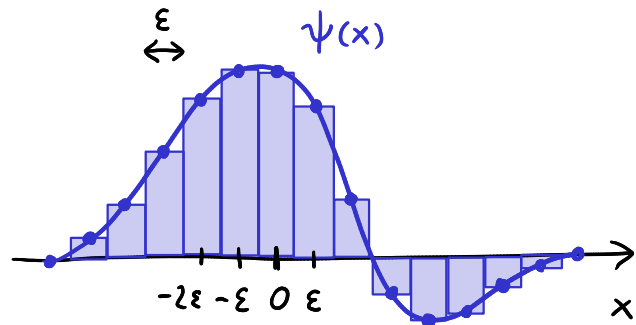
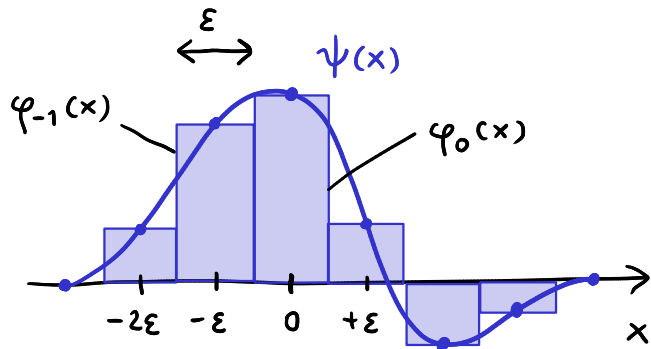


Pokus o reprezentaci stavu pomocí úplně lokalizovaných stavů

- zachycení vlnové funkce pomocí (zaoblených) obdélníků



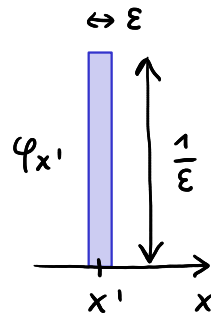
$$\psi(x) \approx \dots + c_{-2} \varphi_{-2}(x) + c_{-1} \varphi_{-1}(x) + c_0 \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x) + c_2 \varphi_2(x) + \dots$$

- limitní přechod: $\varepsilon \rightarrow 0$
 - 1) koeficienty pokrývají osu x **nekonečně hustě**,
věrně odraží průběh $\psi(x)$

- 2) **lineární kombinace přechází v integrál**

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x') \varphi_{x'}(x) dx'$$

- 3) **problém s normovaním elementárních obdélníků**



Souřadnicová a hybnostní reprezentace

- báze funkce nepravé / zobecněné báze - nepatří do $\mathcal{F}$

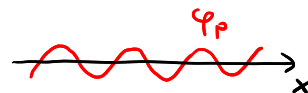
souřadnicová reprezentace

$$\varphi_{x_0}(x) = \delta(x - x_0)$$



hybnostní reprezentace

$$\varphi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} p x}$$



- reprezentace stavu

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \psi(x_0) \varphi_{x_0}(x)$$

$$\text{Dirac } |\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \psi(x_0) |x_0\rangle$$

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \tilde{\psi}(p) \varphi_p(x)$$

$$\text{Dirac } |\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dp \tilde{\psi}(p) |p\rangle$$



$$\text{analogie } \psi(x) = \sum_n c_n \varphi_n(x) \quad \text{resp.} \quad |\psi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$$

- ortogonalita báze

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi_{x_1}^*(x) \varphi_{x_2}(x) = \delta(x_1 - x_2)$$

$$\text{Dirac } \langle x_1 | x_2 \rangle = \delta(x_1 - x_2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp \varphi_{p_1}^*(x) \varphi_{p_2}(x) = \delta(p_1 - p_2)$$

$$\text{Dirac } \langle p_1 | p_2 \rangle = \delta(p_1 - p_2)$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \nearrow \\ \text{analogie} & \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi_n^*(x) \varphi_{n'}(x) = \langle n | n' \rangle = \delta_{nn'} = \begin{cases} 1 & n = n' \\ 0 & n \neq n' \end{cases} & \end{array}$$

- vyjádření koeficientů rozkladu (pro hybnostní rep.)

rekonstrukce

$$\tilde{\psi}(p) = \langle p | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} p x}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi(x)$$

