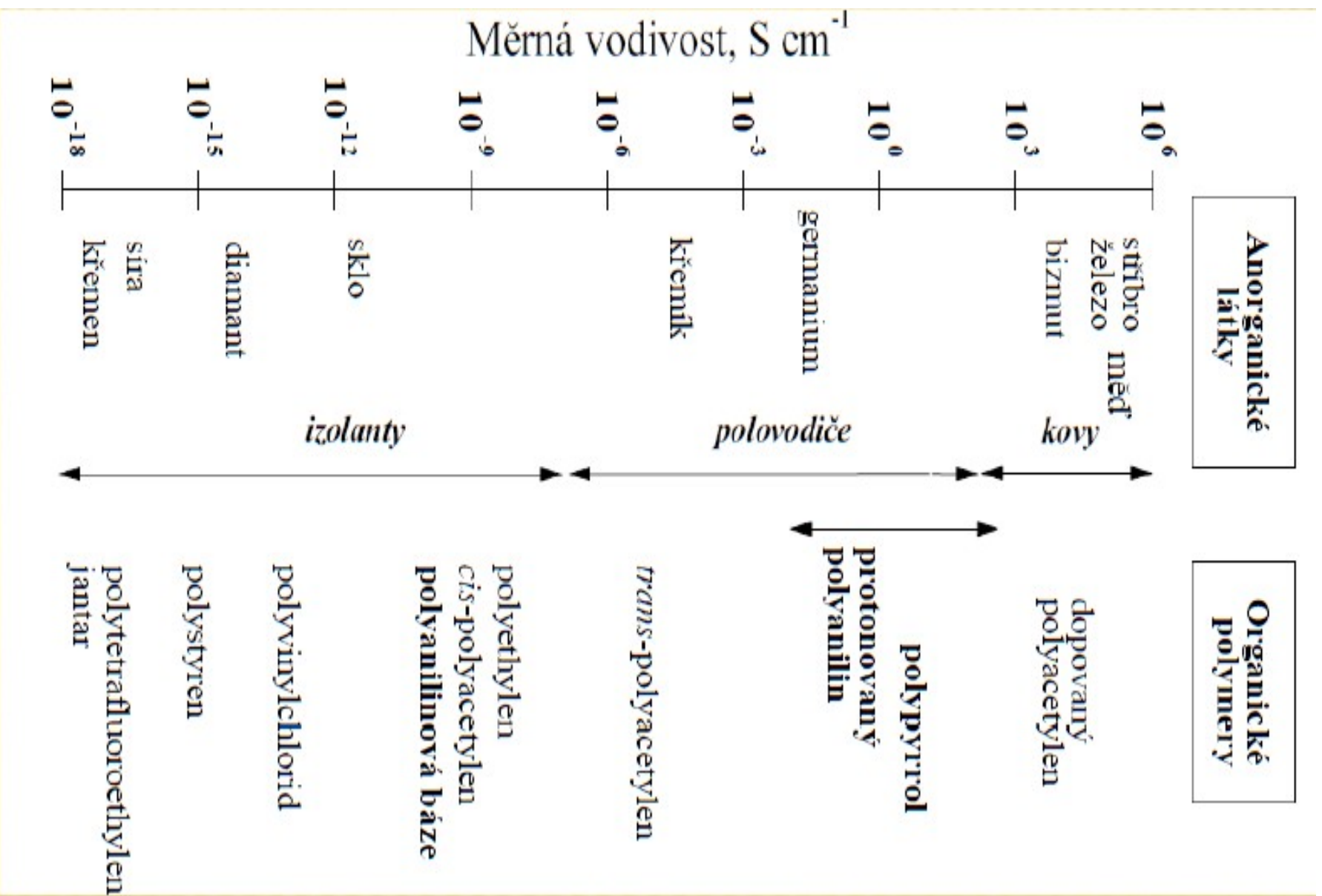


polypyrrol



poly(p-fenylenvinylen)

# Vodivé polymery

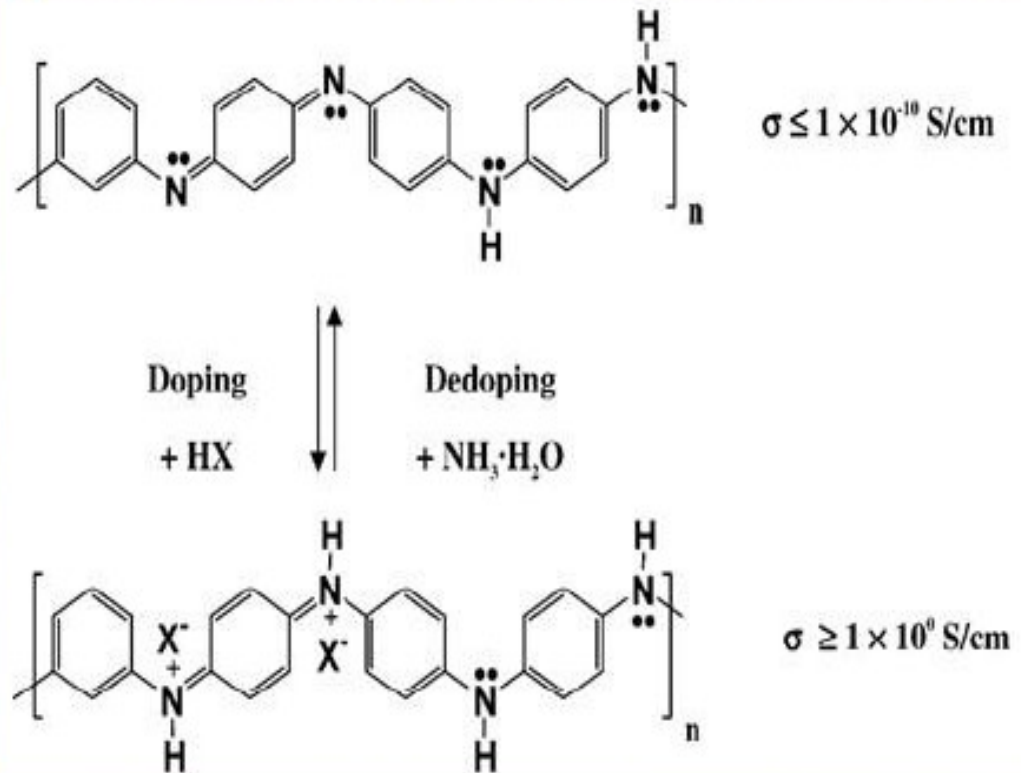


# Vodivé polymery - dopování

Nejčastěji se provádí dopování odebráním elektronu, např. protonací (reakcí s  $H^+$ )

V tomto případě má rozhodující vliv použitý aniont, který kladný náboj kompenzuje - důležitá je jeho schopnost ulpět na makromolekule.

Používají se nejčastěji  
objemné anionty  
organických kyselin či  
naopak malé anionty  
(např. chloridy)





# Vodivé polymery - polyanilin

Nejpoužívanější vodivý polymer

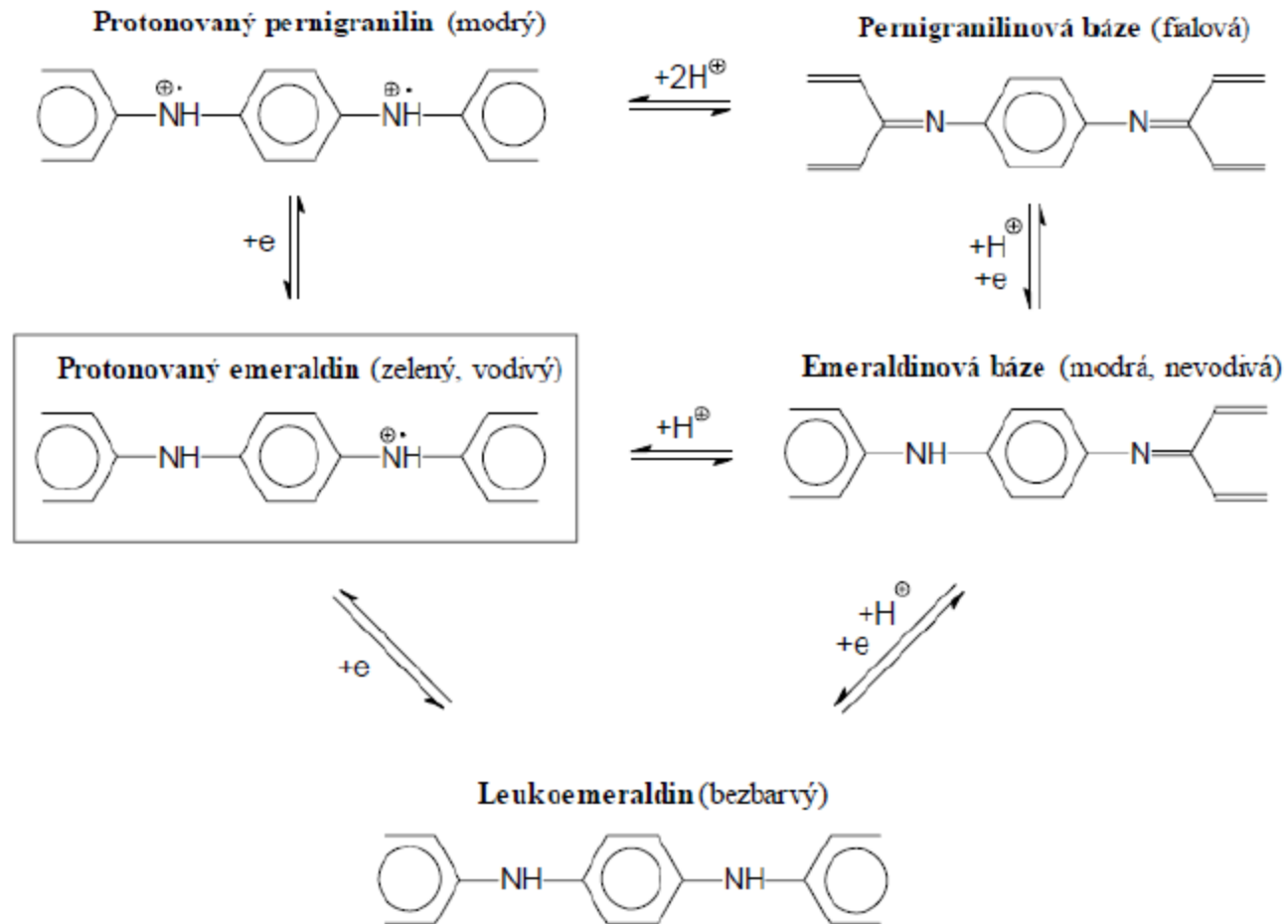
Relativně dobrá stabilita a dostatečná vodivost