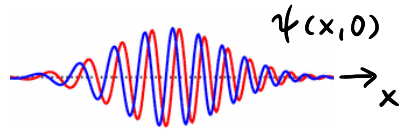
$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \tilde{\psi}(p) \frac{e^{\frac{i}{\hbar} p x}}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

$$\text{analogie } c_n = \langle n | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \varphi_n^*(x) \psi(x)$$

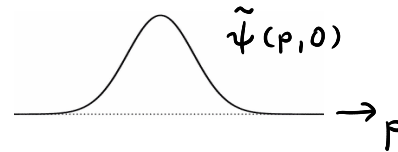
$$\psi(x) = \sum_n c_n \varphi_n(x)$$

Př. vlnový balík

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \phi(p) e^{\frac{i}{\hbar} (px - E_p t)}$$



$$\tilde{\psi}(p, t) = \sqrt{2\pi\hbar} \phi(p) e^{-\frac{i}{\hbar} E_p t}$$



$$E_p = \frac{p^2}{2m}$$

• reprezentace operátorů

$$\hat{x} |\psi\rangle \rightarrow \hat{x} \psi(x) = x \psi(x) \quad (\hat{x} \text{ v souřadnicové je triviální})$$

$\hat{x}$ v hybnostní

$$\hat{x} \tilde{\psi}(p) = \hat{x} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} px}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx x \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} px}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx i\hbar \frac{d}{dp} \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} px}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi(x) = i\hbar \frac{d}{dp} \tilde{\psi}(p)$$

• střední hodnota

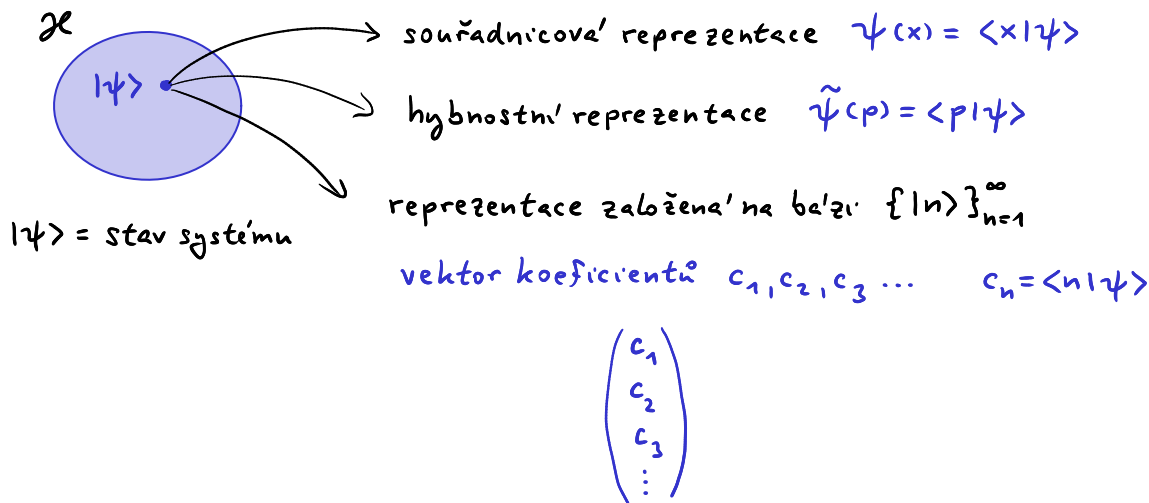
$$\langle x \rangle = \langle \psi | \hat{x} | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi^*(x) x \psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \tilde{\psi}^*(p) i\hbar \frac{d}{dp} \tilde{\psi}(p)$$

souřadnicové

hybnostní

Abstraktní Hilbertův prostor a reprezentace

• stavy



bazové funkce

$$|x_0\rangle \leftrightarrow \delta(x - x_0)$$

$$|p\rangle \leftrightarrow \frac{e^{\frac{i}{\hbar} p x}}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

$$|n\rangle \leftrightarrow \varphi_n(x)$$

• operatory

$$\hat{x}: |\psi\rangle \rightarrow \hat{x}|\psi\rangle$$

$$\psi(x) \rightarrow x\psi(x)$$

$$\tilde{\psi}(p) \rightarrow i\hbar \frac{d}{dp} \tilde{\psi}(p)$$

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \end{pmatrix}$$