Jednoduchá příprava a dopování

Použit zejména:

- + elektromagnetické stínění
- + elektrostatické nátěry
- + mikroelektronika (superkondenzátory, aktuátory)
- + inhibitor koroze

# Vodivé polymery - polyanilin



# Dielektrika

	T (°C)	$\rho$ ( $\Omega\text{cm}$ )	$U_{\text{průraz}}$ (kV mm <sup>-1</sup> )
a-SiO <sub>2</sub>	20 350	10 <sup>18</sup> 10 <sup>10</sup>	
Slída (muskovit) 6SiO <sub>2</sub> ·3Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·K <sub>2</sub> O·2H <sub>2</sub> O	20	10 <sup>15</sup>	10 <sup>5</sup> - 10 <sup>6</sup>
Slída (flogopit) 6SiO <sub>2</sub> ·Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·6MgO·2H <sub>2</sub> O	20	10 <sup>13</sup> - 10 <sup>14</sup>	200
Optická skla	20	10 <sup>8</sup> - 10 <sup>14</sup>	
NaCl	300 700	10 <sup>9</sup> 10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>
MgO	850 2100	10 <sup>8</sup> 10 <sup>2</sup>	
ZrO <sub>2</sub>	400 1200 2000	10 <sup>6</sup> 360 10	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	20 1100	10 <sup>16</sup> 10 <sup>6</sup>	

# Organické látky, 20 °C

	$\rho$ ( $\Omega \cdot \text{cm}$ )	$U_{\text{průraz}}$ ( $\text{kV mm}^{-1}$ )
Kaučuk Polymer $(\text{C}_5\text{H}_8)_x$	$10^{15} - 10^{16}$	
Parafin $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$	$10^{15} - 10^{17}$	20 - 30
PVC	$10^{14} - 10^{16}$	14 - 20
PMMA (org. sklo)	$10^{14} - 10^{16}$	18 - 35
teflon	$10^{15} - 10^{16}$	20 - 30
PE	$10^{15} - 10^{17}$	18 - 20
Fenoplast (bakelit)	$10^{14}$	12
vinylplast	$10^{14} - 10^{15}$	45

# Polarizovatelnost dielektrik – frekvenční závislost

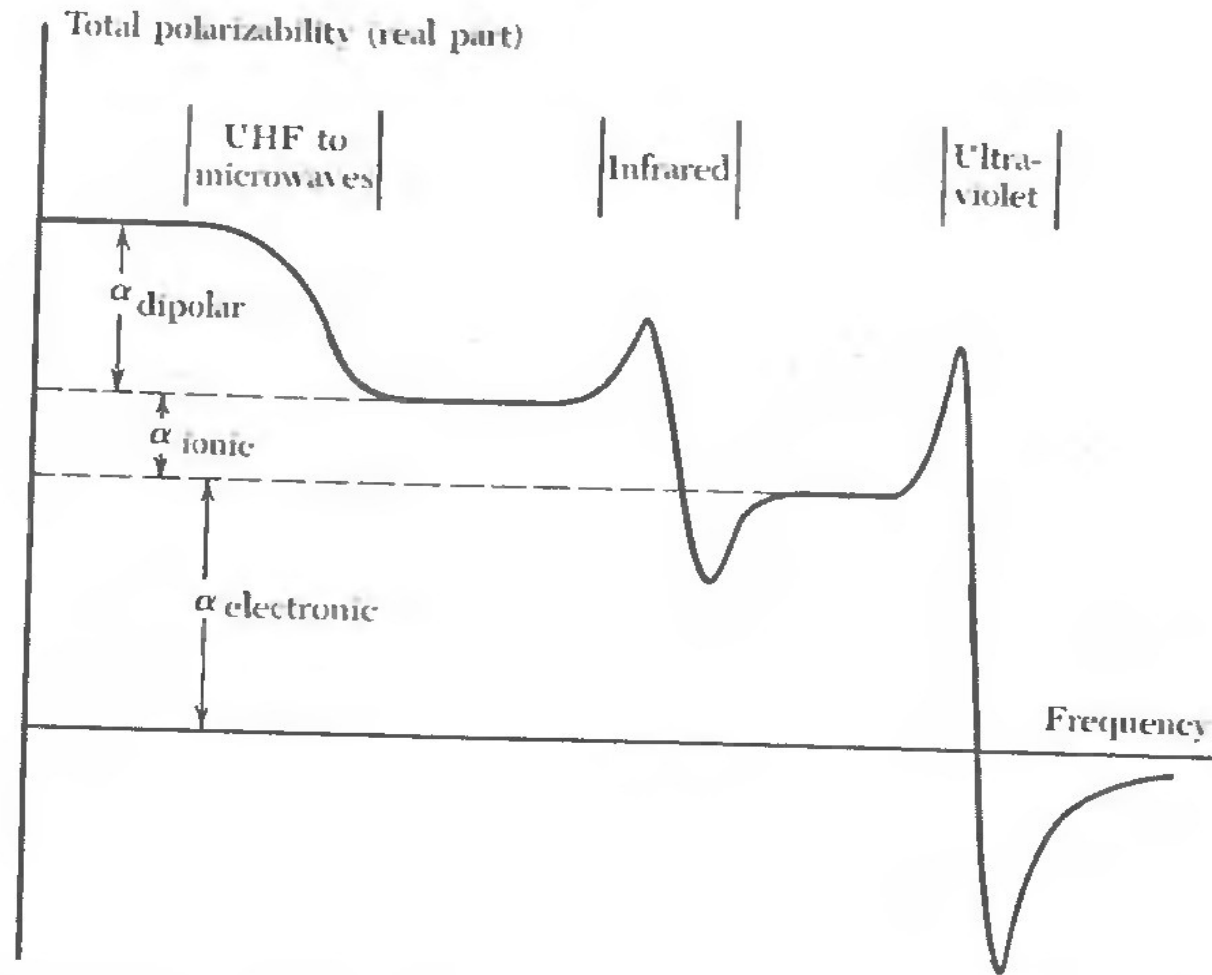


Figure 8 Frequency dependence of the several contributions to the polarizability.

# Dielektrická konstanta

	$\epsilon$	$\epsilon$ -elektrony	$\epsilon$ -ionty
C - diamant	5.68	5.68	
Si	11.7	11.7	
Ge	16.0	16.0	
BN	7.1	4.5	2.6
GaAs	13.18	10.89	2.29
InSb	17.3	15.7	1.6
SiO <sub>2</sub>	3.75	2.10	1.65

# Dielektrická konstanta

	$\epsilon$	$\epsilon$ -elektrony	$\epsilon$ -ionty
LiF	9.27	1.92	7.35
LiCl	11.05	2.75	8.30
LiBr	12.1	3.2	8.90
LiI	11.0	3.8	7.2
NaCl	5.62	2.25	3.37
KBr	4.78	2.33	2.45
RbI	5.0	2.6	2.4

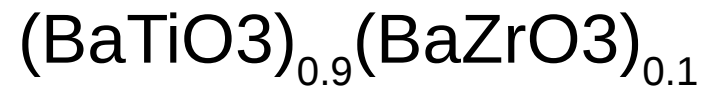
# Dielektrická konstanta



$\epsilon=30-100$



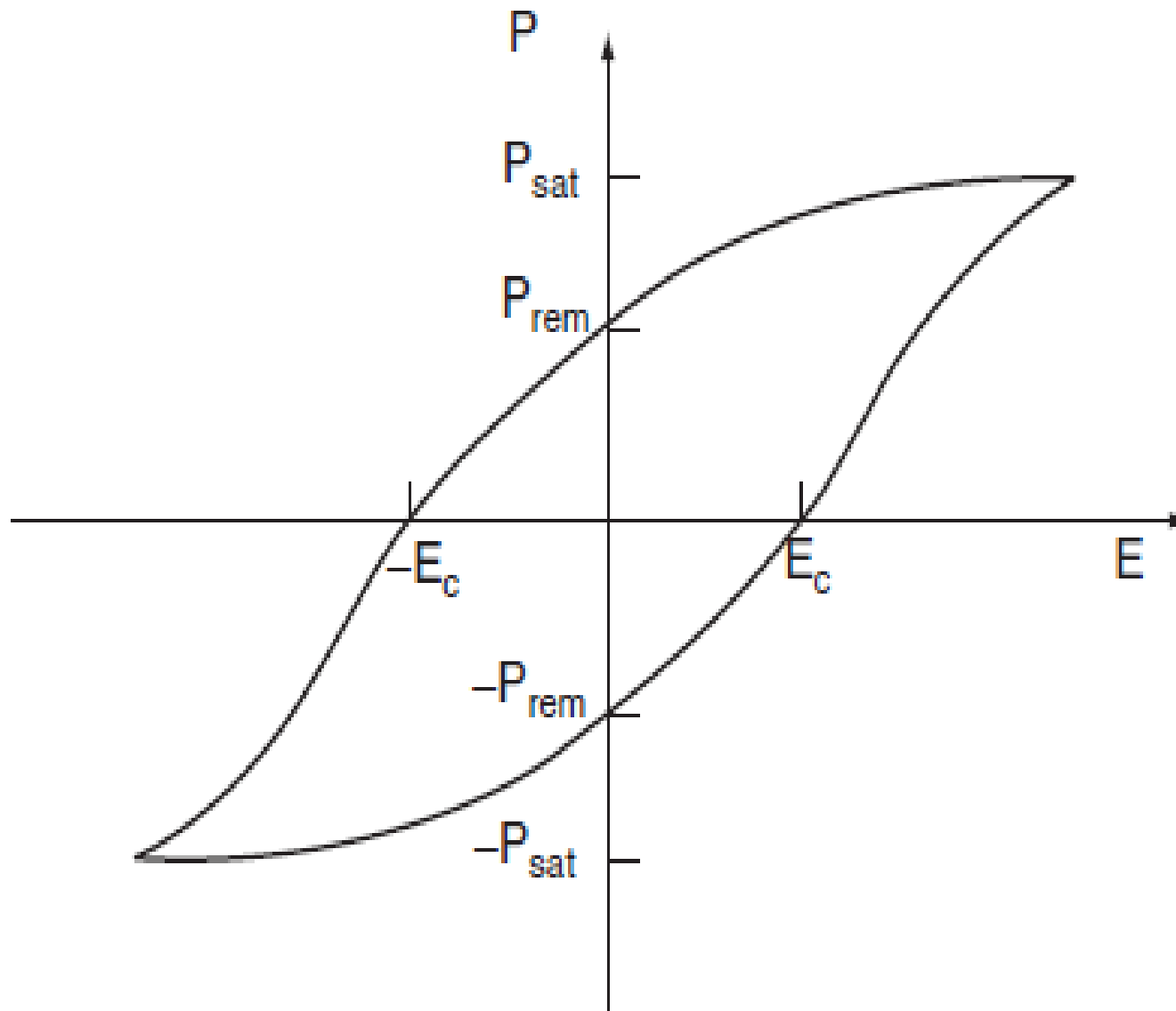
$\epsilon=900-1000$



$\epsilon=2700-3000$



# Feroelektrika – hysterezní smyčka

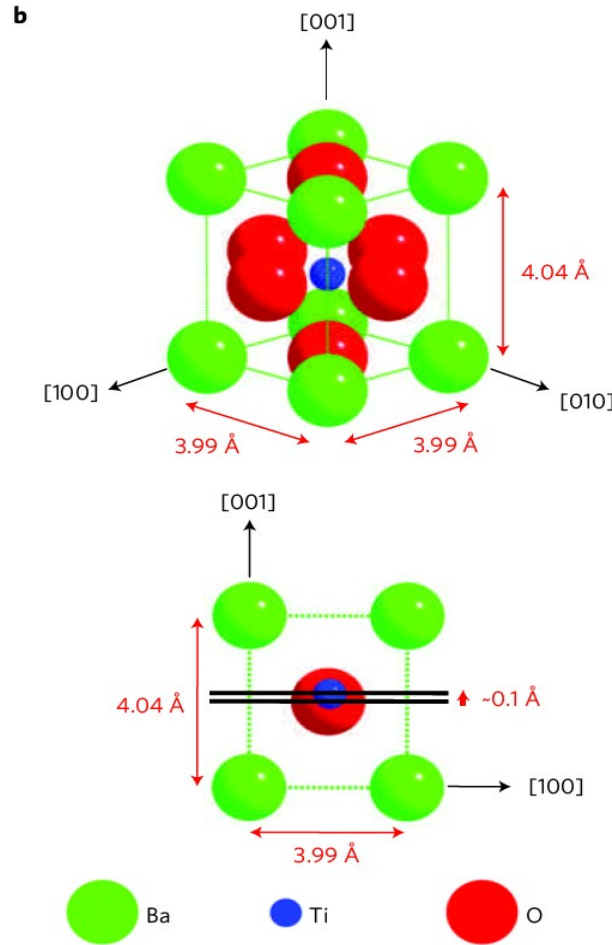
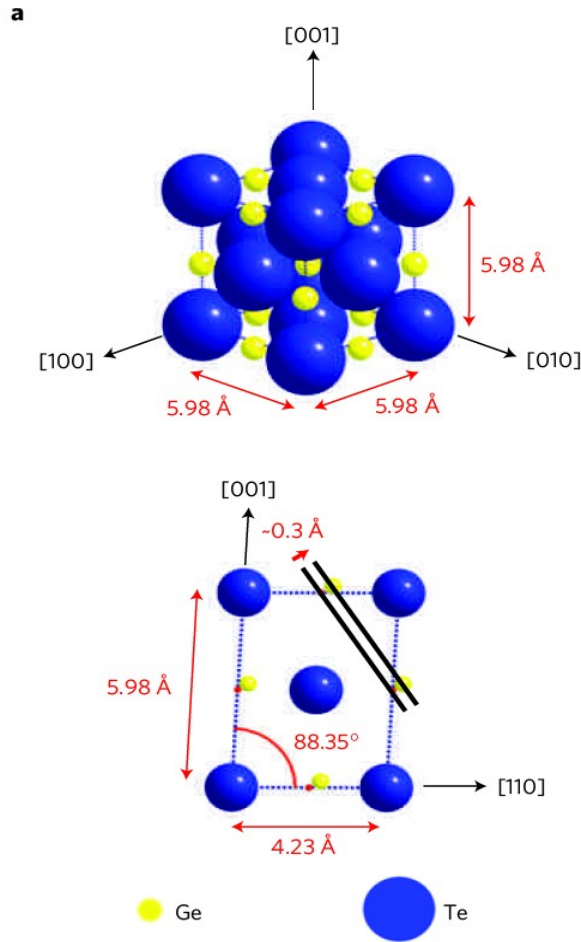


# Ferroelektrika

GeTe

$T_C \sim 700\text{K}$

distorted  
rocksalt  
structure



BaTiO<sub>3</sub>

$T_C \sim 400\text{K}$

perovskite

ARTICLES

PUBLISHED ONLINE: 8 JULY 2012 | DOI: 10.1038/NMAT3371

nature  
materials

## Ferroelectric order in individual nanometre-scale crystals

Mark J. Polking<sup>1</sup>, Myung-Geun Han<sup>2</sup>, Amin Yourdkhani<sup>3,4</sup>, Valeri Petkov<sup>5</sup>, Christian F. Kisielowski<sup>6</sup>, Vyacheslav V. Volkov<sup>2</sup>, Yimei Zhu<sup>2</sup>, Gabriel Caruntu<sup>3,4</sup>, A. Paul Alivisatos<sup>7,8\*</sup> and Ramamoorthy Ramesh<sup>1,7\*</sup>

# Feroelektrika – teplota přechodu, spontánní polarizace

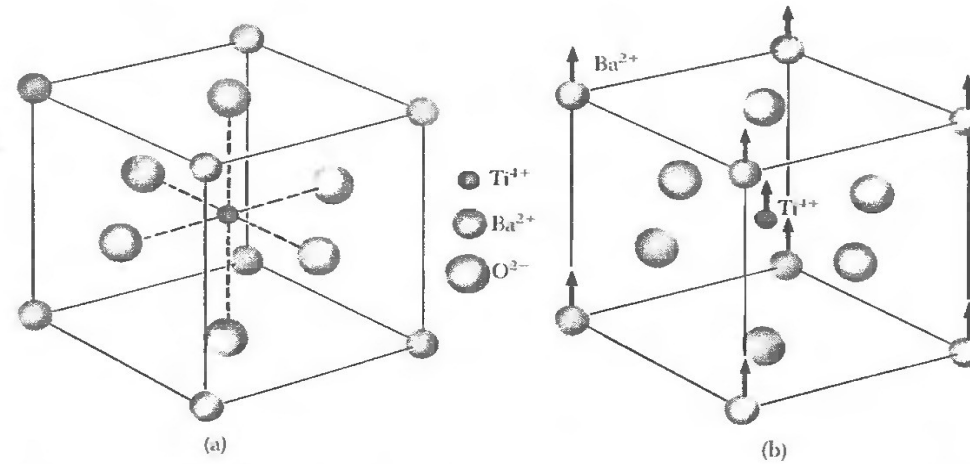
Table 2 Ferroelectric crystals<sup>a</sup>

To obtain  $P_s$  in the CGS unit of  $\text{esu cm}^{-2}$ , multiply the value given in  $\mu\text{C cm}^{-2}$  by  $3 \times 10^3$ .

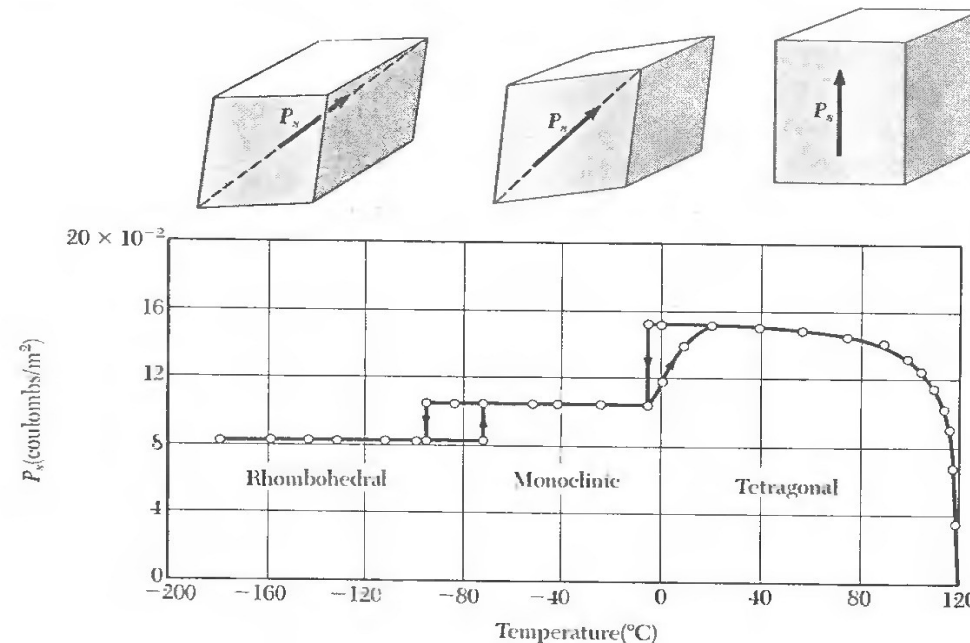
		$T_c$ in K	$P_s$ in $\mu\text{C cm}^{-2}$ , at $T$ K	
KDP type	$\text{KH}_2\text{PO}_4$	123	4.75	[96]
	$\text{KD}_2\text{PO}_4$	213	4.83	[180]
	$\text{RbH}_2\text{PO}_4$	147	5.6	[90]
	$\text{KH}_2\text{AsO}_4$	97	5.0	[78]
	GeTe	670	—	—
TGS type	Tri-glycine sulfate	322	2.8	[29]
	Tri-glycine selenate	295	3.2	[283]
Perovskites	$\text{BaTiO}_3$	408	26.0	[296]
	$\text{KNbO}_3$	708	30.0	[523]
	$\text{PbTiO}_3$	765	>50	[296]
	$\text{LiTaO}_3$	938	50	
	$\text{LiNbO}_3$	1480	71	[296]

<sup>a</sup>A compilation of data on ferroelectric and antiferroelectric materials is given by E. C. Subbarao, *Ferroelectrics* 5, 267 (1973).

# Struktura BaTiO<sub>3</sub> a závislost spontánní polarizace na teplotě

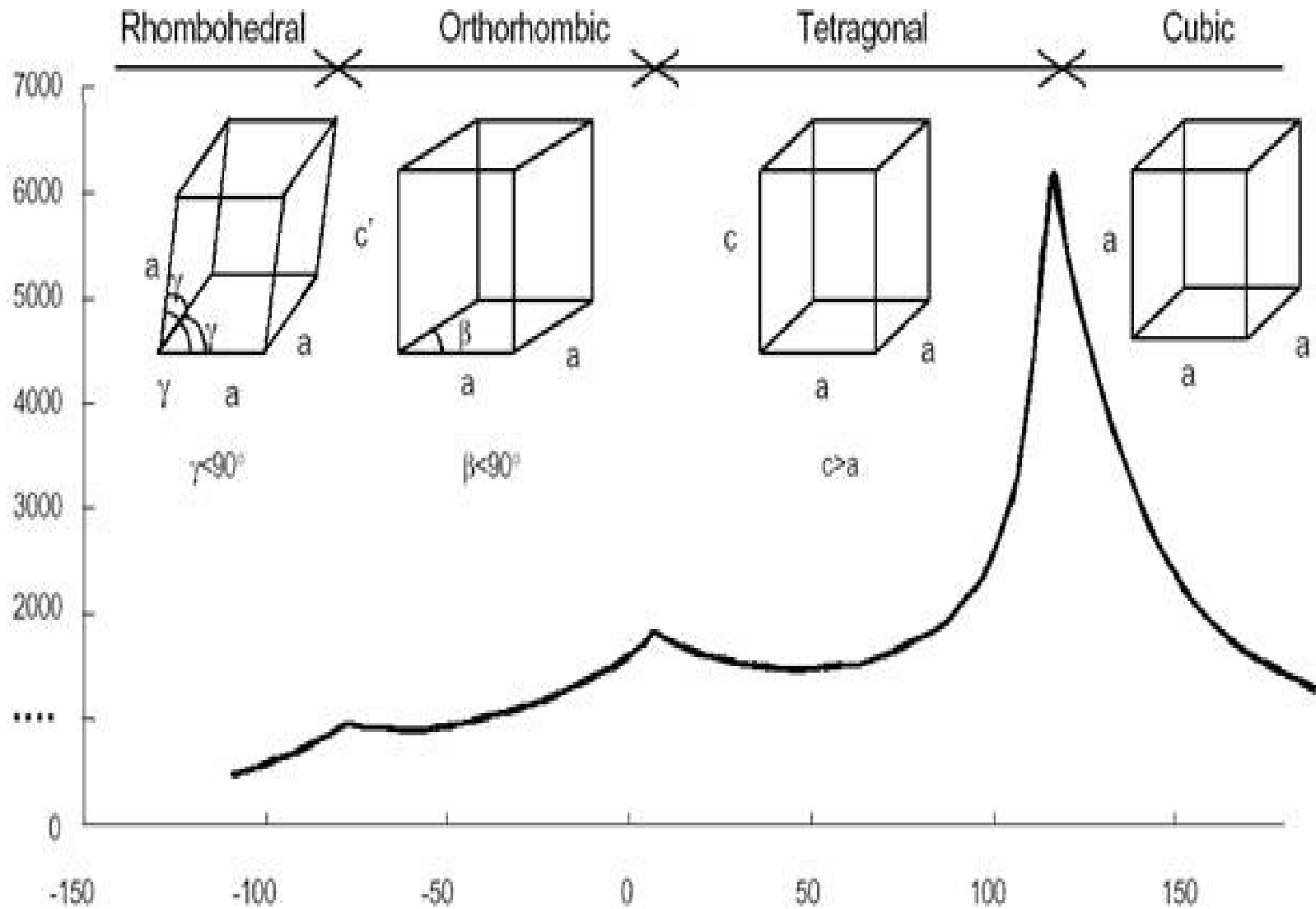


**Figure 10** (a) The crystal structure of barium titanate. The prototype crystal is calcium titanate (perovskite). The structure is cubic, with Ba<sup>2+</sup> ions at the cube corners, O<sup>2-</sup> ions at the face centers, and a Ti<sup>4+</sup> ion at the body center. (b) Below the Curie temperature the structure is slightly deformed, with Ba<sup>2+</sup> and Ti<sup>4+</sup> ions displaced relative to the O<sup>2-</sup> ions, thereby developing a dipole moment. The upper and lower oxygen ions may move downward slightly.



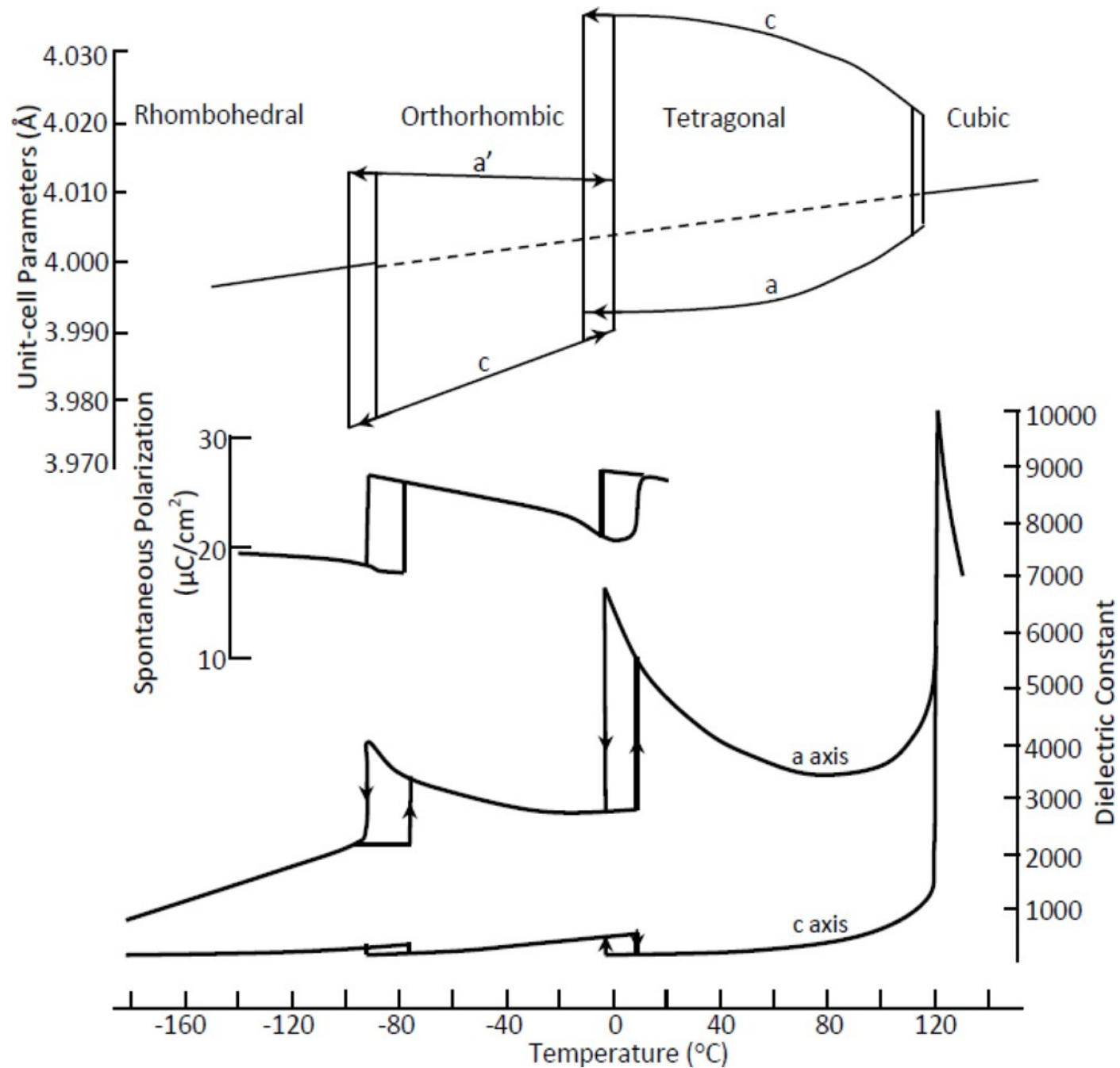
**Figure 11** Spontaneous polarization projected on cube edge of barium titanate, as a function of temperature. (After W. J. Merz.)

# Perovskity – závislost permitivity na teplotě $\text{BaTiO}_3$

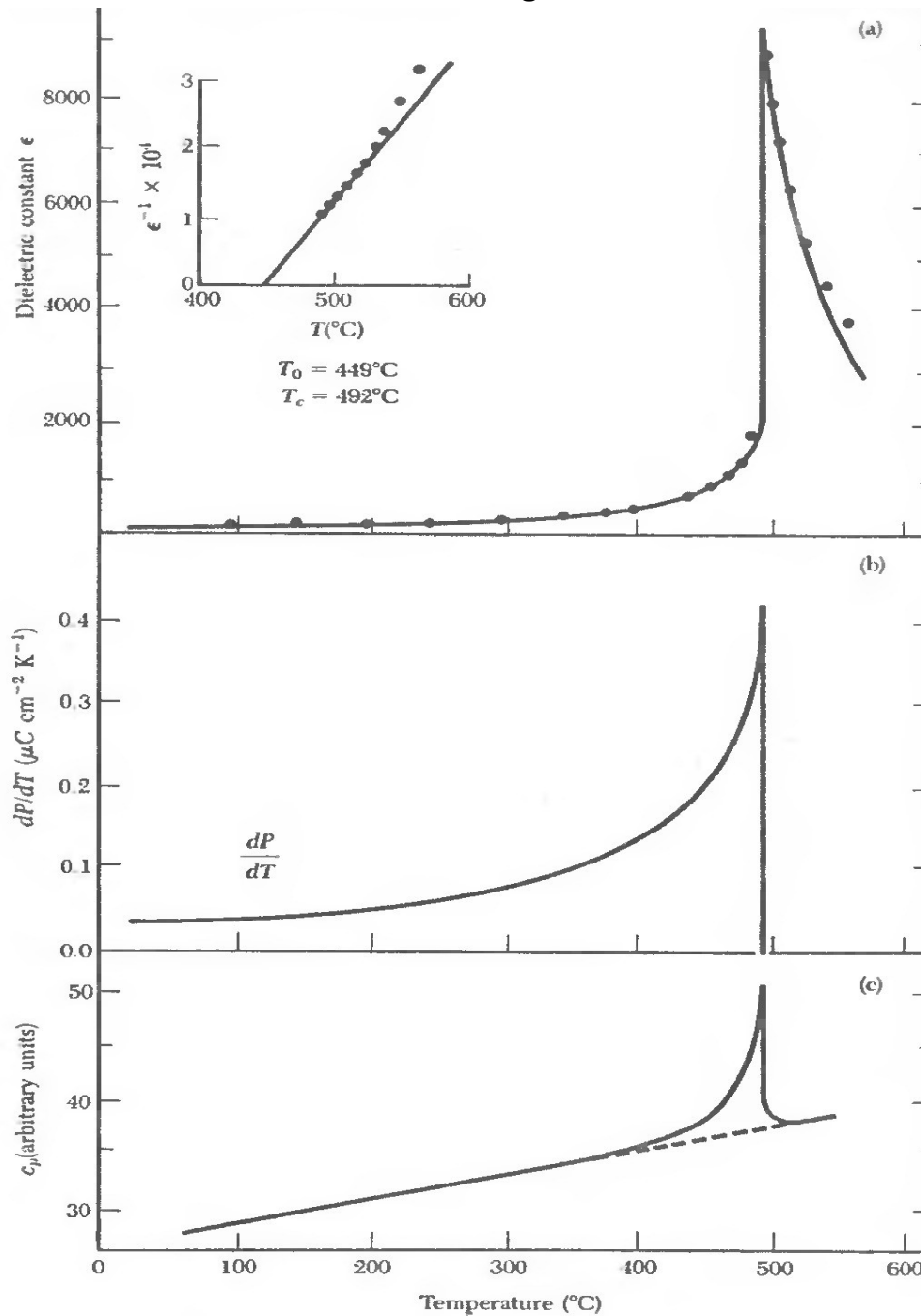


# Perovskity – závislost permitivity na teplotě

## BaTiO<sub>3</sub>



# Ferroelektrika $\text{PbTiO}_3$



**Figure 9** The temperature variation of (a) the dielectric constant  $\epsilon$ , (b) the pyroelectric coefficient  $dP/dT$ , and (c) the specific heat  $c_p$ , of  $\text{PbTiO}_3$ . (After Remeika and Glass.)

# The Landau theory of phase transitions

Variables:  $P$  (polarization),  $T$   
Helmholtz free energy  $F(P, T)$

The equilibrium condition  $\left. \frac{\partial F}{\partial P} \right|_{\text{eq}} = 0$

Due to the inversion symmetry

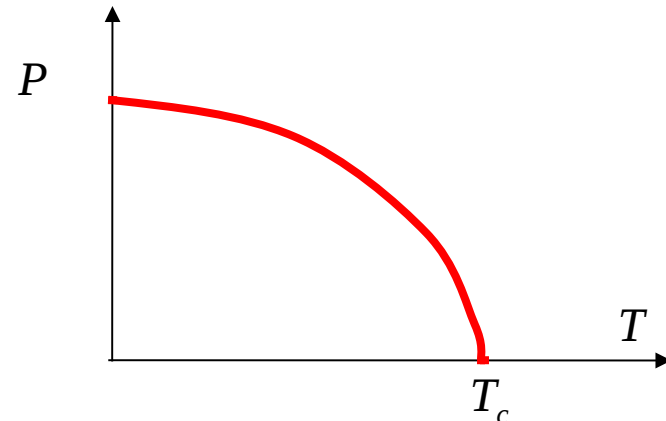
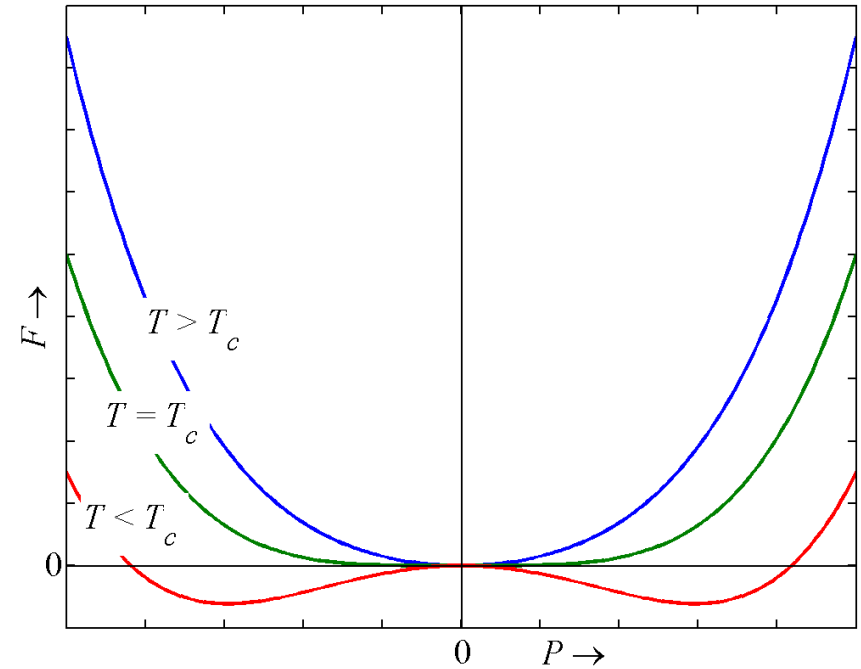
$$F(P, T) = F(0, T) + c_2 P^2 + c_4 P^4 + c_6 P^6 + \dots$$

$$c_2 = b(T - T_c)$$

Spontaneous polarization  $\left. \frac{\partial F}{\partial P} \right|_{\text{eq}} = 0$

$$P_s \equiv P_{\text{eq}} = \sqrt{b(T_c - T)/(2c_4)}$$

up to  $P^4$ ,  $c_4 > 0$ :





Gibbs free energy with an external electric field:

$$\Phi = F - EP = F(0, T) + c_2 P^2 + c_4 P^4 + c_6 P^6 + \dots - EP$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right|_{\text{eq}} = 0 \Rightarrow E = 2b(T - T_c)P_{\text{eq}} + 4c_4 P_{\text{eq}}^3$$

Dielectric susceptibility:

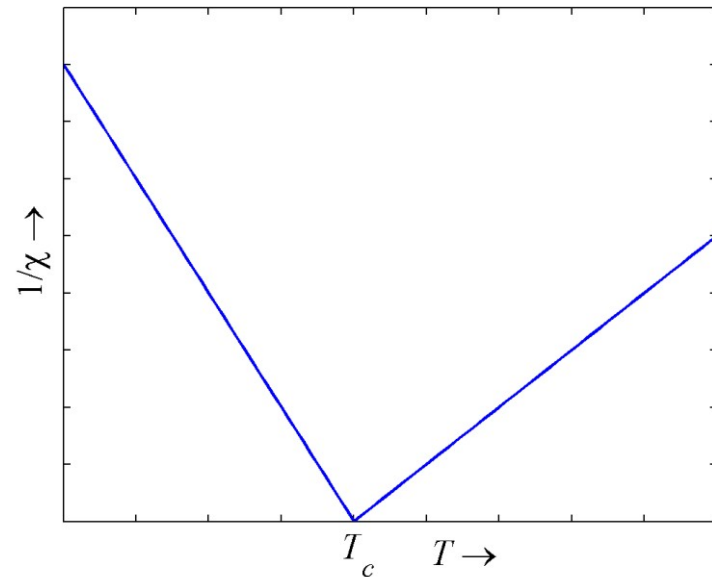
$$\frac{1}{\epsilon_0 \chi} = \left. \frac{\partial E}{\partial P} \right|_{E=0} = 2b(T - T_c) + 12c_4 P_{\text{eq}}^2$$

Therefore:

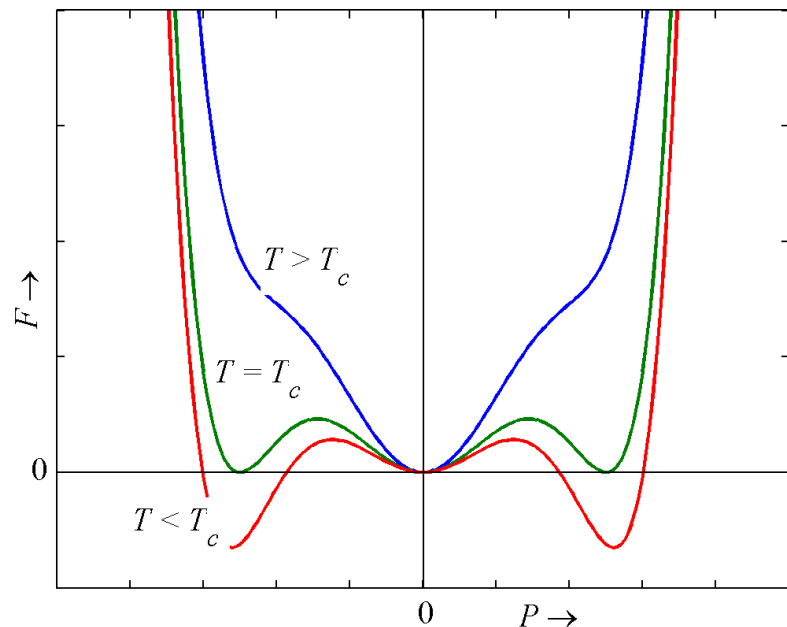
$$T > T_c : \chi = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{2b(T - T_c)}$$

$$T < T_c : \chi = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{4b(T_c - T)}$$

**Phase transition of the 2<sup>nd</sup> order**



Up to  $P^6$ ,  $c_4 < 0$ ,  $c_6 > 0$ :



$$\left. \frac{\partial F}{\partial P} \right|_{\text{eq}} = 0 = 2b(T - T^*)P + 4c_4P^3 + 6c_6P^5$$

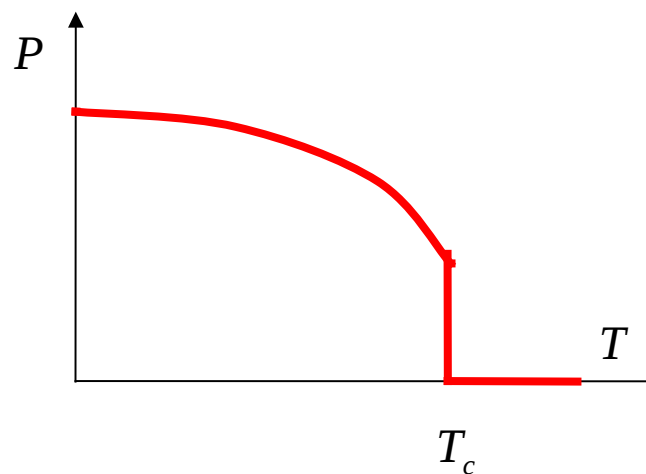
$$\Rightarrow P_{\text{eq}}^2 = \frac{1}{3c_6} \left[ -c_4 \pm \sqrt{c_4^2 - 3c_6b(T - T^*)} \right]$$

The critical temperature:

$$T_c = T^* + \frac{c_4^2}{3bc_6}$$

## Phase transition of the 1<sup>st</sup> order

$\chi$  does not diverge at  $T_c$



Gibbs free energy with an external electric field:

$$\Phi = F - EP = F(0, T) + c_2 P^2 + c_4 P^4 + c_6 P^6 + \dots - EP$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right|_{\text{eq}} = 0 \Rightarrow E = 2b(T - T^*)P_{\text{eq}} + 4c_4 P_{\text{eq}}^3 + 6c_6 P_{\text{eq}}^5$$

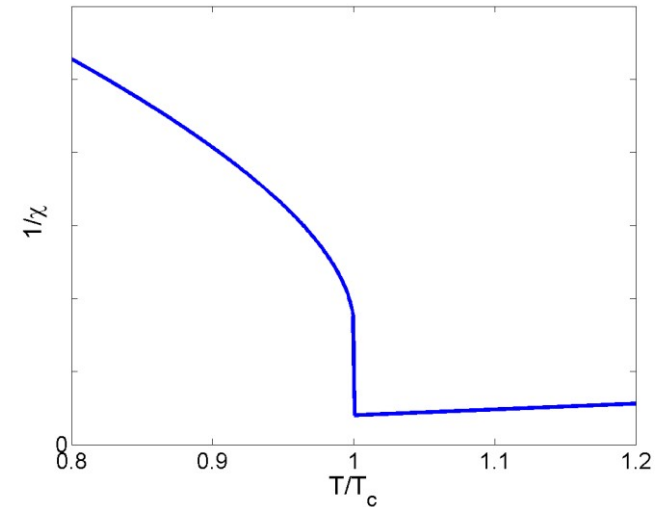
Dielectric susceptibility:

$$\frac{1}{\epsilon_0 \chi} = \left. \frac{\partial E}{\partial P} \right|_{E=0} = 2b(T - T^*) + 12c_4 P_{\text{eq}}^2 + 30c_6 P_{\text{eq}}^4$$

Therefore:

$$T > T_c : \frac{1}{\epsilon_0 \chi} = 2b(T - T^*)$$

$$T < T_c : \frac{1}{\epsilon_0 \chi} = 8b \left[ T^* - T + \frac{2c_4^2}{3bc_6} + \frac{c_4^2}{bc_6} \sqrt{1 - \frac{3bc_6}{c_4^2} (T - T^*)} \right]$$



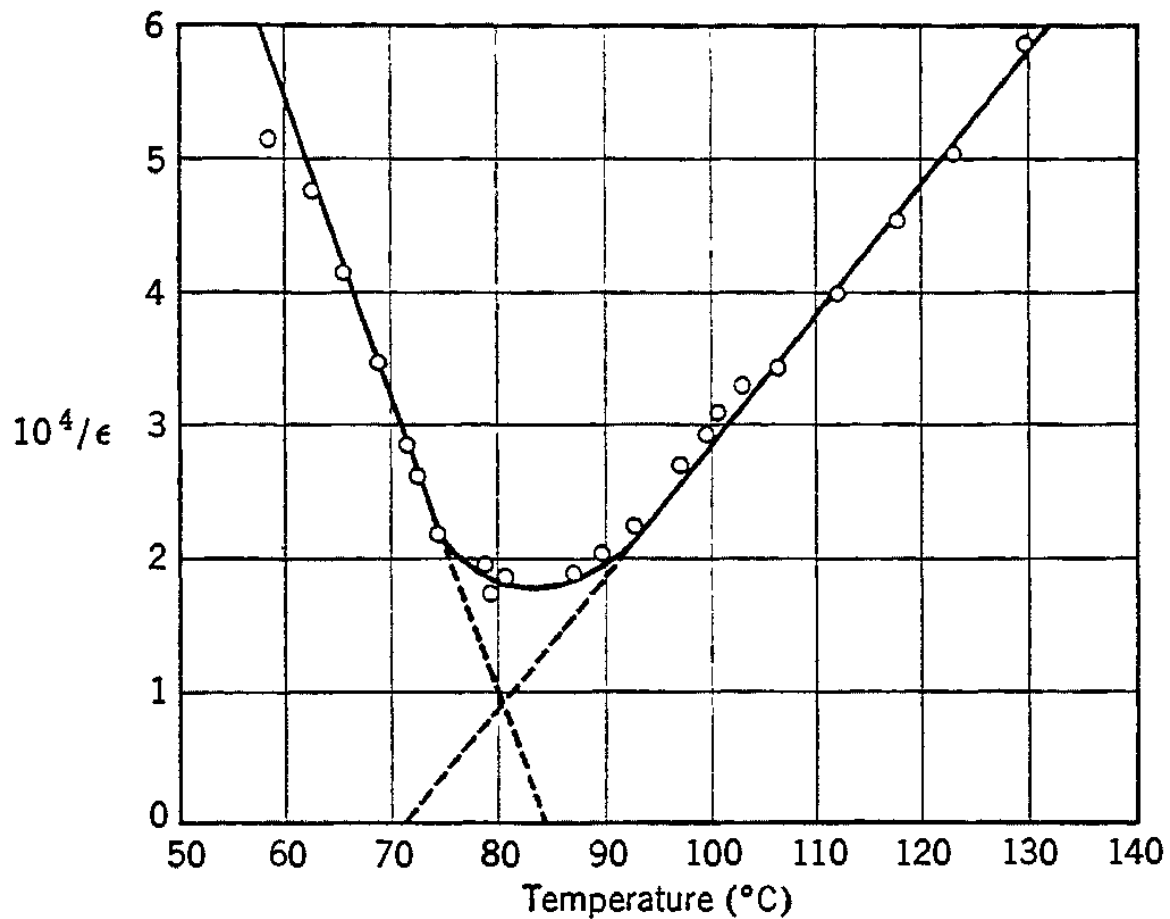
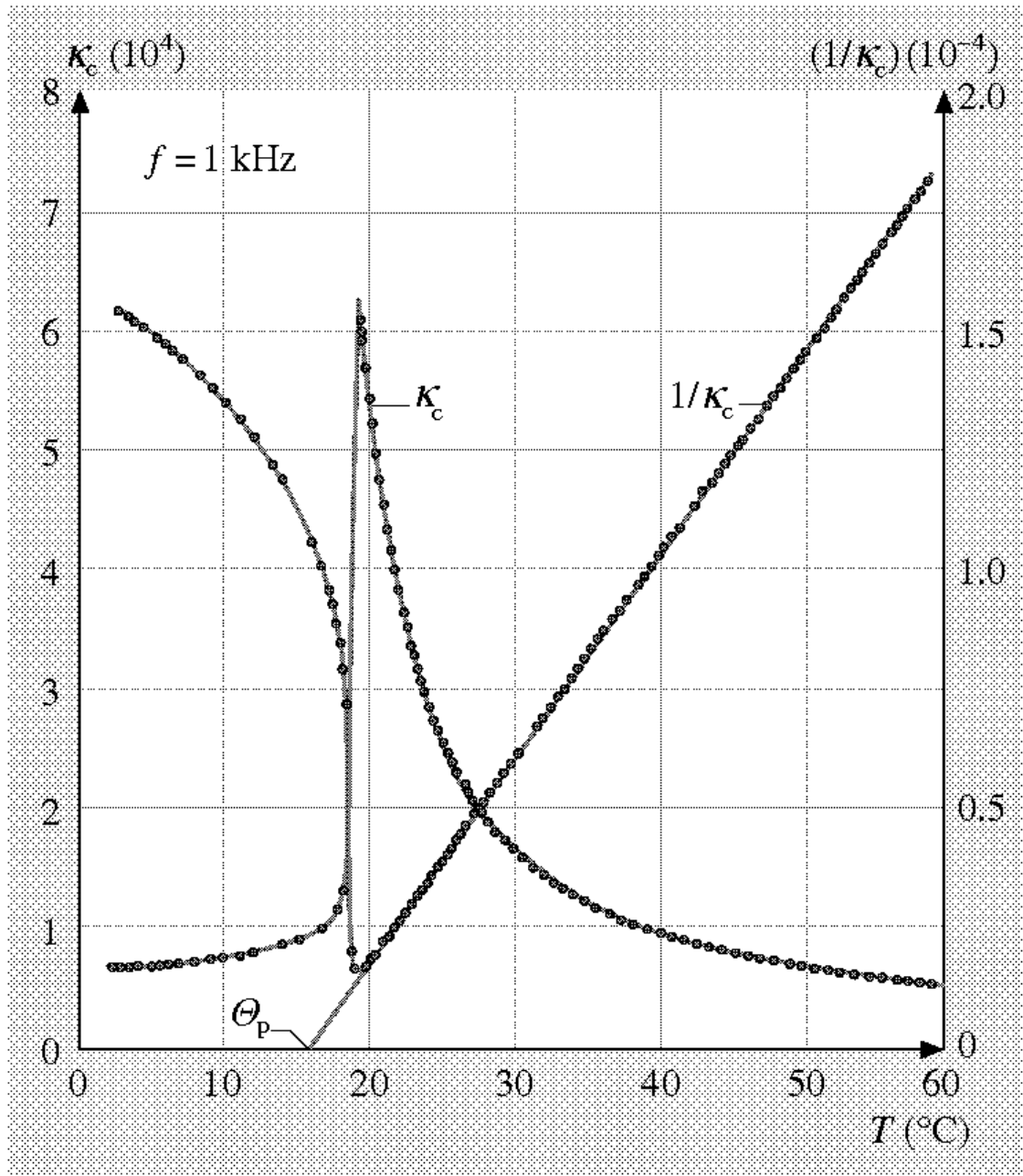
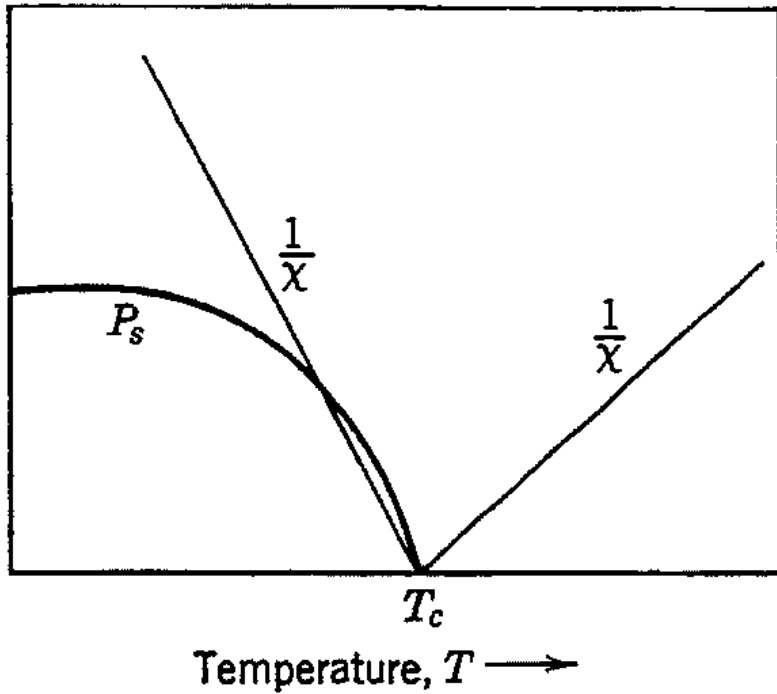


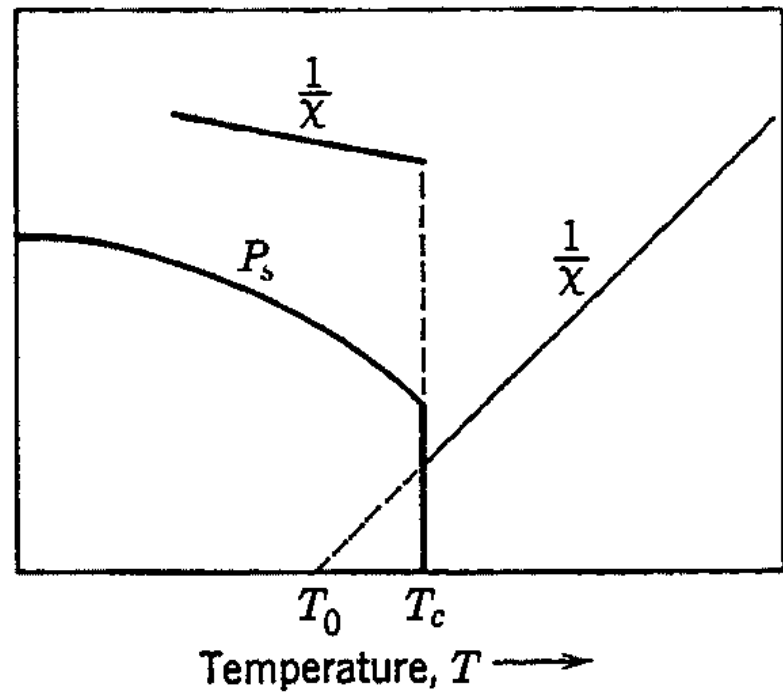
Fig. 7.6. Plot of reciprocal of the dielectric constant of barium titanate vs. temperature. [After B. Wul, *J. Phys. (U.S.S.R.)* 10, 95 (1946); it is not known why Wul's Curie point is 40° below that reported by other workers.]



**Fig. 4.5-47** SbSI.  $\kappa_c$  and  $1/\kappa_c$  versus  $T$



Phase transition of the 2<sup>nd</sup> order



Phase transition of the 1<sup>st</sup> order

# Feroelektrika – teplotní závislost permitivity nad teplotou $T_c$

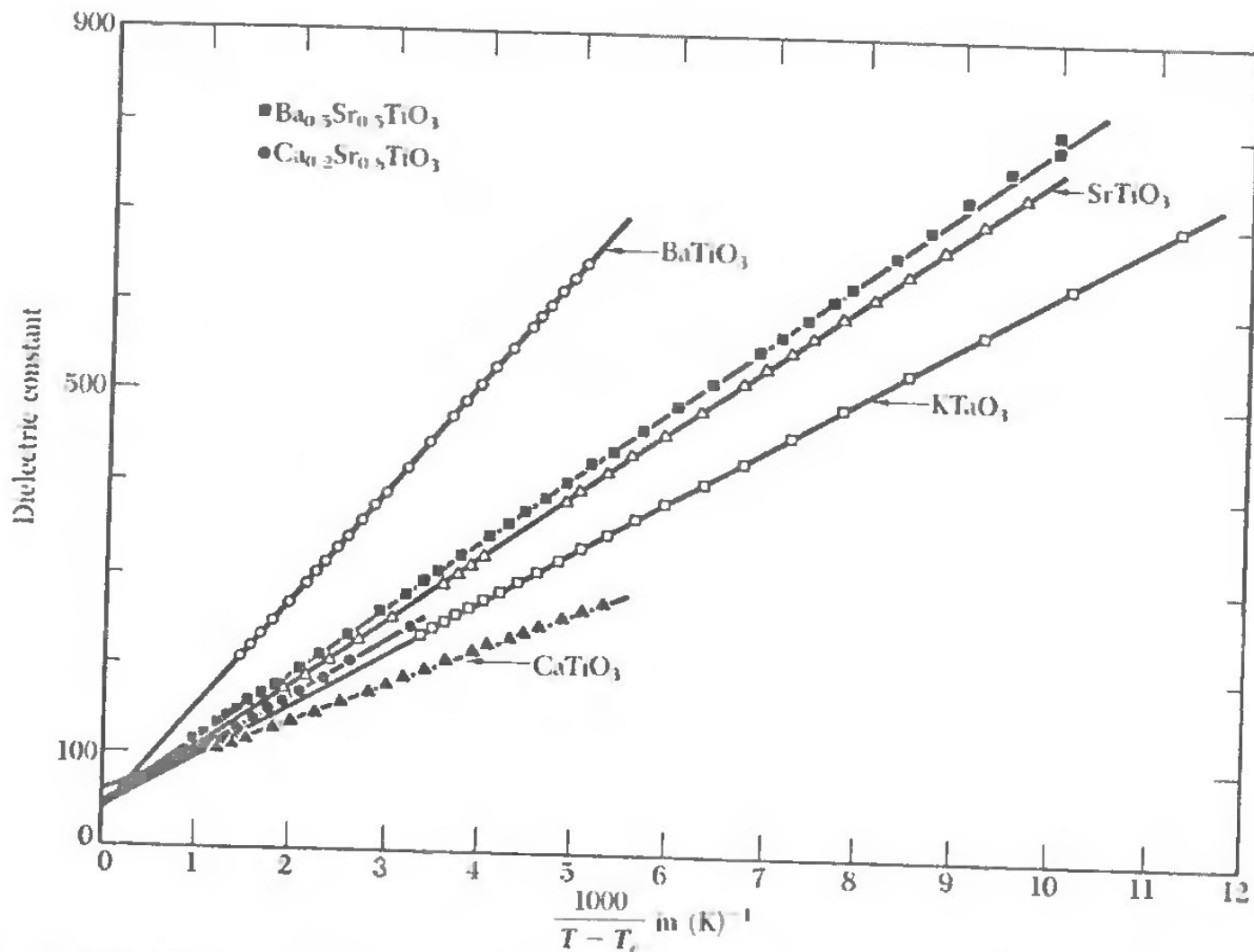
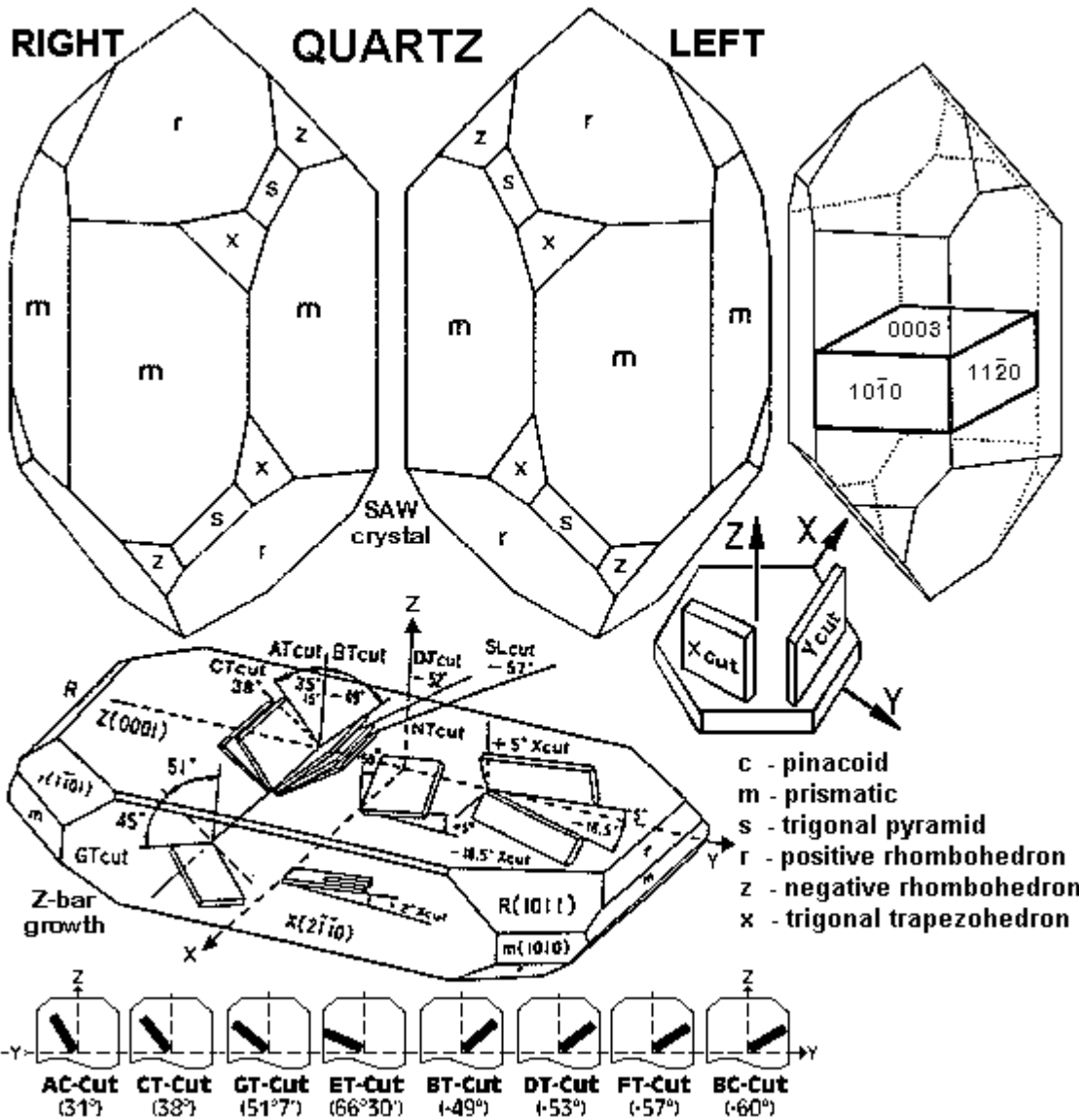


Figure 12 Dielectric constant versus  $1/(T - T_c)$  in the paraelectric state ( $T > T_c$ ) of perovskites, after G. Rupprecht and R. O. Bell.

# Křemen

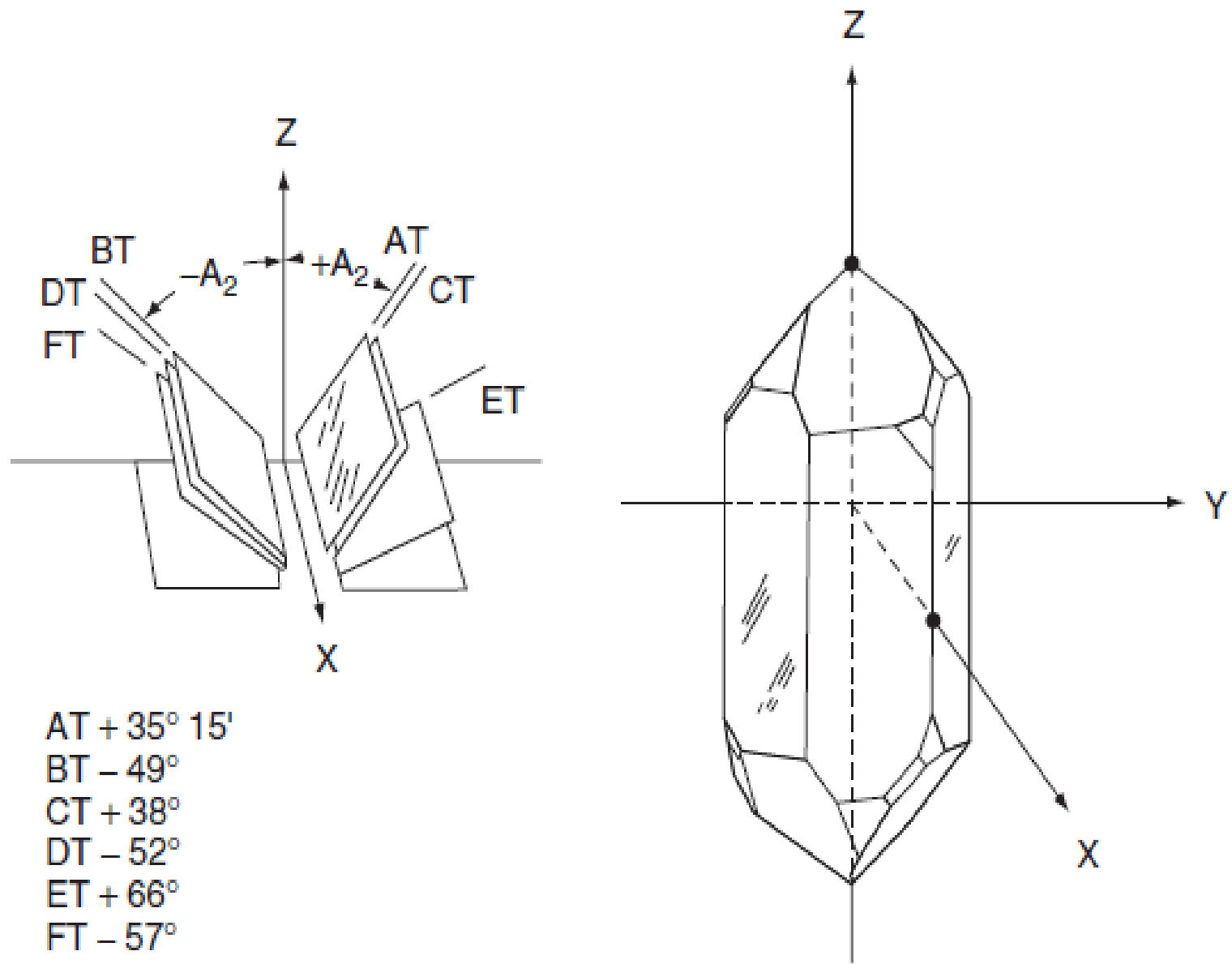
## běžně užívané orientace a kmitové módy oscilátorových krystalů



	Vibratoin Mode	Orientation Angle
Tuning Fork		+2° X
Flexure		XY NT
Extension		+5° X -18.5° X
Face Shear		DT CT SL
Thickness Shear		AT Fundamental AT 3 <sup>rd</sup> Overtone AT 5 <sup>th</sup> Overtone BT Fundamental

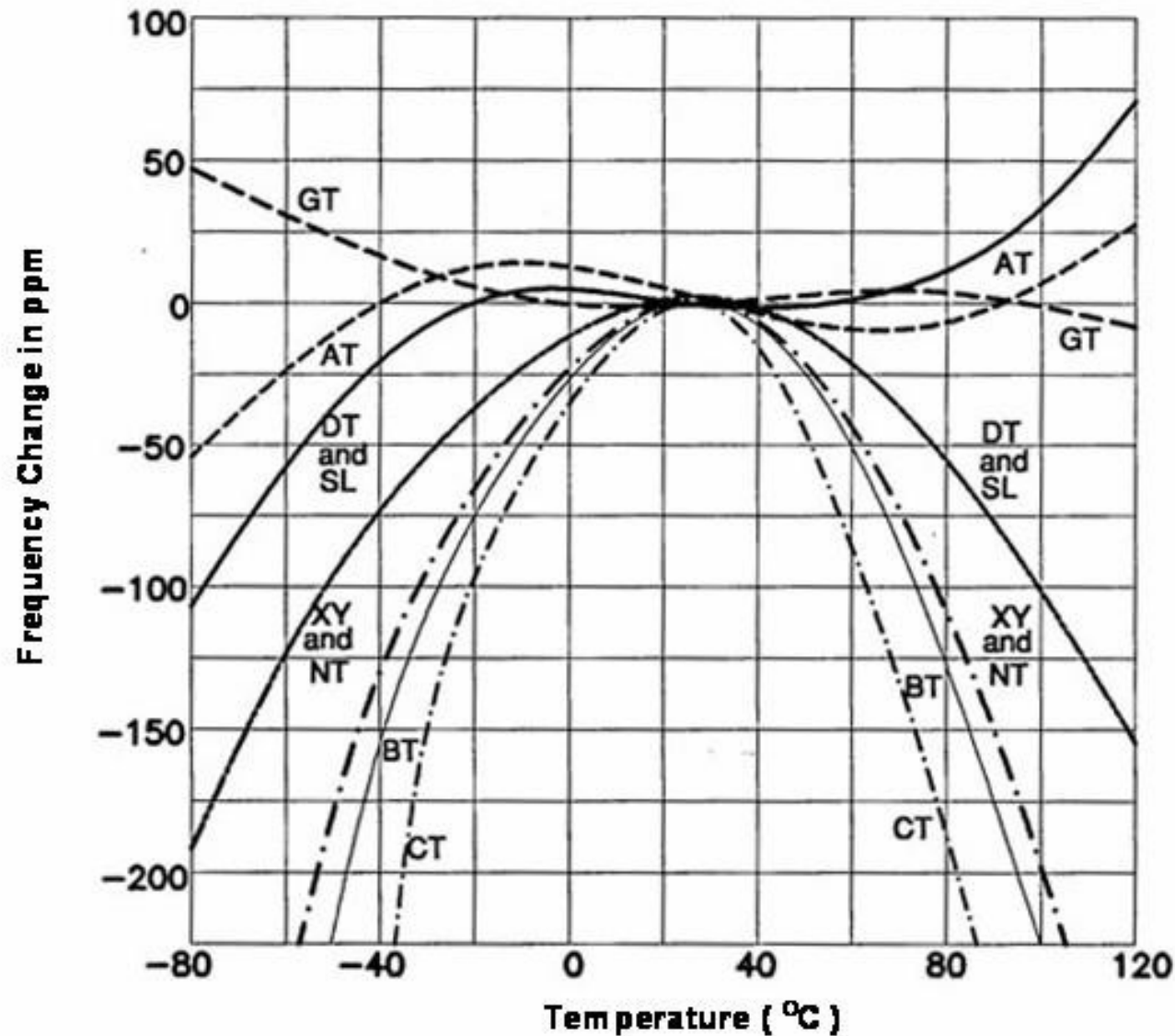


# Křemen – běžně užívané orientace oscilátorových krystalů



# Křemen – běžně užívané orientace oscilátorových krystalů

## Teplotní závislost vlastních frekvencí



# Křemen – materiálové konstanty

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ \cdot & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{44} & C_{14} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cancel{2(C_{11}-C_{12})} \end{bmatrix}$$

Správně má být  $(C_{11}-C_{12})/2$

$$(C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{33}, C_{44}) = (8.68, 0.71, 1.19, 1.80, 10.59, 5.82) \times 10^{10} \text{ Pa.}$$

$$\rho = 2649 \text{ kg/m}^3$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{14} & -2d_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(d_{11}, d_{14}) = (2.3, -0.67) \text{ pm/V (for right-handed quartz)}$$

$$\varepsilon_r = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

$$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = (4.34, 4.27)$$

Sound velocity:

direction	polarization	v (10 <sup>3</sup> m/s)
[100]	L	5.75
[100]	S	5.1
[100]	S	3.36
[010]	QL	6.01
[010]	[100],S	3.92
[010]	QS	4.35
[001]	L	6.32
[001]	S	4.68

# Ztrátový úhel

	$\tan(\delta)$	f (Hz)	
$\text{Al}_2\text{O}_3$	$5 \cdot 10^{-4}$ $15 \cdot 10^{-4}$	$10^6$ $10^{10}$	
slída	$(2-6) \cdot 10^{-4}$		
Kondenzátorová keramika	$(2-10) \cdot 10^{-4}$		
PMMA	0.04-0.06 0.02-0.03	50 $10^6$	
PVC	0.03-0.05		
kaučuk	0.001-0.003		
polystyrol	$(1-8) \cdot 10^{-4}$		
teflon	$2 \cdot 10^{-4}$		
polyetylen	$2 \cdot 10^{-4}$		